ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

Том XXVI, № 12 РАДИОФИЗИКА 1983

УДК 539 09

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ВОЛН В ПОТОКЕ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ НАД ПЕРИОДИЧЕСКИ НЕРОВНОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ

А. Н. Кондратенко, С. И. Ханкина, И. В. Яковенко

Изучается неустойчивость пучка, вызванная взаимодействием медленных и быстрых волн пространственного заряда над периодически неровной поверхностью. Найдены спектр и инкремент нарастания поверхностных колебаний в присутствии постоянного магнитного поля

В настоящее время хорошо изучены неустойчивости в газоразрядной и твердотельной плазме, обусловленные прохождением через среду потока заряженных частиц [1]. Известно, что движение электронного пучка сопровождается возникновением коллективных колебаний — быстрых и медленных волн пространственного заряда (ВПЗ), фазовые скорости которых соответственно больше или меньше скорости пучка. В однородных средах эти волны распространяются независимо. Неоднородность любого происхождения приводит к взаимной трансформации ВПЗ и к их неустойчивости [2].

Аналогичные явления наблюдаются в ограниченных структурах. Если пучок движется вдоль границы раздела сред, то возникают поверхностные ВПЗ, которые при определенных условиях взаимодействуют с собственными колебаниями [3]. Если поверхность среды, над которой проходит пучок, имеет шероховатости, то в пучке наступает взаимодействие ВПЗ друг с другом.

В настоящей статье изучается неустойчивость пучка, вызванная взаимодействием медленных и быстрых ВПЗ над периодически неровной поверхностью. Произвольный периодический характер функции, описывающей неровности, расширяет пределы применимости рассмотренной задачи, делает возможным использование результатов в электронных системах с гармоническими неровными поверхностями, с поверхностями типа эшелетт и т. д.

Пусть моноэнергетический поток частиц с зарядом e, массой m и плотностью n_0 движется со скоростью v_0 над поверхностью твердого тела. Пучок предполагается полностью скомпенсированным, тепловым движением частиц в нем пренебрегаем. В невозмущенном состоянии плотности тяжелой и легкой компонент пучка одинаковы. Переменное поле возмущает только электронную компоненту, плотность и скорость ионов остаются неизменными.

Систему координат выбираем таким образом, что периодическая функция $y=\alpha\psi(z)$ описывает поверхность твердого тела, α — параметр, характеризующий величину отклонения поверхности от плоскости $y=0$, причем он много меньше длины волны. Между твердым телом и пучком имеется зазор шириной a — область $\alpha\psi(z)\leqslant y\leqslant a$ (среда *2*), $y\geqslant a$ — пучок (среда *1*), $y<\alpha\psi(z)$ — твердое тело (среда *3*). Постоянное магнитное поле H_0 и скорость пучка направлены вдоль оси $0z$.

Система уравнений задачи состоит из уравнений гидродинамики, описывающих пучок, и уравнений электростатики. Использование по-

следних связано с тем, что скорость пучка и фазовые скорости колебаний предполагаются малыми по сравнению со скоростью света:

$$\partial n/\partial t + \operatorname{div}(n_0 \boldsymbol{v} + n \boldsymbol{v}_0) = 0, \tag{1}$$

$$\partial \boldsymbol{v}/\partial t + (\boldsymbol{v}_0 \nabla)\, \boldsymbol{v} = (e/m)\, \boldsymbol{E} + (e/mc)[\boldsymbol{v} \boldsymbol{H}_0];$$

$$\operatorname{rot} \boldsymbol{E} = 0, \qquad \operatorname{div} \boldsymbol{D} = 4\pi e n, \tag{2}$$

где $\boldsymbol{E}$ — электрическое поле, $\boldsymbol{D} = \hat{\varepsilon} \boldsymbol{E}$ — вектор электрической индукции, ε — диэлектрическая проницаемость среды, n, v — отклонения концентрации и скорости электронов пучка от их равновесных значений, причем $n \ll n_0$, $v \ll v_0$.

