

УДК 523.164

ПОЛУЧЕНИЕ ПРИБЛИЖЕНИЯ К РАСПРЕДЕЛЕНИЮ РАДИОЯРКОСТИ ПО НАБЛЮДЕНИЯМ НА СИСТЕМАХ АПЕРТУРНОГО СИНТЕЗА

M. B. Конюков

Проанализированы методы обработки результатов наблюдений на системах апертурного синтеза по получению распределения радиояркости. Показано, что наиболее гибким и универсальным является метод, основанный на решении проблемы моментов в широком смысле слова, выдвинутой Канторовичем.

Основная задача наблюдательной радиоастрономии состоит в получении распределения радиояркости (РРЯ) по источнику по результатам наблюдений как на отдельных антенах с известными диаграммами направленности, так и на антенных системах типа систем апертурного синтеза (САС). РРЯ представляет собою функцию точек единичной сферы и при подходящих условиях может быть представлена функцией только двух декартовых координат точек единичной сферы с прямоугольной областью определения $S = [-\alpha \leq x \leq \alpha, -\beta \leq y \leq \beta]$. Вне прямоугольника функцию можно считать равной нулю. Далее, поскольку излучаемая мощность конечна, ниже, не уменьшая общности, будем полагать, что РРЯ $f(x, y)$ принадлежит пространству функций, интегрируемых с квадратом при ограниченном носителе $f(x, y) \in L_2(S)$. Известно, что любая функция из $L_2(S)$ представима интегралом Фурье:

$$f(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{f}(u, v) e^{-i(ux+vy)} du dv, \quad (1)$$

где $\tilde{f}(u, v)$ — преобразование Фурье функции $f(x, y)$ (заметим, что по теореме обратной теореме Винера — Пейли [1], функция $\tilde{f}(u+i\tau, v+i\mu)$ — целая функция первого порядка роста конечного типа). Тогда один из способов ее отыскания состоит в определении ее преобразования Фурье и вычислении интеграла (1). Наряду с РРЯ по источнику при известном ядре преобразования вводят понятие радиоизображения (ниже будет использоваться термин изображение), инвариантного по отношению к сдвигу [2]. Пусть (x_0, y_0) — параметры, определяющие относительное положение систем координат Oxy и $O\xi\eta$ (в первой задано РРЯ, во второй — диаграмма направленности). Тогда изображение $I(x_0, y_0)$ с ядром $A(x-x_0, y-y_0)$ дается интегралом:

$$I(x_0, y_0) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} A(x-x_0, y-y_0) f(x, y) dx dy. \quad (2)$$

Легко видеть, что изображение, вообще говоря, не принадлежит к тому же классу функций, что и РРЯ. Так, если $A(\xi, \eta)$ имеет ограниченный спектр Фурье, $I(x_0, y_0)$ будет функцией с неограниченным носите-

лем; если же носитель $A(\xi, \eta)$ ограничен, $I(x_0, y_0)$ будет иметь ограниченный носитель, отличный от носителя $f(x, y)$. Для данного РРЯ существует бесчисленное множество изображений, инвариантных по отношению к сдвигу. Наряду с (2) для изображения, инвариантного к сдвигу, имеют место следующие соотношения:

$$I(x_0, y_0) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{A}(u, v) \tilde{f}(u, v) e^{-i(u x_0 + v y_0)} du dv; \quad (2a)$$

$$I(x_0, y_0) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{A}(u, v) \frac{\tilde{I}_1(u, v)}{\tilde{A}_1(u, v)} e^{-i(u x_0 + v y_0)} du dv. \quad (2b)$$

Здесь $\tilde{A}(u, v)$ и $\tilde{A}_1(u, v)$ — преобразования Фурье ядер, $I_1(u, v)$ — преобразование Фурье изображения с ядром $A_1(x - x_0, y - y_0)$. Функция (2б) дает правильное изображение только в том случае, если область определения $\tilde{A}(u, v)$ содержится в области определения $\tilde{A}_1(u, v)$. Изображение источника может быть получено по результатам наблюдений с ядром $A(x - x_0, y - y_0)$, если полнота информации позволяет получить функцию $I(x_0, y_0)$ с использованием подходящей интерполяционной схемы или по преобразованию Фурье РРЯ с выбранным ядром по формуле (2а). Заметим, что в практике наблюдательной радиоастрономии часто получение изображения источника по наблюдениям считают основным экспериментальным результатом [3].

