ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

Том XXVI, № 12 *РАДИОФИЗИКА* *1983*

УДК 533 922

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ РЕЛЯТИВИСТСКОГО ЭЛЕКТРОННОГО ПУЧКА С ИОННО-ЗВУКОВОЙ ВОЛНОЙ ИЗОТРОПНОЙ ПЛАЗМЫ

В. А. Балакирев, В. А. Буц

Исследовано возбуждение коротковолнового электромагнитного излучения при взаимодействии релятивистского электронного пучка с плазмой, плотность которой промодулирована ионно-звуковой волной. Рассмотрены случаи, когда ионно-звуковая волна распространяется вдоль пучка и навстречу ему. Показано, что в первом случае возбуждение излучения сопровождается усилением, а во втором — затуханием ионно-звуковой волны.

Как известно, электронный пучок, движущийся в периодически неоднородной среде, неустойчив относительно возбуждения электромагнитного излучения [1]. В основе такой неустойчивости лежит эффект переходного излучения электронов, пересекающих неоднородную среду [2]. Характерной особенностью неусточивости на переходном излучении является то, что длина волны возбуждаемых колебаний может быть существенно (примерно в $2\gamma_0^2$ раз, γ_0 — релятивистский фактор пучка) короче периода неоднородности. Это позволяет использовать такую неустойчивость для возбуждения коротковолнового излучения.

В работе [6] построена теория возбуждения электромагнитного излучения релятивистским электронным пучком (РЭП), движущимся в плазменном волноводе, плотность которого промодулирована ионно-звуковой волной при наличии внешнего бесконечно сильного магнитного поля. Модель бесконечно сильного поля применима только тогда, когда частоты всех волн существенно ниже электронной циклотронной частоты.

В настоящей работе исследован другой предельный случай — слабого магнитного поля, когда его влиянием на динамику возбуждения колебаний можно пренебречь. Рассмотрен наиболее интересный случай возбуждения коротковолнового излучения, когда электромагнитная волна распространяется вдоль пучка. Условия пространственного и временного синхронизма между взаимодействующими колебаниями плазмы и электронным пучком могут быть выполнены в двух случаях. В первом случае в резонансе с пучком находится комбинационная волна с суммарной частотой

$$\omega_t + \omega_s = (\boldsymbol{k}_t + \boldsymbol{k}_s)\,\boldsymbol{v}_0, \qquad (1)$$

где $\omega_{t,s}$ и $\boldsymbol{k}_{t,s}$ — частоты и волновые векторы поперечной электромагнитной и продольной ионно-звуковой волн, $\boldsymbol{v}_0$ — равновесная скорость пучка. Такая ситуация возможна, когда ионно-звуковая волна распространяется вдоль пучка $(\boldsymbol{k}_s\boldsymbol{v}_0 > 0)$. Во втором случае резонансной является комбинационная волна с разностной частотой

$$\omega_t - \omega_s = (\boldsymbol{k}_t + \boldsymbol{k}_s)\,\boldsymbol{v}_0. \qquad (2)$$

Условие (2) может выполняться, если ионно-звуковая волна распространяется навстречу пучку ($\boldsymbol{k}_s\boldsymbol{v}_0 < 0$). Каждый из этих случаев рассмотрен отдельно.

1. Постановка задачи. Исходные уравнения. Рассмотрим безграничную плазму с плотностью частиц n_0. Будем считать, что плазма неизотермическая, $T_e \gg T_i$, где $T_{e,i}$ — температура электронов и ионов. Вдоль оси z движется моноэнергетический РЭП, равновесная плотность которого n_b. Внешнее магнитное поле отсутствует.