Зависимость всех переменных величин от координат и времени предполагаем экспоненциальной, например

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}, t) = \sum_j \boldsymbol{E}_j(t) \exp\left[i(k_x x + k_{yj} y + k_{zj} z - \omega t)\right],$$
$$k_{yj}^2 = -k_x^2 - k_{zj}^2 (\varepsilon_{zz}/\varepsilon_{xx}) = -\varkappa_j^2, \tag{3}$$

где $\varepsilon_{zz} = 1 - \Omega_0^2/(\omega - k_z v_0)^2$, $\varepsilon_{xx} = 1 - \Omega_0^2/[\Omega_H^2 - (\omega - k_z v_0)^2]$ — компоненты тензора диэлектрической проницаемости в пучке, $\Omega_0^2 = 4\pi e^2 n_0/m$, $\Omega_H = eH_0/mc$, $E_j(t)$ — медленно меняющаяся во времени функция. Знак у k_{yj} в средах *1* и *3* выбирается из условия излучения, т. е. из отсутствия нарастающих решений при $y = \pm\infty$. Коэффициенты $E_j(t)$ определяются из граничных условий.

В качестве граничных условий воспользуемся непрерывностью тангенциальных составляющих электрического поля на плоскости $y=a$ и поверхности $y=\alpha\psi(z)$, т. е.

$$E_z^{(1)} = E_z^{(2)}\big|_{y=a}; \tag{4}$$

$$[\boldsymbol{E}^{(2)} - \boldsymbol{E}^{(3)}, \boldsymbol{N}]\big|_{y=\alpha\psi(z)} = 0, \tag{5}$$

$\boldsymbol{N}$ — единичный вектор нормали к поверхности $y=\alpha\psi(z)$,

$$N_x = 0, \quad N_y = \{\sqrt{1 + [\alpha(\partial\psi/\partial z)]^2}\}^{-1},$$

$$N_z = -\frac{\alpha(\partial\psi/\partial z)}{\sqrt{1 + [\alpha(\partial\psi/\partial z)]^2}}, \qquad \alpha\frac{\partial\psi}{\partial z} \ll 1.$$

Нормальная составляющая электрической индукции при движении пучка вдоль границы сред претерпевает разрыв, связанный с возникновением поверхностного тока [4]. В данном случае из уравнений (1) и уравнений Пуассона получим, что при $y=a$

$$\varepsilon_{\text{эфф}}(\omega, k_{zj}) E_{yj}^{(1)} - \varepsilon_2 E_{yj}^{(2)} = 0, \tag{6}$$

где

$$\varepsilon_{\text{эфф}}(\omega, k_{zj}) = 1 - \frac{\Omega_0^2}{(\omega - k_{zj} v_0)} \frac{(\omega - k_{zj} v_0 - (k_x/\varkappa_j)\Omega_H)}{[(\omega - k_{zj} v_0)^2 - \Omega_H^2]}.$$

На границе $y=\alpha\psi(z)$ нормальная составляющая вектора электрической индукции — непрерывная величина,

$$(\boldsymbol{D}^{(2)} - \boldsymbol{D}^{(3)}, \boldsymbol{N}) = 0. \tag{7}$$

Воспользовавшись малостью неровностей, перенесем граничные условия с поверхности $y=\alpha\psi(z)$ на плоскость $y=0$. Для этого необ-

ходимо величины, входящие в (5) и (7), разложить вблизи $y=0$ в ряд по степеням $\alpha\psi(z)$ и удержать первые два члена разложения:

$$\boldsymbol{E} = \boldsymbol{E}(0) + \partial\boldsymbol{E}/\partial y|_{y=0}\,\alpha\psi(z) + \ldots,$$

$$\boldsymbol{D} = \boldsymbol{D}(0) + \partial\boldsymbol{D}/\partial y|_{y=0}\,\alpha\psi(z) + \ldots$$

В этом случае соотношения (5) и (7) приводятся к виду

$$E_z^{(2)} - E_z^{(3)} + \alpha\left[\left(\frac{\partial E_z^{(2)}}{\partial y} - \frac{\partial E_z^{(3)}}{\partial y}\right)\psi + (E_y^{(2)} - E_y^{(3)})\frac{\partial\psi}{\partial z}\right]\Bigg|_{y=0} = 0; \quad (5a)$$

$$\varepsilon_2 E_y^{(2)} - \varepsilon_3 E_y^{(3)} + \alpha\left[\left(\varepsilon_2\frac{\partial E_y^{(2)}}{\partial y} - \varepsilon_3\frac{\partial E_y^{(3)}}{\partial y}\right)\psi + (\varepsilon_3 E_z^{(3)} - \varepsilon_2 E_z^{(2)})(\partial\psi/\partial z)\right]_{y=0} = 0 \quad (7a)$$

и при $\alpha=0$ совпадают с условиями на гладкой поверхности.