Таким образом, в наблюдательной радиоастрономии решаются следующие основные задачи.

а) По полученному из наблюдений изображению источника с ядром $A(x - x_0, y - y_0)$ найти РРЯ.

б) По полученному из наблюдений на САС преобразованию Фурье РРЯ найти распределение радиояркости по источнику. (Заметим, что результаты наблюдений на САС позволяют получить только преобразование Фурье РРЯ. Для построения изображения с использованием (2а) должно быть взято преобразование Фурье ядра, порождаемого подходящей диаграммой направленности. Принципиальное отличие САС от антенн со сформированными диаграммами направленности состоит именно в отсутствии у САС диаграмм направленности.)

в) По полученному из наблюдений на САС преобразованию Фурье РРЯ и выбранной диаграмме направленности получить изображение источника.

Из указанных задач ниже будет рассматриваться только задача получения РРЯ по наблюдениям на САС. Для реально существующих САС совокупность данных, как правило, неполна, и по ней нельзя получить преобразование Фурье РРЯ, определяемого произвольной функцией из $L_2(S)$. Поэтому задача б) для произвольной функции неразрешима, и ниже в этом случае будут рассматриваться только приближения к РРЯ по результатам наблюдений на САС. Далее, отсутствие принципиального отличия функций двух и одной переменных позволяет нам, простоты ради, ограничиться рассмотрением случая функций одной переменной:

$$f(x) \in L_2(-\alpha, \alpha), \quad \tilde{f}(\omega) \in L_2(-\infty, \infty).$$

1. В этом разделе будет рассматриваться задача получения РРЯ или приближения к нему по результатам наблюдений на САС; для которых отклик отдельного интерферометра дает значение преобразова-

ния Фурье для некоторой точки оси 0ω . В этом случае результаты наблюдений на одномерной САС образуют множество

$$\{\omega_k, \tilde{f}(\omega_k) = \tilde{f}_c(\omega_k) + i\tilde{f}_s(\omega_k)\}_{k=1}^K, \quad (3)$$

где ω_k — значение параметра интерферометра, реализовавшегося при отсчете с номером k , $\tilde{f}(\omega_k)$ — измеренный отклик интерферометра, а K — число различных результатов наблюдений в рассматриваемом эксперименте. Получение приближения к РРЯ по множеству (3) можно осуществить с использованием подходящей квадратурной формулы, построенной для упорядоченной совокупности узлов $\{\omega_k\}_{k=1}^K$:

$$f_{ap}^{(K)}(x) = \sum_{k=1}^K p_k \tilde{f}(\omega_k) e^{-i\omega_k x}, \quad (4)$$

где $\{p_k\}_{k=1}^K$ — веса используемой квадратурной формулы. Полученному приближению (4) свойственны два типа неустранимых ошибок. К первому относятся ошибки, обвязанные отсутствию информации о значениях преобразования Фурье вне интервала (ω_a, ω_b) :

$$\Delta f_1^{(K)}(x) = \int_{-\infty}^{\omega_a} \tilde{f}(\omega) e^{-i\omega x} d\omega + \int_{\omega_b}^{\infty} \tilde{f}(\omega) e^{-i\omega x} d\omega \quad (5)$$

$(\omega_a = \omega_1, \omega_b = \omega_K)$. Второй возникает из-за замены функции $\tilde{f}(\omega) e^{-i\omega x}$ ее кусочно-интерполирующей функцией на интервале интегрирования и имеет вид

$$\Delta f_2^{(K)}(x) = \int_{\omega_a}^{\omega_b} \tilde{f}(\omega) e^{-i\omega x} d\omega - f_{ap}^{(K)}(x). \quad (6)$$

Ошибка (6) определяется полнотой информации о значениях преобразования Фурье на интервале (ω_a, ω_b) и возрастает при увеличении числа и размеров «дыр». Сужение класса функций практически не меняет ошибок, если исключить из рассмотрения полиномы, для которых квадратурная формула (4) оказывается точной (это сделает равной нулю только ошибку (6)).