Рассеяние высокочастотного (ВЧ) электромагнитного поля на низкочастотном (НЧ) возмущении плотности δn в присутствии электронного пучка описывается следующим уравнением:

$$\Delta\mathcal{E} - \nabla(\nabla\mathcal{E}) + k_0^2\varepsilon\mathcal{E} + 2i\frac{\omega}{c^2}\frac{\partial\mathcal{E}}{\partial t} = -\frac{8\pi i\omega}{c^2}j_{b\omega} + \frac{\omega_{Le}^2}{c^2}\frac{\delta n}{n_0}\mathcal{E}. \quad (3)$$

Здесь $\mathcal{E}$ — медленно меняющаяся со временем огибающая ВЧ электрического поля $\boldsymbol{E}$,

$$\boldsymbol{E} = (1/2)\left[\mathcal{E}\exp(-i\omega t) + \text{к. с.}\right],$$

$k_0 \equiv \omega c^{-1}$, c — скорость света в вакууме, $\varepsilon = 1 - \omega_{Le}^2\omega^{-2}$, $\omega_{Le}^2 \equiv 4\pi e^2 n_0 m^{-1}$ — ленгмюровская частота электронов плазмы,

$$j_{b\omega} = \frac{\omega}{2\pi}\int\limits_0^{2\pi/\omega} j_b e^{i\omega t}\,dt, \quad (4)$$

j_b — плотность тока пучка. Отметим, что в уравнении (3) мы пренебрегли тепловым движением электронов плазмы. Это оправдано для ВЧ ($\omega > \omega_{Le}$) электромагнитных волн, групповая скорость которых не определяется тепловым движением электронов плазмы.

Действие силы ВЧ давления будет приводить к перераспределению плотности плазмы. Уравнение, описывающее этот процесс, имеет вид

$$\frac{\partial^2\delta n}{\partial t^2} - c_s^2\Delta\delta n = \frac{1}{16\pi}\frac{\omega_{Le}^2}{\omega^2 M}\Delta|\mathcal{E}|^2, \quad (5)$$

$c_s^2 = T_e M^{-1}$ — скорость ионного звука, M — масса иона.

Ниже мы ограничимся случаем стационарной инжекции пучка в плазму и будем изучать пространственное распределение амплитуд колебаний, считая, что процесс является установившимся во времени.

2. Взрывная неустойчивость. Пусть в плазме возбуждена регулярная ионно-звуковая волна, распространяющаяся вдоль пучка. Из условий пространственно-временного синхронизма

$$\boldsymbol{\varkappa} = \boldsymbol{k}_t + \boldsymbol{k}_s, \quad \Omega = \omega_t + \omega_s, \quad (6)$$

где $\boldsymbol{\varkappa}$ и Ω — волновой вектор и частота резонансной с пучком ($\Omega = \varkappa_z v_0$) комбинационной волны, следует выражение для частоты электромагнитного излучения

$$\omega_t = k_s v_0\cos\alpha\,(1 - \beta_0\sqrt{\varepsilon}\cos\theta)^{-1}. \quad (7)$$

Здесь α и θ — углы между осью z и волновыми векторами $\boldsymbol{k}_s$ и $\boldsymbol{k}_t$ соответственно. В дальнейшем для простоты будем считать, что $\varkappa_x = 0$.

Ограничиваясь взаимодействием колебаний в рамках слабой нелинейности плазмы, ищем решение системы уравнений (3), (5) в виде

$$\mathcal{E} = A_t(z)\exp(ik_t r) + A_l(z)\exp(i\varkappa r - i\Omega t),$$
$$\delta n = (1/2)\,[\delta n_s \exp(ik_s r - i\omega_s t) + \text{к. с.}]. \tag{8}$$

Подставив выражения (8) в систему уравнений (3), (5), получим следующие укороченные уравнения для амплитуд взаимодействующих колебаний:

$$2ik_t\cos\theta\,\frac{\partial A_t}{\partial z} = \frac{1}{2}\,\frac{\omega_{Le}^2}{c^2}\,\frac{\delta n^*}{n_0}\,(A_l s)\,e^{i\delta z},$$
$$2ik_s\cos\alpha\,\frac{\partial\delta n}{\partial z} = \frac{\omega_{Le}^2}{\omega_t^2}\,\frac{k_s^2}{8\pi T_e}\,(A_l A_t^*)\,e^{i\delta z}; \tag{9}$$

$$A_{lz} = \frac{8\pi i e n_b v_0}{\omega\varepsilon}\,\rho + \frac{\omega_{Le}^2}{2\omega^2 n_0\varepsilon}\,\delta n s_z A_t\,e^{-i\delta z},$$
$$A_{lx} = \omega_{Le}^2\, s_x \delta n\, A_t e^{-i\delta z}\,[2c^2 n_0(k_0^2\varepsilon - \varkappa^2)]^{-1}; \tag{10}$$

