На рис. 2 представлена диаграмма направленности излучения для $\beta=0{,}8$. Масштаб на рис. 1 в десять раз более крупный, чем на рис. 2. Из рис. 2 видно, что выход энергии излучения в этом случае на порядок выше и направленность его иная. Максимум приходится на углы от 30 до 70° и от 110 до 150°. Что касается ультрарелятивистского случая ($\beta \simeq 1$), то, как известно [2, 3], в этом случае в основном излучаются большие частоты, когда любая среда ведет себя как плазма с показателем преломления

$$n(\omega) = \sqrt{1 - \left(\omega_p^2/\omega^2\right)}, \tag{11}$$

где $\omega_p=\sqrt{Ne^2/m_e\,\varepsilon_0}$ — плазменная частота, и практически все излучение направлено вперед, во вторую среду.

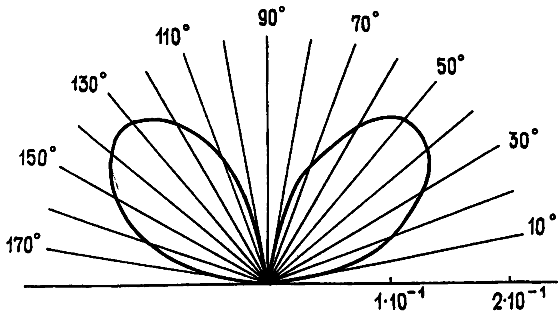

Рис. 2. Переход заряженной нити в гиротропную плазму, $\beta = 0{,}8$.

Критерием применимости граничных условий (2), как отмечено в работе [8], является малость величин a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22}. Из выражений для этих компонент тензора импеданса, приведенных в [5], следует, что при высоких частотах они стремятся к единице. Поэтому полученные результаты справедливы для не слишком больших частот.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гинзбург В. Л., Франк И. М. — ЖЭТФ, 1946, **16**, с. 15.
2. Басс Ф. Г., Яковенко В. М. — УФН, 1965, **86**, № 2.
3. Гинзбург В. Л., Цытович В. Н. — УФН, 1978, **126**, № 4.
4. Труды Международного симпозиума по переходному излучению частиц высоких энергий.— Ереван, 1977.
5. Курушин Е. П., Нефедов Е. И., Фиалковский А. Т. Дифракция электромагнитных волн на анизотропных структурах.— М.: Наука, 1975.
6. Болотовский Б. М., Воскресенский Г. В.— ЖТФ, 1964, **34**, с. 11.
7. Гинзбург В. Л. Распространение электромагнитных волн в плазме.— М.: Наука, 1967.
8. Хаскинд М. Д. — Радиотехника и электроника, 1961, **6**, № 6.

Астраханский государственный педагогический институт

Поступила в редакцию 19 марта 1982 г.

УДК 538.574.6

ПИСЬМО В РЕДАКЦИЮ

(О границах применимости и условиях регулярности обобщенной полутеневой асимптотики волнового поля в неоднородных средах)

В [1] получено равномерное асимптотическое решение волнового уравнения в плавно неоднородной среде, описывающее полутеневое поле с помощью функции параболического цилиндра $D_{-\nu-1}(\zeta)$ и ее производной. В частном случае $\nu=0$ это решение переходит во френелевскую полутеневую асимптотику [2–4], применимую в окрестности резкой границы тени. При $\nu \neq 0$ $(\nu > 0)$ соответствующую границу тени будем называть размытой. В [5] проведено обобщение асимптотики [1] на случай полутеневых каустик. В данной работе уточняются границы применимости и условия регулярности асимптотик [1, 5], а также исправляются ошибки в [1, 5, 9], на которые авторам любезно указал В. А. Боровиков.