Ошибка (6) может быть уменьшена, если по множеству (3) значений преобразования Фурье РРЯ построить функцию

$$\tilde{f}_{ap}(\omega) = \begin{cases} p_K [\omega; \omega_1, \tilde{f}(\omega_1), \dots, \omega_K, \tilde{f}(\omega_K)], & \omega_a \leq \omega \leq \omega_b \\ 0, & \omega > \omega_b, \omega < \omega_a \end{cases} \quad (7)$$

с использованием интерполяционной процедуры (как правило, это сплайны невысокого порядка). Используя (7), приближение к РРЯ можно записать в виде

$$f_{ap}(x) = \int_{\omega_a}^{\omega_b} p_K [\omega; \omega_1, \tilde{f}(\omega_1), \dots, \omega_K, \tilde{f}(\omega_K)] e^{-i\omega x} d\omega. \quad (8)$$

Полученному приближению свойственны два типа ошибок. Первый определяется формулой (5) и имеет ту же величину, что и при использовании квадратурных формул. Что касается второго, то он определяется выражением

$$\Delta f_2(x) = \int_{\omega_a}^{\omega_b} \{ \tilde{f}(\omega) - p_K [\omega; \omega_1, \tilde{f}(\omega_1), \dots, \omega_K, \tilde{f}(\omega_K)] \} e^{-i\omega x} d\omega. \quad (9)$$

и может быть существенно ниже, чем в случае квадратурных формул, особенно при больших x [4]. Произвольная функция $f(x) \in L_2(-\alpha, \alpha)$ не может быть получена с использованием выражений (4) или (8). Однако ошибки могут быть существенно уменьшены, если исходить из приближения к интегральному распределению радиояркости в виде суммы абсолютно непрерывной функции, соответствующей гладкой части, и функции скачков, которая соответствует неразрешенным элементам (РРЯ в этом случае состоит из суммы интегрируемой функции и функции, представимой конечной суммой δ -функций). Процедуры такого рода дают в качестве ответа совокупность неразрешенных элементов

$$\{x_l, \Gamma_l\}_{l=1}^L, \quad (10a)$$

где x_l — положение, а Γ_l — поток неразрешенного элемента, и непрерывной функции

$$f_{ap}^{(H)}(x) = \int_{\omega_a}^{\omega_b} p_K^{(H)} [\omega; \omega_1, \tilde{f}^{(H)}(\omega_1), \dots, \omega_K, \tilde{f}^{(H)}(\omega_K)] e^{-i\omega x} d\omega, \quad (10b)$$

где $p_K^{(H)}$ — интерполяционное приближение к $\tilde{f}^{(H)}(\omega)$, полученной по множеству $\{\omega_k, \tilde{f}^{(H)}(\omega_k)\}_{k=1}^K$. Здесь $\tilde{f}^{(H)}(\omega) = \tilde{f}(\omega) - \tilde{f}^{(L)}(\omega)$, а $\tilde{f}^{(L)}(\omega)$ — преобразование Фурье совокупности неразрешенных элементов $\{x_l, \Gamma_l\}$ ($\tilde{f}^{(L)}(\omega)$ обеспечивает близость к нулю функции $\tilde{f}^{(H)}(\omega)$ в окрестности границ интервала интерполяции). Заметим, что указанное улучшение результата оказалось возможным лишь при выходе за пределы $L_2(-\alpha, \alpha)$ при поиске приближения.

Разрешимости задачи получения РРЯ по результатам наблюдений на САС можно добиться сужением класса функций, которому принадлежит РРЯ. В качестве примера рассмотрим случай, в котором функция $f(x)$ принадлежит конечномерному линейному подпространству $L_2(-\alpha, \alpha)$ функций, представимых в виде

$$f_n(x) = \begin{cases} \sum_{k=-n}^n c_k e^{-i(\pi/\alpha) k x}, & |x| \leq \alpha \\ 0, & |x| > \alpha \end{cases}, \quad (11)$$

где $\{c_k\}_{k=-n}^n$ — постоянные. Преобразование Фурье (11) может быть представлено в виде [5]

$$\tilde{f}_n(\omega) = \sin(\alpha\omega) \left[\omega \prod_{l=1}^n (\omega^2 - \pi^2 l^2 / \alpha^2) \right]^{-1} \sum_{k=-n}^n (-1)^k c_k \prod_{l=-n}^n (\omega - \pi l / \alpha), \quad (12)$$