здесь

$$\rho = \frac{1}{T}\int_0^T \exp(i\omega t_л - i\varkappa_z z)\,dt_0. \tag{11}$$

Интегрирование в (11) ведется по временам влета частиц пучка в плазму, $t_л(t_0, z)$ — время прихода в точку z частицы, влетевшей в плазму в момент времени t_0, $\boldsymbol{s}$ — единичный вектор в направлении $\boldsymbol{A}_t$, $s_z = \sin\theta$, $s_x = -\cos\theta$, $\delta = \varkappa_z - k_s\cos\alpha - k_t\cos\theta$. Уравнения (9), (10) необходимо дополнить уравнениями движения частиц пучка

$$v_z\frac{dp_z}{dz} = -e\,\mathrm{Re}\,A_{lz}\exp(-i\omega t_л + i\varkappa_z z), \qquad \frac{dt_л}{dz} = \frac{1}{v_{лz}},$$
$$v_z\frac{dp_x}{dz} = -e\,\mathrm{Re}\,A_{lx}\exp(-i\omega t_л + i\varkappa_z z), \qquad v_z\frac{dx}{dz} = v_x. \tag{12}$$

С учетом соотношений (10) уравнения (9) можно записать в виде

$$2ik_t\cos\theta\,\frac{\partial A_t}{\partial z} = \frac{1}{2}\,\frac{\omega_{Le}^2}{\omega_t^2 c^2\varepsilon}\,8\pi i e n_b v_0 \omega s_z \rho\,\frac{\delta n^*}{n_0}\,e^{i\delta z} +$$
$$+ \left(\frac{\omega_{Le}}{2c^2}\right)^2 A_t \left|\frac{\delta n}{n_0}\right|^2 \left(\frac{s_z^2}{k_0^2\varepsilon} + \frac{s_x^2}{k_0^2\varepsilon - \varkappa^2}\right); \tag{13а}$$

$$2ik_s\cos\alpha\,\frac{\partial\delta n}{\partial z} = \frac{\omega_{Le}^2}{\omega_t^2}\,\frac{k_s^2 s_z}{8\pi T_e}\,\frac{8\pi i e n_b v_0}{\omega\varepsilon}\,\rho A_t^*\,e^{i\delta z} +$$
$$+ \frac{\omega_{Le}^4}{2\omega^4}\,\frac{k_s^2}{c^2 8\pi T_e}\,\frac{\delta n}{n_0}\,|A_t|^2 \left(\frac{s_z^2}{k_0^2\varepsilon} + \frac{s_x^2}{k_0^2\varepsilon - \varkappa^2}\right). \tag{13б}$$

Первое слагаемое в правой части уравнения (13а) описывает возбуждение электромагнитного излучения электронным пучком, движущимся в периодически неоднородной плазме. Второе слагаемое учитывает нелинейное изменение фазовой скорости электромагнитной волны под действием ионного звука. Уравнение (13б) описывает обратное воздействие ВЧ колебаний на ионно-звуковую волну.

