

УДК 523.164:621.396

МЕТОД АПЕРТУРНОГО СИНТЕЗА; ОСНОВНЫЕ СООТНОШЕНИЯ И ОБРАБОТКА ИНФОРМАЦИИ В СИСТЕМАХ АПЕРТУРНОГО СИНТЕЗА

(Обзор)

B. I. Турчин

СОДЕРЖАНИЕ

1. Основные соотношения
2. Математические методы анализа и обработки информации в системах апертурного синтеза

Для решения разнообразных астрофизических задач требуется детальная информация о структуре радиоисточников. В соответствии с этим необходимо повышать угловое разрешение радиотелескопов, пропорциональное размерам их апертуры. Как известно, увеличению размеров классических инструментов радиоастрономии — полноповоротных зеркальных антенн — препятствуют ограничения технологического характера. Поэтому достаточно революционной явилась высказанная в 50-х годах идея заполнения требуемой для получения высокого углового разрешения площади небольшими антennами. Такие инструменты получили название систем апертурного синтеза (АС). Ниже излагаются основные теоретические соотношения, описывающие «принцип действия» систем АС и методы обработки информации в этих системах*.

1. ОСНОВНЫЕ СООТНОШЕНИЯ

Основу теории апертурного синтеза составляет выражение для временной функции корреляции K сигналов s_1, s_2 от двух разнесенных в пространстве приемных элементов, местоположение которых описывается радиусами-векторами $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2$ [1,2]:

$$K = M\{s_1(t)s_2^*(t-\tau)\} \sim \iint_{4\pi} T(\mathbf{x}, \nu_0) f_1(\mathbf{x}) f_2^*(\mathbf{x}) \times \\ \times \Gamma(\tau - (1/c)\mathbf{x}\mathbf{d}) \exp(2\pi i(\nu_0/c)\mathbf{x}\mathbf{d}) d\Omega. \quad (1)$$

Здесь $M\{ \dots \}$ — математическое ожидание, $\mathbf{d} = \mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2$ **, f_1, f_2 — векторные диаграммы направленности приемных элементов (по полю), заданные в системах координат с центрами \mathbf{x}_1 и \mathbf{x}_2 (обычно \mathbf{x}_1 и \mathbf{x}_2

* Теория систем АС была создана около 30 лет назад Райллом, Брауном, Миллсом и другими радиоастрономами и с тех пор не претерпела существенных изменений. В последнее десятилетие, однако, начали появляться новые методы обработки информации, направленные на повышение эффективности систем АС (в частности, Хэгбомом был предложен так называемый метод «чистки» — см. разд. 2 настоящей работы).

** Такую пару приемных элементов обычно называют интерферометром, а \mathbf{d} — базовым расстоянием или вектором базы.

определяют положения фазовых центров приемных элементов), \mathbf{x} — единичный вектор, ориентированный в точку наблюдения на бесконечности, $d\Omega$ — элемент телесного угла, τ — временная задержка. Выражение (1) учитывает, что сигналы от приемных элементов проходят через фильтры, настроенные на частоту v_0 с частотными характеристиками $A_1(v)$, $A_2(v)$, так что

$$\Gamma(\tau) = \int A_1(v - v_0) A_2^*(v - v_0) e^{2\pi i v \tau} dv. \quad (2)$$

Операция $M\{s_1 s_2^*\}$ может быть выполнена на практике, например, с помощью радиотехнического коррелятора (перемножителя) с последующим усреднением за постоянную времени $\tau_0 \gg 1/\Delta v$, где Δv — полоса пропускания фильтров.

При выводе (1) предполагается, что поле, падающее на приемные элементы, может быть представлено в виде суперпозиции хаотически поляризованных плоских волн со случайными амплитудами, полностью некоррелированными по углу прихода; эти амплитуды полагаются стационарными во времени, а их спектральная плотность мощности — постоянной в полосе пропускания фильтров.

$T(\mathbf{x}, v_0)$ в (1) есть искомое угловое распределение плотности потока мощности или распределение радиояркости. Чтобы упростить (1), будем считать, что произведение $T f_1 f_2^*$ практически равно нулю в заднем полупространстве ($z < 0$ в декартовой системе координат). Тогда \mathbf{x} целиком определяется двумя проекциями ξ и η на оси x , y (направляющими косинусами). Полагая \mathbf{d} лежащим в плоскости x , y , $d\Omega = (1 - \xi^2 - \eta^2)^{1/2} d\xi d\eta$, считая полосу фильтров достаточно узкой (так что $\Gamma \approx \text{const}$) и вводя так называемое «видимое» распределение радиояркости $P(\xi, \eta)$:

$$P(\xi, \eta) = T(\mathbf{x}, v_0) f_1(\mathbf{x}) f_2^*(\mathbf{x}) (1 - \xi^2 - \eta^2)^{1/2},$$

можно представить (1) в виде преобразования Фурье:

$$K \sim \iint P(\xi, \eta) e^{2\pi i(\xi u + \eta v)} d\xi d\eta, \quad (3)$$

где $u = d_x/\lambda$, $v = d_y/\lambda$, d_x , d_y — проекции \mathbf{d} на оси x , y , $\lambda = c/v_0$ — длина волны.