где Π' означает, что в произведении нет множителя с $k=l$. Легко видеть, что

$$P_{2n}(\omega) = \sum_{k=-n}^n (-1)^k c_k \prod_{l=-n}^n (\omega - \pi l / \alpha) \quad (13)$$

— полином порядка $2n$, и он может быть получен по $2n+1$ различных значений ω . Поскольку

$$q(\omega) = \tilde{f}(\omega) \omega \sin^{-1} (\omega\alpha) \prod_{l=1}^n (\omega^2 - \pi^2 l^2 / \alpha^2) \quad (14)$$

может быть вычислена с использованием элементов множества (3), то, выбрав из него $\{\omega_m\}_{m=1}^{2n+1}$ различных значений, можно построить систему линейных алгебраических уравнений для определения коэффициентов полинома $P_{2n}(\omega)$. Она имеет единственное решение [6], определяет единственный полином, а вместе с ним и преобразование Фурье функции (11). Таким образом, для функций вида (11) задача получения РРЯ по результатам наблюдений на САС имеет решение, причем для разрешимости задачи нужны лишь значения преобразования Фурье в $2n+1$ различных точках ω_m , расположенных в ограниченной области оси 0ω .

2. Разрешимость задачи получения РРЯ для функций вида (11) по ее значениям преобразования Фурье в конечном числе точек $\{\omega_m\}_{m=1}^{2n+1}$ при любом распределении их в ограниченной области 0ω ставит вопрос: нельзя ли решить задачу получения РРЯ для произвольной функции из $L_2(-\alpha, \alpha)$ по сколь угодно большому числу значений $\tilde{f}(\omega)$ на ограниченном интервале значений 0ω ? Ответ на этот вопрос отрицательный. Действительно, получение функции $\tilde{f}(\omega)$ по ее значениям сводится к построению интерполяционного ряда в области задания узлов интерполяции, и для разрешимости задачи нужна равномерная сходимость полученного интерполяционного ряда к функции $\tilde{f}(\omega+i\tau)$ в любой ограниченной части комплексной плоскости. Однако известно, что интерполяционный ряд равномерно сходится к функции $\tilde{f}(\omega)$ в области, где распределены узлы интерполяции [6], и поэтому нельзя получить преобразование Фурье для произвольной функции из $L_2(-\alpha, \alpha)$ по сколь угодно полной информации о ее значениях на ограниченном интервале оси 0ω . Тот же вывод следует из условий разрешимости следующей задачи: определить целую функцию по последовательности ее значений на оси 0ω . Как следует из теоремы Келдыша — Ибрагимова, функция может быть построена только по последовательности узлов интерполяции, имеющей точку накопления в бесконечности [7]. Иными словами, разрешимость задачи требует значений функции $\tilde{f}(\omega)$ при сколь угодно больших значениях ω . Поскольку значения параметров интерферометров реальных САС ограничены, по результатам наблюдений на них нельзя найти РРЯ, представимое произвольной функцией из $L_2(-\alpha, \alpha)$.

3. Классическая схема обработки наблюдений на САС существенно использует то, что отклик интерферометра дает значение преобразования Фурье РРЯ, и получение РРЯ сводится к построению квадратурной формулы по множеству (3). Ей, как нетрудно показать, свойственны следующие недостатки:

а) При наличии «дыр» в области определения $\tilde{f}(\omega)$ возникает неустранимое уклонение функции, получаемой по $\tilde{f}_{ap}^{(K)}(\omega)$, от $f(x)$ для любых функций из $L_2(-\alpha, \alpha)$.

б) При получении $\tilde{f}_{ap}^{(K)}(\omega)$ нельзя использовать отклики широкополосных интерферометров, а также узкополосных интерферометров с непараллельными осями диаграмм направленности антенн, узкополосных интерферометров с диаграммами направленности антенн, сущест-

венно меняющимися в течение эксперимента, и отклики узкополосных интерферометров с диаграммами направленности, сравнимыми с размерами источника и различными для различных антенн. Во всех указанных случаях отклики интерферометров не дают значений преобразования Фурье РРЯ.