Для дальнейшего анализа удобно перейти к безразмерным переменным:

$$\xi = \frac{\omega_t}{v_0}\frac{\Theta}{\gamma_0^2}z,\quad \nu = \frac{p_0 - p_z}{p_0\Theta},\quad \Theta = \sqrt{\frac{\omega_b^2\gamma_0}{\omega_t^2\varepsilon}},\quad \tau = \frac{1}{T}\left(t - \frac{z}{v_0}\right),\quad C_t = \frac{A_t}{\widetilde{A}_t},$$

$$C_s = \frac{\delta n}{n_0\widetilde{A}_s},\quad \widetilde{A}_t = \left[8\pi\beta_0^3\frac{\gamma_0\omega_t n_b}{k_t c\cos\theta}mc^2\Theta\right]^{1/2},\quad \widetilde{A}_s = \left[2\beta_0^2\frac{k_s v_0\gamma_0 n_b}{\omega_t\cos\alpha T_e n_p}\times\right.$$

$$\left.\times mc^2\Theta\right]^{1/2},\quad \Delta = \frac{v_0\gamma_0^2}{\omega_t\Theta}\left[\frac{\omega_t}{v_0} - k_t\cos\theta - k_s\cos\alpha\right].$$

В этих переменных система уравнений (13а), (12) принимает вид

$$dC_t/d\xi = \mu\rho C_s^* e^{i\Delta\xi} - i\chi C_t|C_s|^2; \tag{14а}$$

$$dC_s/d\xi = \mu\rho C_t^* e^{i\Delta\xi} - i\chi C_s|C_t|^2; \tag{14б}$$

$$d\tau/d\xi = \nu/2\pi; \tag{15а}$$

$$d\nu/d\xi = (\mu C_t C_s e^{-i\Delta\xi} + i\rho)\,e^{-2\pi i\tau} + \text{к. с.}; \tag{15б}$$

$$\rho = \int_0^1 e^{2\pi i\tau}d\tau_0. \tag{16}$$

Здесь

$$\mu = \frac{\omega_{Le}^2}{2\omega_t^2}\beta_0^2\gamma_0\sqrt{\frac{mn_bc^2\gamma_0}{n_pT_e\varepsilon}\frac{k_s}{k_t}\frac{\sin^2\theta}{\cos\theta\cos\alpha}},$$

$$\chi = \frac{1}{4}\frac{\omega_{Le}^4}{\omega_t^2c^2}\beta_0^4\gamma_0^2\frac{k_s\gamma_0mc^2}{k_t\cos\theta\cos\alpha}\frac{n_b}{n_p}\frac{1}{T_e}\left[\frac{\sin^2\theta}{k_0^2\varepsilon} + \frac{\cos^2\theta}{k_0^2\varepsilon - x^2}\right].$$

Отметим, что в уравнениях (15) мы пренебрегли зависимостью продольной скорости от поперечного импульса электронов пучка. Коэффициент преобразования энергии пучка в электромагнитное излучение, определенный как отношение потока энергии электромагнитной волны

$$S_z = (c/8\pi)\,\mathrm{Re}\,E_xH_y^*$$

к начальному потоку энергии пучка

$$S_b = n_bv_0mc^2(\gamma_0 - 1),$$

связан с безразмерной амплитудой электромагнитной волны соотношением

$$\eta = \Theta[(\gamma_0 + 1)/2\gamma_0]\,|C_t|^2. \tag{17}$$

Система уравнений (14) имеет интеграл

$$|C_t|^2 - |C_s|^2 = \text{const}, \tag{17а}$$

из которого следует, что нарастание электромагнитной волны сопровождается увеличением амплитуды ионно-звуковой волны, т. е. увеличением глубины модуляции плотности плазмы.

Систему уравнений (14)—(16) в общем случае можно решить только численными методами. Однако на начальной стадии неустойчивости, когда амплитуды колебаний малы и они слабо возмущают траектории электронов, уравнения (15), (16) можно упростить и записать в виде

$$
\begin{gathered}
d^2\rho/d\xi^2 + \rho = i\,\mu\, C_t C_s e^{-i\Delta\xi}, \\
dC_t/d\xi = \mu\rho C_s^* e^{i\Delta\xi} - i\chi C_t\,|C_s|^2, \\
dC_s/d\xi = \mu\rho C_t^* e^{i\Delta\xi} - i\chi C_s\,|C_t|^2.
\end{gathered} \tag{18}
$$