Как следует из выражений (17), (18) работы [1], формальные условия регулярности полутеневой асимптотики вблизи границы тени геометрооптических лучей $(\zeta_0 \to 0)$ имеют следующий вид:

$$|U_{\text{г.о}}| = O\left(\zeta_0^{\nu}\right), \quad \zeta_0^{\nu+1}|U_{\text{д}}| = O(1); \tag{1}$$

$$|\Gamma(\nu+1)(2\pi)^{-1/2} e^{i\pi\nu} \zeta^{-\nu} U_{\text{г о}} - \zeta^{\nu+1} U_{\text{д}}| = O(\zeta_0), \tag{2}$$

где $\zeta_0 = e^{i\pi/4 \pm i\pi/2}\sqrt{2(\varphi_{\text{д}} - \varphi_{\text{г.о}})}$, $\zeta = k^{1/2}\zeta_0$, а через $U_{\text{г о}}$, $\varphi_{\text{г.о}}$, $U_{\text{д}}$, $\varphi_{\text{д}}$ обозначены амплитуды и эйконалы соответственно геометрооптического и дифракционного лучей, при этом $U_{\text{д}} = O(k^{-\nu-1/2} U_{\text{г о}})$, $\nu \geqslant 0$; верхний (нижний) знак в формуле для ζ_0 берется в области света (тени). С помощью разложения в ряд по степеням расстояния h от каустики можно показать, что регулярность равномерной асимптотики [5] вблизи полутеневой области каустики обеспечивается регулярностью полутеневого поля, падающего на каустику, т. е. условиями (1), (2).

Указанные условия (1), (2) накладывают ограничения на поведение геометрооптического и дифракционного полей вблизи границы тени и, тем самым, ограничивают класс дифракционных задач, в которых применимы полученные в [1, 5] общие равномерные асимптотические решения. Так как при $\zeta_0 \to 0$ имеем [4] $\zeta_0 \approx a_0 h$, где $a_0 = \text{const}$ $(a_0 \neq 0)$, а h — расстояние от границы тени, отсчитываемое по нормали к границе, то условия (1) означают, что на границе тени амплитуда $U_{\text{г.о}}$ должна иметь нуль порядка ν, а амплитуда $U_{\text{д}}$ — полюс порядка $\nu+1$. Условие (2), в частности, определяет локальное поведение дифракционного коэффициента вблизи границы тени. В частном случае $\nu=0$ условия (1), (2) выполняются при дифракции на клиновидной кромке тела [2–4]. При $\nu \neq 0$ эти условия выполняются, например, в задаче определения асимптотики ближних полей апертурных антенн (или поля ограниченных волновых пучков) в случае спадающих к краю апертуры амплитудных законов возбуждения. Другие примеры дифракционных задач, в которых возникают размытые границы тени, указаны в [5]. Однако для двух из перечисленных в [5] задач детальный анализ позволяет сделать следующие уточнения.

а) В задаче дифракции направленных цилиндрических волн на кромке авторы имели в виду аппроксимацию падающего поля первым членом лучевого разложения, что, однако, не дает правильного выражения [2, 3] для дифракционной волны. При более строгой постановке этой задачи [2, 3] размытой границы тени не возникает.

б) В задаче дифракции волны на границе, имеющей разрыв кривизны или ее производных, а также производных импеданса, изменяющегося вдоль границы, размытая граница тени также не возникает.

Подобные (1), (2) условия регулярности получены для асимптотических решений [1, 5], применимых в окрестности границ тени другого типа — границ тени для дифракционных лучей. Примером такой границы служит луч полного отражения в задаче возбуждения боковой волны [6–8, 1, 9]. В этом случае вместо полного геометрооптического поля с амплитудой $U_{\text{г.о}}$ приходится выделять разностное геометрооптическое поле с амплитудой $\widetilde{U}_{\text{г.о}} = U_{\text{г.о}} - U^0_{\text{г.о}}$, для которого выполняются условия регулярности. Тогда в асимптотические решения [1, 5] должна входить величина $\widetilde{U}_{\text{г о}}$, а равномерная асимптотика поля определяется суммой решений [1, 5] и регулярной добавки, обусловленной величиной $U^0_{\text{г.о}}$. К сожалению, в [1, 9] при получении равномерной асимптотики поля в области полутени боковой волны допущена неточность, связанная с выбором $U^0_{\text{г.о}}$ в виде $U^0_{\text{г о}} = U^{\text{гр}}_{\text{г.о}}(J_{\text{гр}}/J)^{1/2}$, где J — расходимость геометрооптических лучей, а индекс «гр» относится к границе тени. Рассмотрим другой способ выбора $U^0_{\text{г о}}$ и выделения разностного поля применительно к двум задачам возбуждения боковой волны [1, 9], обеспечивающий регулярность решения.