Выше было показано, что трудности, связанные с наличием «дыр», по крайней мере для некоторых подпространств из $L_2(-\alpha, \alpha)$, могут быть устранены при использовании схемы, отличной от классической. Возникает вопрос: нет ли схемы обработки результатов наблюдений на САС, у которой нет указанных выше трудностей? Ответ на него положительный: существует схема обработки, основанная на решении проблемы моментов в широком смысле слова [8], использование которой позволяет решить задачу получения РРЯ или приближения к нему по наблюдениям на САС с любыми типами интерферометров.

4. Классическая схема обработки наблюдений на САС и способ, предложенный выше для функций вида (11), основаны на том, что результаты наблюдений на САС дают значения преобразований Фурье РРЯ. Поскольку возможно существование САС, использующих как широкополосные интерферометры, так и интерферометры, антенны которых не обеспечивают измерение значений преобразования Фурье РРЯ, возникает необходимость создания систем обработки одинаково пригодных и в том и в другом случаях. Эта схема может быть построена на решении проблемы моментов в широком смысле слова [8]. Л. В. Канторовичем была сформулирована следующая задача, названная им проблемой моментов в широком смысле слова: «Пусть в нормированном пространстве A задана последовательность линейно-независимых элементов $\{a_n(x)\}$. Взяв произвольный линейный функционал Φ , образуем числовую последовательность

$$\{\Phi[a_n(x)] = \mu_n\}, \quad n=0, 1, \dots \quad (15)$$

Проблемой моментов в широком смысле слова называют задачу нахождения функционала Φ по числовой последовательности $\{\mu_n\}$. (Канторович Л. В., Акилов Г. П. Функциональный анализ. — М.: Наука, 1977, с. 264.) Для единственности разрешимости проблемы моментов в широком смысле слова (существование решения предполагается) необходима и достаточна фундаментальность множества $\{a_n(x)\}$, иными словами, его замыкание должно совпадать с пространством A . Ниже мы ограничимся случаем, когда $a_n(x)$ принадлежит пространству непрерывных на $(-\alpha, \alpha)$ функций ($A = C[-\alpha, \alpha]$), и тогда в соответствии с теоремой Ф. Рисса об общей форме линейного непрерывного функционала [9] имеем

$$\Phi[a] = \int_{-\alpha}^{\alpha} a(x) dG(x), \quad (16)$$

где $G(x)$ — произвольная функция с ограниченной вариацией ($G(x) \in V(-\alpha, \alpha)$, $a(x) \in C(-\alpha, \alpha)$) и интеграл берется в смысле Стильсеса. Для наших целей функцию $G(x)$ достаточно взять в виде суммы абсолютно непрерывной функции и функции скачков [10]. В этом случае (16) сводится к

$$\Phi[a] = \int_{-\alpha}^{\alpha} a(x) f(x) dx + \sum_{l \in L} a(x_l) \Gamma_l, \quad (17)$$

где $f(x)$ — интегрируемая по Лебегу функция, $\{x_l\}_{l=1}^L$ — множество точек роста, а $\{\Gamma_l = G(x_l+0) - G(x_l-0)\}_{l=1}^L$ — множество значений скачков функции скачков. Здесь решение проблемы моментов в широ-

ком смысле слова сводится к поиску функции $f(x)$ и множества чисел $\{x_i, \Gamma_i\}_{i=1}^L$ по числовой последовательности $\{\mu_n\}$, порожденной функциональной $\{a_n(x)\}$.

Результаты наблюдений на САС с интерферометрами любого типа могут быть представлены в виде двух последовательностей:

функциональной

$$\{a_c(\omega_k; x), a_s(\omega_k; x)\}_{k=1}^K, \quad (18a)$$

где $a_c(\omega_k; x)$ и $a_s(\omega_k; x)$ — ядра косинус- и синус-откликов интерферометров с параметрами ω_k , и
числовой