Спектр собственных колебаний системы $\omega(k)$ и его изменения $\delta\omega$ ($\delta\omega \ll \omega$), обусловленные неровностями поверхности, определяются алгебраическим уравнением, которое получено из условия существования решения системы (4), (5а)—(7а).

Если неровности на поверхности отсутствуют, то дисперсионное уравнение поверхностных колебаний имеет вид

$$\varepsilon_{\text{эфф}}(\omega, k_{zj}) = -(\varepsilon_3 + \varepsilon_2 \operatorname{th}\varkappa_j a)/(1 + (\varepsilon_3/\varepsilon_2)\operatorname{th}\varkappa_j a)\,. \quad (8)$$

При $H_0=0$ и $k_x \ll k_{zj}$ в рассматриваемой системе существуют медленные и быстрые поверхностные ВПЗ:

$$\omega - k_{z1,2}v_0 = \mp\Omega_0\sqrt{(\varepsilon_2 \operatorname{cth} k_{z1,2}a + \varepsilon_3)/\varepsilon^*_{1,2}}\,,$$
$$\varepsilon^*_{1,2} = \varepsilon_2(1+\varepsilon_3)\operatorname{cth} k_{z1,2}a + \varepsilon_2^2 + \varepsilon_3. \quad (9)$$

Неровности поверхности приводят к взаимодействию этих колебаний и к изменению их спектра. Так как неровности малы, то для решения можно воспользоваться методом малых возмущений. Следует учесть, что в невозмущенном состоянии ($\alpha=0$) в пучке одному значению частоты соответствуют два значения проекции волнового вектора на ось $0z$ — k_{z1} и k_{z2}:

$$k_{z1} - k_{z2} = \frac{\Omega_0}{v_0}\left[\sqrt{\frac{\varepsilon_2 \operatorname{cth} k_{z1}a + \varepsilon_3}{\varepsilon_1^*}} + \sqrt{\frac{\varepsilon_2 \operatorname{cth} k_{z2}a + \varepsilon_3}{\varepsilon_2^*}}\right], \quad (10)$$

т. е. состояние системы является вырожденным.

Решение системы невозмущенных уравнений ищется в виде суммы решений, которые соответствуют волновым векторам k_{z1} и k_{z2}. Воспользуемся тем, что функции $\exp(ik_{z1}z)$ и $\exp(ik_{z2}z)$ ортонормированы $\left(\int\limits_{-L/2}^{L/2}\exp[i(k_{z\alpha}-k_{z\beta})z]\,dz = L\delta_{\alpha\beta},\quad \alpha,\beta=1,2,\quad \delta_{\alpha\beta}\right.$ — символ Кронекера, L — размер системы вдоль оси $0z$), а функция $\psi(z)$ — периодическая и $\int\limits_{-L/2}^{L/2}\psi(z)\,dz = \int\limits_{-L/2}^{L/2}(\partial\psi/\partial z)\,dz = 0$. Методом, описанным в [5] и примененным к системе уравнений, найдем

$$(\delta\omega)^2 = -[\alpha^2 k_{z1}k_{z2}|J_{12}|^2\varepsilon_2^2(\varepsilon_2^2-\varepsilon_3^2)^2\Omega_0^2]\,[4\operatorname{sh}^2 k_{z1}a\operatorname{sh}^2 k_{z2}a\,\varepsilon_1^{*3/2}\varepsilon_2^{*3/2}\times$$
$$\times(\varepsilon_2\operatorname{cth}k_{z1}a+\varepsilon_3)^{1/2}(\varepsilon_2\operatorname{cth}k_{z2}a+\varepsilon_3)^{1/2}]^{-1}, \quad (11)$$

где

$$J_{12} = \frac{1}{L} \int_{-L/2}^{L/2} \psi(z) \exp[i(k_{z1} - k_{z2}) z]\, dz.$$

Таким образом, в результате резонансного взаимодействия на периодической неровной поверхности быстрой и медленной ВПЗ может возникнуть усиление поверхностных колебаний. Инкремент нарастания пропорционален размеру неровностей и корню квадратному из плотности пучка.