а) Равномерная асимптотика поля при образовании боковой волны, распространяющейся вдоль плоской границы раздела двух однородных диэлектрических сред, получена ранее в [7, 8], а также дается формулами (29) в [1] или (4) в [9], где

$$U^0_{\text{г.о}} = \frac{n^4\left(1-\tau_s^2\right) - \left(\tau_s^2 - n^2\right)}{n^4\left(1-\tau_s^2\right) + \left(\tau_s^2 - n^2\right)} \, \frac{1}{R},$$

$$\tilde{U}_{\text{г.о}} = -\frac{2\,in^2\sqrt{1-\tau_s^2}\,\sqrt{\tau_s^2-n^2}}{n^4\left(1-\tau_s^2\right)+\left(\tau_s^2-n^2\right)}\,\frac{1}{R}, \tag{3}$$

$$\tau_s = r/R, \quad R = \sqrt{r^2+(z+z_0)^2},$$

а остальные величины даются формулами (30) в [1] или (5) в [9]. В результате асимптотика совпадает с полученной в [8].

б) При образовании боковой волны на слабой границе раздела в линейном слое [1, 9] равномерная асимптотика поля определяется формулами (12), (13) в [9], в которых следует считать

$$U^0_{\text{г.о}_{1,2}} = \frac{\left[\left(\tau_{1,2}^2-n^2\right)\left(\tau_{1,2}^2-n_0^2\right)\right]^{-1/4}}{2\sqrt{2\pi k\;\left|\varphi''_{\tau^2}(\tau_{1,2})\right|}}\times$$

$$\times\frac{w^{*\prime}(\beta_{1,2})\,w'(\beta_{1,2})-\beta_{1,2}\,w^*(\beta_{1,2})\,w(\beta_{1,2})}{[w'(\beta_{1,2})]^2-\beta_{1,2}\,[w(\beta_{1,2})]^2}\,e^{i\pi\delta/4}, \tag{4}$$

$$\beta_{1,2}\equiv t\left(\tau_{1,2},\,n_1\right)=(k/a)^{2/3}\left(\tau_{1,2}^2-n_1^2\right),$$

$$\tilde{U}_{\text{г.о}_{1,2}} = U_{\text{г.о}_{1,2}} - U^0_{\text{г.о}_{1,2}},$$

а остальные величины даются формулами (13) в [9].

При получении равномерной асимптотики поля в этих задачах из интегрального представления точного решения степенную особенность в подынтегральном выражении следует выделять не как в [9], а аналогично [8], т. е. после домножения числителя и знаменателя величин $V(\tau)$ и $R(\tau)$, определяемых в [9] соответственно формулами (3) и (10), на выражение для знаменателя, взятое с противоположным знаком при втором слагаемом.

Авторы благодарят В. А. Боровикова и Б. Е. Кинбера за замечания и полезную дискуссию.

В дополнение авторы выражают признательность В. М. Бабичу и Т. Б. Яновской за справедливые критические замечания относительно [1, 9], поступившие в редакцию независимо и одновременно с настоящим сообщением. Ошибки в работах [1, 9] исправлены авторами в данном сообщении.

ЛИТЕРАТУРА

1. Орлов Ю. И., Тропкин С. К. — Изв. вузов — Радиофизика, 1981, 24, № 3, с. 334.
2. Боровиков В. А. Дифракция на многоугольниках и многогранниках.— М.: Наука, 1966.
3. Боровиков В. А., Кинбер Б. Е. Геометрическая теория дифракции. — М.: Связь, 1978.
4. Lewis R. M, Boersma J.— J. Math. Phys., 1969, 10, № 12, p. 2291.
5. Орлов Ю. И., Тропкин С. К. — Изв. вузов — Радиофизика, 1981, 24, № 11, с. 1383.
6. Бреховских Л. М. Волны в слоистых средах. — М.: Наука, 1973.
7. Bleistein N. — Comm. Pure Appl. Math., 1966, 19, № 4, p. 353.
8. Yanovskaja T. B. — Proc. the Royal Society of London, 1969, A313, № 1515, p. 477.
9. Орлов Ю. И., Тропкин С. К.— Изв. вузов — Радиофизика, 1981, 24, № 8, с. 1008.

Ю. И. Орлов, С. К. Тропкин