$$\{I_c^{(k)}, I_s^{(k)}\}_{k=1}^K, \quad (18b)$$

где $I_c^{(k)}$ и $I_s^{(k)}$ — косинус- и синус-отклики интерферометров с параметром ω_k на РРЯ. Поскольку они являются значениями функционала Φ , определяемого РРЯ, на функциях-ядрах интерферометров, то, как нетрудно видеть, задача поиска РРЯ по (18a), (18b) представляет собой проблему моментов в широком смысле слова. Покажем, что по результатам наблюдений на реальных САС нельзя получить произвольное РРЯ. Для того чтобы функционал Φ единственным образом определялся последовательностями (18a), (18b), необходима и достаточна фундаментальность (18a). Однако в рассматриваемых условиях она не более чем компактна, а поскольку замыкание компактного множества компактно [14], оно не может совпадать с некомпактным пространством $C[-\alpha, \alpha]$. Это означает, что последовательность (18a) не фундаментальна и проблема в широком смысле слова неразрешима для произвольного функционала. Поэтому схема обработки результатов наблюдений на САС, основанная на решении проблемы моментов в широком смысле слова, должна быть ориентирована на получение приближения к произвольному РРЯ, допустимого последовательностями (18a), (18b). В условиях, когда есть основания считать, что РРЯ принадлежат более или менее узкому классу типа (11), решение проблемы моментов в широком смысле слова по (18a), (18b) может дать РРЯ.

5. Пусть РРЯ принадлежит конечномерному пространству X_N . Тогда при базисе $\{\psi_h(x)\}_{h=1}^N$ любой его элемент может быть представлен в виде

$$\Phi(x) = \sum_{h=1}^N f_h \psi_h(x), \quad (19)$$

где $\{f_h\}_{h=1}^N$ — числа (функционал Φ определяется набором чисел $\{f_h\}_{h=1}^N$). В этом случае поиск РРЯ по результатам наблюдений на САС сводится к решению следующей задачи: по совокупности откликов интерферометров, ядра которых образуют полную последовательность

$$\{a(\omega_l; x), I_l\}_{l=1}^N, \quad (20)$$

определить функционал Φ (проблема моментов в широком смысле слова для конечномерного пространства).

Поставленная задача приводит к следующей системе линейных алгебраических уравнений:

$$\left\{ \sum_{k=1}^N A_{kl} f_k = I_l \right\}_{l=1}^N, \quad (21)$$

где

$$A_{hl} = \int_{-\alpha}^{\alpha} \psi_h(x) a(\omega_l; x) dx.$$

В силу полноты последовательности $\{a(\omega_i; x)\}_{i=1}^N$ матрица A_{kl} невырождена и система (21) имеет единственное решение. Иными словами, РРЯ, принадлежащее конечномерному пространству, может быть найдено по последовательности откликов интерферометров, ядра которых образуют полную по отношению к X_N систему. Пусть РРЯ принадлежит пространству Y , состоящему из функций скачков. Предположим, что РРЯ состоит только из неразрешенных элементов и может быть представлено функцией скачков, определяемых конечным числом параметров $\{x_m, \Gamma_m\}_{m=1}^N$ (функционал Φ определяется этой совокупностью чисел). Тогда поиск РРЯ по результатам наблюдений на САС сводится к решению следующей задачи: по совокупности откликов интерферометров, ядра которых образуют полную последовательность

$$\{a(\omega_m; x), I_m\}_{m=1}^{2N}, \quad (20a)$$

определить функционал Φ (проблема моментов в широком смысле слова для пространства Y). Поставленная задача сводится к решению следующей системы нелинейных уравнений:

$$\left\{ \sum_{n=1}^M \Gamma_n a(\omega_m; x_n) = I_m \right\}_{m=1}^{2M}. \quad (22)$$

В отличие от случая, в котором РРЯ принадлежало X_N , здесь из-за нелинейности системы (22) следует доказать, что решение существует и единственно. Исключение составляет случай, в котором положение точек роста известно, и задача становится линейной. Ограничиваюсь функциями из $V(-\alpha, \alpha)$, определяемыми конечным числом параметров, мы имеем дело с функциями, принадлежащими декартову произведению $X_N \times Y$. Задача поиска РРЯ в этом случае сводится к решению следующей системы нелинейных уравнений:

$$\left\{ \sum_{k=1}^N A_{kl} f_k + \sum_{m=1}^M \Gamma_m a(\omega_l; x_m) = I_l \right\}_{l=1}^{N+2M}. \quad (23)$$

Если решение системы (23) существует и единственно, то, РРЯ может быть найдено по последовательности откликов $\{I_l\}_{l=1}^{N+2M}$.