В приближении заданной амплитуды ионно-звуковой волны после подстановки в первые два уравнения (18)

$$\rho = \rho_0 e^{i\Gamma\xi}, \quad C_t = C_{t0} e^{i\Delta\xi + i\Gamma\xi}$$

находим следующее дисперсионное уравнение [3]:

$$(1-\Gamma^2)\,(\Delta+\Gamma+\chi|C_{s0}|^2) = \mu^2|C_{s0}|^2. \tag{19}$$

Значение инкремента неустойчивости определяется параметром

$$\Pi = \mu^2\,|C_{s0}|^2 = \frac{1}{8}\,\frac{\omega_{Le}^4}{\omega_t^4}\,\beta_0^2\,\gamma_0^2\,h^2\,\frac{\omega_t}{\Theta\varepsilon k_t v_0}\,\frac{\sin^2\theta}{\cos\theta}, \tag{20}$$

где $h = \delta n_{s0}/n_0 = e\,\Phi_{s0}/T_e$ — глубина модуляции плотности плазмы, Φ_{s0} — амплитуда электрического потенциала ионно-звуковой волны.

Рассмотрим случай малых амплитуд ионно-звуковой волны

$$\Pi \ll 1,$$

когда необходим учет ВЧ пространственного заряда пучка. Инкремент в этом случае максимален при $\Delta = -1-\chi|C_{s0}|$ и равен

$$\operatorname{Im}\Gamma = \sqrt{\Pi/2}. \tag{21}$$

Этот инкремент соответствует распаду медленной ($v_f = \omega k^{-1} < v_0$) волны плотности заряда пучка, энергия которой, как известно, отрицательна, на электромагнитную и ионно-звуковую волны. Условие $\Delta = -1-\chi|C_{s0}|$ является условием пространственного синхронизма между указанными волнами. Из формул (20), (21) видно, что в рассмотренном случае инкремент неустойчивости пропорционален глубине модуляции плотности плазмы.

Откажемся теперь от приближения заданной глубины модуляции плотности плазмы и учтем в рамках уравнений (8) обратное влияние ВЧ колебаний на ионно-звуковую волну. Подставив в уравнения (18)

$$\rho = b(\xi)\,e^{i\xi},$$

где $b(\xi)$ — медленно меняющаяся в пределах 2π амплитуда медленной волны плотности заряда пучка, получим следующую систему укороченных уравнений:

$$
\begin{gathered}
2\,(db/d\xi) = \mu C_t C_s, \quad dC_t/d\xi = \mu b C_s^* - i\chi C_t\,|C_s|^2, \\
dC_s/d\xi = \mu b C_t^* - i\chi C_s\,|C_t|^2.
\end{gathered} \tag{22}
$$

Система уравнений (22) описывает взрывную неустойчивость, которая характеризуется одновременным ростом амплитуд всех взаимодействующих волн [4]. Если пренебречь нелинейным рассинхронизмом волн ($\chi=0$), то амплитуды волн формально обращаются в бесконечность, как $1/\sqrt{\xi-\xi_0}$. В частном случае $b(0)=0$ выражение для характерного расстояния развития неустойчивости имеет вид

$$\xi_0 = \sqrt{2/\Pi}\, K(\sigma), \quad \sigma = \sqrt{1 - R_{t0}^2 R_{s0}^{-2}},$$

$R_{t0,\,s0} \equiv |C_{t,s}(0)|$, $K(\sigma)$ — полный эллиптический интеграл ,

$$K(\sigma) = \int_0^1 \frac{dt}{\sqrt{(1-t^2)(1-t^2\sigma^2)}} \approx \ln\frac{4R_{s0}}{R_{t0}}, \quad (1-\sigma^2) \ll 1.$$

Нелинейное изменение волновых чисел электромагнитной и ионно-звуковой волн, описываемое в уравнениях (22) кубическими членами, приведет к нарушению синхронизма между волнами и ограничению их амплитуд на уровне

$$R_{tm} \simeq R_{sm} \simeq 2|b_m| \sim \left|\frac{\mu}{\chi}\right|, \quad \left|\frac{\mu}{\chi}\right| \gg R_{t0},\ R_{s0},\ |b_0|. \tag{23}$$