Если толщина зазора меньше длины волны в z-направлении, $k_{z1}a \ll 1$, $k_{z2}a \ll 1$, то

$$\omega - k_{z1,2}v_0 = \mp \Omega_0/\sqrt{1+\varepsilon_3}, \qquad (12)$$

$$(\delta\omega)^2 = -\frac{\alpha^2 k_{z1}k_{z2} |J_{12}|^2 (\varepsilon_2^2 - \varepsilon_3^2)^2 \Omega_0^2}{\varepsilon_2^2 (1+\varepsilon_3)^3}.$$

Приведем выражение для спектра поверхностных колебаний и $\delta\omega$ в случае, когда $y = \alpha\psi(z)$ служит границей раздела с металлом. Тогда

$$\omega - k_{z1,2}v_0 = \mp \Omega_0/\sqrt{\varepsilon^2 \operatorname{cth} k_{z1,2}a + 1}, \qquad (13)$$

$$(\delta\omega)^2 = -(\alpha^2 k_{z1}k_{z2} |J_{12}|^2 \varepsilon_2^2 \Omega_0^2)[4 \operatorname{sh}^2 k_{z1}a \operatorname{sh}^2 k_{z2}a \times$$
$$\times (\varepsilon_2 \operatorname{cth} k_{z1}a + 1)^{3/2} (\varepsilon_2 \operatorname{cth} k_{z2}a + 1)^{3/2}]^{-1}.$$

При $k_{z1}a \ll 1$, $k_{z2}a \ll 1$

$$\omega - k_{z1,2}v_0 = \mp \Omega_0 \sqrt{\frac{k_{z1,2}a}{\varepsilon_2}}, \qquad (\delta\omega)^2 = \frac{-\alpha^2\Omega_0^2 |J_{12}|^2}{4\varepsilon_2 a} \sqrt{k_{z1}k_{z2}}. \qquad (14)$$

Инкремент достигает максимального значения, если $\alpha \sim a$. Для типичных значений параметров $v_0 \simeq 0{,}1$ *с*, $k_z = 6$ *см*, $n_0 \simeq 10^{10}$ *см*$^{-3}$, $a \sim \alpha \simeq 5 \cdot 10^{-2}$ *см*, $\omega \simeq 10^{10}$ *с*$^{-1}$, $\operatorname{Im} \delta\omega \simeq 10^7$ *с*$^{-1}$. Для получения значительных инкрементов необходимо использовать пучки с большой плотностью электронов. Перспективной с этой точки зрения является полупроводниковая плазма с дрейфом носителей. Учитывая, что активационная частота зависит от толщины зазора, можно обеспечить условия вырождения для дрейфующих электронов.

Обычно для фокусировки пучка используются магнитные поля. В постоянном магнитном поле поверхностные колебания* существуют только при «косом» распространении, когда угол между волновым вектором и магнитным полем, направленным вдоль границы, — большой ($k_x^2 > k_{zj}^2 \mid \varepsilon_{zz}/\varepsilon_{xx} \mid$). Распространение этих волн относительно магнитного поля является невзаимным. В невозмущенной структуре в положительном направлении оси $0x$ ($k_x > 0$) распространяются ВПЗ (см. (8)), для которых

$$\omega - k_{z1,2}v_0 = -\frac{\Omega_H}{2} \pm \sqrt{\frac{\Omega_H^2}{4} + \Omega_0^2 \frac{\varepsilon_2 \operatorname{cth} k_x a + \varepsilon_3}{\varepsilon^*}}, \qquad (15)$$

$$\varepsilon^* = \varepsilon_2(1+\varepsilon_3) \operatorname{cth} k_x a + \varepsilon_2^2 + \varepsilon_3;$$

в отрицательном направлении ($k_x < 0$)