6. Поскольку ядра интерферометров принадлежат $C[-\alpha, \alpha]$, РРЯ отыскивается среди элементов пространства функций с ограниченной вариацией $V[-\alpha, \alpha]$. Как уже утверждалось выше, произвольное РРЯ нельзя получить по результатам наблюдений на реальных САС, и поэтому основу схемы обработки результатов наблюдений на САС составляет отыскание приближения к РРЯ по результатам наблюдений на САС.

Решение задачи сводится к поиску приближенного решения проблемы моментов в широком смысле слова, а в качестве метода поиска решения наиболее подходящим является метод Галеркина—Петрова [8, 12, 13]. Пусть произвольное РРЯ имеет единственное наилучшее приближение подпространством $X_N \times Y$. Тогда для поиска приближения к нему по совокупности откликов, полученных при наблюдениях на САС, $\{a(\omega_q; x), I_q\}_{q=1}^Q$, $Q > N + 2M$, выделяется набор, и по нему строится система (23), допускающая единственное решение. Полученное решение будет близко к наилучшему, если норма обратной матрицы линеаризованной системы (23) в окрестности решения будет порядка единицы. Если такой набор найден, то полученные результаты наблюдений позволяют определить приближение к РРЯ с ошибкой порядка уклонения, допускаемого наилучшим приближением [14].

7. В заключение представляется целесообразным указать основные преимущества и недостатки схем обработки, основанных на решении проблемы моментов в широком смысле слова. К преимуществам схем следует отнести:

а) нечувствительность к типам интерферометров, образующих САС;

б) наличие гибких средств задания РРЯ, пригодных для рассмотрения как произвольных функций, так и принадлежащих конечномерным пространствам и множествам;

в) возможность построения схем, учитывающих роль шумов в откликах и параметрах интерферометров и позволяющих наряду с оценками величин, определяющих РРЯ, получить и оценки ошибок их определения [14];

г) возможность постановки задачи поиска оптимальной схемы обработки результатов наблюдений для данной САС [8].

Основным и наиболее существенным недостатком схем является необходимость решения систем уравнений достаточно высокого порядка.

В заключение автор благодарит Л. Д. Бахраха, Р. Д. Дагкесаманского и Ю. П. Илясова за доброжелательную и конструктивную критику.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гельфанд И. М., Шилов Г. Е. Пространства основных и обобщенных функций. — М.: Физматгиз, 1958.
2. Папулис А. Теория систем и преобразований в оптике. — М.: Мир, 1972.
3. Fomalont E. B. Image Formation from Coherence Function in Astronomy, D. Reidel P. C., 1979, p. 67.
4. Крылов В. И., Шульгина Л. Т. Справочная книга по численному интегрированию. — М.: Наука, 1966.
5. Конюков М. В. — Изв. вузов — Радиофизика, 1983, 26, № 11, с. 1437.
6. Гончаров В. Л. Теория интерполяции и приближения функций. — М.: Гостехиздат, 1954.
7. Гельфонд А. О. Исчисление конечных разностей. — М.: Гостехиздат, 1952.
8. Конюков М. В. Препринт ФИАН № 119. — М., 1978.
9. Колмогоров А. Н., Фомин С. В. Элементы теории функций и функционального анализа. — М.: Наука, 1968.
10. Гливенко В. И. Интеграл Стильеса. — М.: ОНТИ, 1936.
11. Функциональный анализ. СМБ. — М.: Наука, 1972.
12. Приближенное решение операторных уравнений. — М.: Наука, 1968.
13. Гавурин М. К. Лекции по методам вычислений. — М.: Наука, 1971.
14. Конюков М. В. Препринт ФИАН № 199. — М., 1979.

Физический институт им. П. Н. Лебедева
АН СССР

THE OBTAINING OF THE APPROXIMATION TO BRIGHTNESS DISTRIBUTION AFTER THE RESULTS OF OBSERVATION ON APERTURE SYNTHESIS SYSTEMS

M. V. Konjukov

Aperture synthesis system data processing for determining the brightness distribution is analysed. It is shown that data processing based on solution of Kantorovich's problem of moments is the most versatile and universal.