Описание взаимодействия волн плотности заряда пучка с колебаниями плазмы в рамках уравнений (18), (22) ограничено условием

$$\rho \ll 1,$$

из которого следует область применимости формулы (22)

$$|\mu/\chi| \ll 1.$$

В области параметров, где $|\mu/\chi| \lesssim 1$, определяющую роль в стабилизации взрывной неустойчивости будут играть эффекты, связанные с захватом частиц пучка волнами плотности заряда пучка [4].

Выше была исследована нелинейная неустойчивость в случае плотного пучка или малых глубин модуляции плотности плазмы, когда необходим учет ВЧ пространственного заряда пучка. Рассмотрим теперь обратный предельный случай, а именно будем считать, что

$$\Pi \gg 1. \tag{24}$$

В этом случае инкремент неустойчивости достигает максимального значения при $\Delta = -\chi|C_{s0}|^2$ и оказывается равным

$$\operatorname{Im}\Gamma = \left(\sqrt{3}/2\right)\Pi^{1/3}. \tag{25}$$

Инкремент (25) описывает модифицированный распад [3], когда в резонансе с комбинационной волной находятся как быстрая, так и медленная волны плотности заряда пучка. В рассмотренном случае инкремент пропорционален глубине модуляции плотности плазмы в степени 2/3.

Исследуем теперь в приближении заданной глубины модуляции плотности плазмы нелинейную стадию модифицированного распада. Условие (24) дает возможность пренебречь в правой части уравнения (15б) вторым слагаемым, учитывающим поле ВЧ пространственного заряда пучка. Тогда после замены переменных

$$C_t = \bar{C}_t \Pi^{1/6} e^{i\Delta\xi}, \quad \nu = \bar{\nu}\Pi^{1/3}, \quad \xi = \bar{\xi}\,\Pi^{-1/3}$$

систему уравнений, описывающую модифицированный распадный процесс, можно записать в виде [5]

$$\frac{d\overline{C}_t}{d\overline{\xi}} = \int_0^1 e^{2\pi i\tau}\, d\tau_0, \qquad \frac{d\overline{\nu}}{d\overline{\xi}} = \overline{C}_t e^{-2\pi i\tau}, \qquad \frac{d\tau}{d\overline{\xi}} = \frac{\overline{\nu}}{2\pi}. \tag{26}$$

Согласно этим уравнениям экспоненциальный рост электромагнитной волны на начальной стадии неустойчивости сменяется осцилляциями амплитуды, которые обусловлены фазовыми колебаниями сгустков пучка в поле комбинационной волны Максимальное значение амплитуды $|C_t|$ равно примерно 1,5. Для коэффициента преобразования энергии пучка в излучение в соответствии с формулой (17) имеем следующее выражение:

$$\eta \approx 2(\gamma_0+1)\gamma_0^{-1}\Theta\Pi^{1/3}. \tag{27}$$

Укажем, что рассмотрение в приближении заданной глубины модуляции плотности плазмы справедливо, если выполнено следующее условие:

$$R_{s0}^2 \gg \Pi^{1/3}, \tag{28}$$

которое ограничивает снизу допустимое значение начальной глубины модуляции плотности плазмы. Неравенство (28) легко получить, используя интеграл (17а). Если выполняется обратное неравенство, то неустойчивость будет приводить к существенному усилению ионно-звуковой волны.