* Следует отметить, что спектр поверхностных плазменных колебаний, существующих в структуре плазма — тонкий диэлектрик — металл, аналогичен спектру плазмонов в двумерном электронном газе с эффективной поверхностной плотностью $n_0 a$ [6]

$$\omega - k_{z3,4} v_0 = \frac{\Omega_H}{2} \mp \sqrt{\frac{\Omega_H^2}{4} + \Omega_0^2 \frac{\varepsilon_2 \operatorname{cth} k_x a + \varepsilon_3}{\varepsilon^*}}. \tag{16}$$

На периодически неровной поверхности происходит изменение их спектра на величину

$$(\delta\omega)^2 = -\frac{\alpha^2 k_x |J_{12}|^2 \varepsilon_2^2 (\varepsilon_2^2 - \varepsilon_3^2)^2 \Omega_0^4}{4\varepsilon^{*3} \operatorname{sh}^4 k_x a \left[(\Omega_H^2/4)\varepsilon^* + \Omega_0^2(\varepsilon_2 \operatorname{cth} k_x a + 1)\right]} \tag{17}$$

$$(k_x > 0).$$

Для отрицательных значений k_x в формуле (17) нужно заменить k_{z1}, k_{z2} соответственно на k_{z3} и k_{z4}, а Ω_H — на $-\Omega_H$.

Если среда *3* — металл, то спектр колебаний и инкремент нарастания определяются следующими формулами:

$$\omega - k_{z1,2} v_0 = -\frac{\Omega_H}{2} \mp \sqrt{\frac{\Omega_H^2}{4} + \frac{\Omega_0^2}{\varepsilon_2 \operatorname{cth} k_x a + 1}},$$

$$(\delta\omega)^2 = -(\alpha^2 k_x^2 |J_{12}|^2 \varepsilon_2^2 \Omega_0^4)\{4 \operatorname{sh}^4 k_x a (\varepsilon_2 \operatorname{cth} k_x a + 1)^3 \times \tag{18}$$

$$\times \left[(\Omega_H^2/4)(\varepsilon_2 \operatorname{cth} k_x a + 1) + \Omega_0^2\right]\}^{-1}.$$

При $k_x a \ll 1$

$$\omega - k_{z1,2} v_0 = -\frac{\Omega_H}{2} \mp \sqrt{\frac{\Omega_H^2}{4} + \frac{\Omega_0^2 k_x a}{\varepsilon_2}},$$

$$(\delta\omega)^2 = -\frac{\alpha^2 k_x |J_{12}|^2 \Omega_0^4}{4a\varepsilon_2 \left[\Omega_0^2 + \Omega_H^2(\varepsilon_2/4k_x a)\right]}. \tag{19}$$

Из сравнения выражений (14) и (19) видно, что инкремент нарастания в присутствии магнитного поля H_0 меньше, чем без него. Это связано с тем, что магнитное поле ограничивает движение частиц в поперечном направлении и, следовательно, взаимодействие частиц с переменным электрическим полем в этом направлении ослабевает, что и приводит к уменьшению инкремента.

Полученные результаты могут быть использованы для диагностики свойств поверхности твердого тела.

ЛИТЕРАТУРА

1. Михайловский А. Б., Теория плазменных неустойчивостей — М.: Атомиздат, 1970, с. 294.
2. Ханкина С И, Яковенко В. М.— ФТП, 1982, **16**, вып. 9, с. 1626.
3. Канер Э. А., Яковенко В. М. — УФН, 1975, **15**, № 1, с. 41.
4. Михайловский А. Б, Пашицкий Э А. — ЖЭТФ, 1965, **48**, вып. 6, с. 1787.
5. Соколов А А, Тернов И М, Жуковский В. И. Квантовая механика — М: Наука, 1979, с 528
6. Крашенинников М. В, Чаплик А. В. — ФТП, 1981, **15**, вып. 1, с 32; Solid State, 1980, **35**, № 2, с. 189

Институт радиофизики и электроники
АН УССР

Поступила в редакцию
26 июля 1982 г.,
в окончательном варианте
11 мая 1983 г.

THE INTERACTION OF WAVES IN CHARGED PARTICLES CURRENT ABOVE PERIODICALLY ROUGH SURFACE

A.N. Kondratenko, S. I. Khankina, I. V. Yakovenko

The current instability caused by the slow and fast space-charge waves interaction above the periodically rough surface is concidered. The spectrum and growth increment of the surface waves are found both in the presence of the static magnetic field and in the absence of it.