3. Неустойчивость в случае встречной ионно-звуковой волны. В данном разделе мы рассмотрим неустойчивость, возникающую в случае, когда ионно-звуковая волна распространяется навстречу пучку. Как уже отмечалось, в этом случае в резонансе с пучком находится комбинационная волна с разностной частотой. Из условий пространственно-временного синхронизма

$$\omega_t = \omega_s + \Omega, \quad \varkappa_t = \varkappa_s, \quad k_t \cos\theta = \Omega v_0^{-1} - k_s \cos\alpha$$

следует выражение для частоты электромагнитного излучения

$$\omega_t = (k_s v_0 \cos\alpha + \omega_s)(1 - \beta_0 \sqrt{\varepsilon}\cos\theta)^{-1}.$$

Самосогласованная система уравнений, описывающая возбуждение излучения, в рассматриваемом случае имеет вид

$$\begin{gathered} dC_t/d\xi = \mu\rho C_s e^{i\Delta\xi} - i\chi C_t |C_s|^2, \quad dC_s/d\xi = -\mu\rho^* C_t e^{-i\Delta\xi} + i\chi C_s |C_t|^2, \\ d\tau/d\xi = \nu/2\pi, \quad d\nu/d\xi = (\mu C_t C_s^* e^{-i\Delta\xi} + i\rho)\, e^{-2\pi i\tau} + \text{к. с.} \end{gathered} \tag{29}$$

Обозначения и определения безразмерных переменных в системе уравнений (29) приведены в предыдущем разделе. Система уравнений (29) имеет интеграл (17а), это в данном случае означает, что усиление электромагнитной волны сопровождается затуханием ионно-звуковой волны, т. е. уменьшением глубины модуляции плотности плазмы.

При небольших амплитудах колебаний, когда справедливо гидродинамическое описание пучка, система уравнений (29) приводится к следующему виду:

$$\begin{gathered} d^2\rho/d\xi^2 + \rho = i\mu C_t C_s^* e^{-i\Delta\xi}, \quad dC_t/d\xi = \mu\rho C_s e^{i\Delta\xi} - i\chi C_t |C_s|^2, \\ dC_s/d\xi = -\mu\rho^* C_t e^{-i\Delta\xi} + i\chi C_s |C_t|^2. \end{gathered} \tag{30}$$

В приближении заданной глубины модуляции плотности плазмы из системы уравнений (30) следует дисперсионное уравнение (19), которое исследовано в предыдущем разделе. При малых глубинах модуляции плотности плазмы или плотного пучка ($\Pi \ll 1$) инкремент (21) в рассматриваемом случае соответствует процессу слияния ионно-звуковой и медленной пучковой волн. Обратное воздействие высокочастотных колебаний на ионно-звуковую волну можно учесть в рамках укороченных уравнений

$$2\frac{dB}{d\xi} = \mu C_t C_s^*, \quad \frac{dC_t}{d\xi} = \mu B C_s, \quad \frac{dC_s}{d\xi} = -\mu B^* C_t, \tag{31}$$

в которых мы для простоты пренебрегли кубическими членами в правых частях. В частном случае $B(\xi=0)=0$ решения уравнений (31) легко находятся:

$$|B| = \frac{1}{2} R_{s0}\frac{\operatorname{cn}\zeta}{\operatorname{sn}\zeta}, \quad R_t = R_{s0}\frac{\operatorname{dn}\zeta}{\operatorname{sn}\zeta}, \quad R_s = \frac{R_{s0}}{\operatorname{sn}\zeta}, \qquad \zeta \equiv K(\sigma) - (\mu/\sqrt{2})\,\xi R_{s0}, \tag{32}$$

где $\operatorname{sn}(\zeta)$, cn, dn — эллиптические функции. Предполагая, что в точке $\xi=L$ амплитуда ионно-звуковой волны задана, $R_s(\xi=L)=R_{sL}$, из трансцендентного уравнения

$$R_{sL} = R_{s0}/\operatorname{sn}[K(\sigma) - (\mu/\sqrt{2})LR_{s0}]$$

можно найти значение амплитуды ионно-звуковой волны в точке $\xi=0$. Корень этого уравнения находится аналитически в предельном случае

$$\frac{R_{s0}}{R_{t0}} \gg 1, \quad \frac{R_{s0}}{R_{sL}} \ll 1, \quad R_{s0} = \frac{R_{sL}}{1+\Gamma L}\ln\frac{4R_{sL}}{R_{s0}(1+\Gamma L)},$$

где Γ — инкремент, определенный в (21).

Из решений (32) видно, что амплитуды электромагнитной волны и медленной волны плотности заряда пучка монотонно нарастают по длине системы, а глубина модуляции плотности плазмы монотонно уменьшается от точки $\xi=L$ к началу системы координат ($\xi=0$). Необходимо отметить, что стационарное решение (32) возможно, если нет отраженных волн от границы системы. В противном случае отраженные волны будут осуществлять обратную связь и система будет работать в режиме генерации колебаний. В случае пучка малой плотности ($\Pi \gg 1$) в приближении заданной глубины модуляции плотности плазмы неустойчивость стабилизируется захватом пучка полем комбинационной волны с разностной частотой. Условие применимости приближения заданной глубины модуляции плотности плазмы имеет вид

$$R_{sL}^2 \gg \Pi^{1/3}.$$

Если выполняется противоположное неравенство, то насыщение неустойчивости произойдет вследствие уменьшения неоднородности плотности плазмы.

Необходимо отметить, что в рассматриваемой модели может развиваться плазменно-пучковая неустойчивость. Такая неустойчивость не будет развиваться в ограниченной плазме, помещенной во внешнее магнитное поле, если поперечный размер плазмы a и напряженность внешнего магнитного поля H_0 удовлетворяют условиям

$$\omega_t^2 \gg \left(\frac{eH_0}{mc}\right)^2 \gg \omega_{Le}^2, \qquad \beta_0^2\gamma_0^2 \gg \frac{\omega_{Le}^2 a^2}{c^2}.$$

Первое неравенство означает, что влиянием магнитного поля на движение электронов в поле поперечной электромагнитной волны можно пренебречь, а движение частиц в поле ленгмюровской волны можно считать замагниченным. Второе неравенство исключает возможность синхронизма электронного пучка с ленгмюровскими колебаниями замагниченной ограниченной плазмы. Наличие внешнего магнитного поля не нарушает применимости использованной в данной работе модели.

ЛИТЕРАТУРА

1 Буц В. А — ЖТФ, 1973, **53**, с 456
2 Тер-Микаэлян М. Л — ДАН СССР, 1960, **134**, с. 318
3. Братман В. Л, Гинзбург Н. С, Петелин М И. — ЖЭТФ, 1979, **76**, с 930
4 Рабинович М И, Фабрикант А Л — Изв вузов — Радиофизика, 1976, **19**, № 5—6, с. 721.
5. Онищенко И Н, Линецкий А Р, Мацыборко Н. Г, Шапиро В Д, Шевченко В И — Письма в ЖЭТФ, 1970, **12**, с. 407
6. Балакирев В. А, Буц В. А — Физика плазмы, 1982, 8, № 3, с. 529

Поступила в редакцию
6 сентября 1982 г,
после доработки
22 марта 1983 г.

INTERACTION OF A RELATIVISTIC ELECTRON BEAM WITH ION-SOUND WAVE OF THE ISOTROPIC PLASMA

V. A. Balakirev, V. A. Buts

Cases, when ion-sound wave propagate along or opposite the beam are considered. In the first case the ion-sound wave is amplificated and in the second case it is damped.

ИНФОРМАЦИЯ О НОВЫХ КНИГАХ

Красильников В. А., Крылов В. В. Введение в физическую акустику: Учебное пособие. / Под ред. В. А Красильникова. — М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1984 (IV кв) — 25 л

В книге сделана попытка изложения в концентрированном виде области физики, имеющей дело с взаимодействием акустических волн как на макроскопическом, так и на микроскопическом уровне Разобраны линейные и нелинейные задачи физической акустики, относящиеся к газам, жидкостям и твердым телам. Даны основные сведения по акустоэлектронике, акустооптике и распространению звуковых волн в магнитоупорядоченных кристаллах.

Для студентов и аспирантов физических, физико-технических и физико-химических специальностей, а также исследователей, занимающихся механикой жидкостей и газов, физикой твердого тела, радиофизикой, гидроакустикой и геофизикой.