Безразмерные переменные u , v получили название пространственных частот, а область изменения их — название u , v -плоскости. Последняя представляет собой совокупность расстояний между приемными элементами, выраженных в длинах волн. Очевидно, что пространственные частоты u и v инвариантны к параллельному переносу приемных элементов. Величина $K(u, v)$, рассматриваемая как функция u , v , получила название функции когерентности. Если $K(u, v)$ известна на всей u , v -плоскости, то распределение радиояркости можно найти, обращая (3). На этом обстоятельстве, в общем, и основан «принцип действия» систем АС.

Выражения (1), (3) используются для анализа работы как обычных антенн, принимающих шумовое радиоизлучение со сплошным спектром, так и систем АС. Рассмотрим вначале «обычную» antennу, состоящую из приемных элементов с координатами x_j , y_j . Сигналы s_j от каждого элемента, прошедшие узкополосные фильтры, складываются в сумматоре, суммарный сигнал подается на измеритель средней мощности P_c :

$$P_c \sim M \left\{ \left(\sum_j s_j \right) \left(\sum_j s_j^* \right) \right\}.$$

Используя (3), можно представить P_c в виде

$$P_c \sim \iint P(\xi, \eta) F(-\xi, -\eta) d\xi d\eta, \quad (4)$$

где

$$F(\xi, \eta) = \sum_j N_j \exp [2\pi i (\xi u_j + \eta v_j)], \quad (5)$$

$u_j = (x_n - x_m)/\lambda$, $v_j = (y_n - y_m)/\lambda$ (см. рис. 1). Выражение (5) описывает диаграмму направленности (ДН) по мощности «обычной» антенны, N_j — весовой множитель, показывающий, сколько раз одни и те же пространственные частоты повторяются в различных сочетаниях элементов. Например, для квадратной решетки с $J \times J$ элементами и межэлементным расстоянием Δ $u_j = n\Delta/\lambda$, $v_j = m\Delta/\lambda$, $n = 0, \dots, \pm(J-1)$, $m = 0, \dots, \pm(J-1)$,

$$N_j = (J - |n|)(J - |m|), \quad (6)$$

для сплошного раскрыва суммирование в (5) заменяется интегрированием по u , v , а N_j — соответственно весовой функцией $N(u, v)$ (в частности, для квадратного раскрыва со стороной D имеем $u, v \in [-U, U] \times [-U, U]$, $N(u, v) = (U - |u|)(U - |v|)$, $U = D/\lambda$).

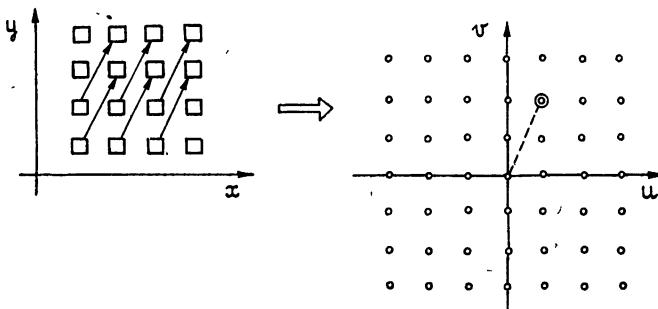


Рис. 1. Заполнение u , v -плоскости для решетки из 4×4 элементов. Слева на рис. 1 показано расположение элементов решетки, обозначенных квадратами, следующих с шагом Δ ; справа кружками показаны отвечающие данной решетке «точки» на u , v -плоскости. Стрелками слева показаны шесть комбинаций элементов решетки, отвечающие одновременному значению пространственной частоты: $u = \Delta/\lambda$, $v = 2\Delta/\lambda$ (обведено кружком на правой части рисунка).

Ориентируя главный лепесток ДН в различных направлениях ξ_0 , η_0 , получаем

$$P_c(\xi_0, \eta_0) \sim \iint P(\xi, \eta) F(\xi_0 - \xi, \eta_0 - \eta) d\xi d\eta, \quad (7)$$

т. е. сигнал на выходе измерителя мощности, рассматриваемый как функция угловой ориентации главного лепестка ДН ξ_0 , η_0 , представляет собой «сглаженное» распределение радиояркости. Преобразование Фурье от $P_c(\xi, \eta)$ есть, очевидно, произведение $K(u, v)N(u, v)$, причем $N(u, v) = 0$ для всех u , v , лежащих вне некоторой области U_m , максимальный размер которой U определяется максимальным расстоянием между элементами антенны. Последнее свойство позволяет говорить об антенне как о фильтре пространственных частот* с частотной характеристикой $N(u, v)$, либо как об измерителе функции когерентности $K(u, v)$ в области пространственных частот U_m . При этом «обычная» антенна является явно избыточным измерителем, так как значение $K(u, v)$ для какой-либо одной пространственной частоты «изменяется многократно», т. е. многими парами элементов. Это ил-

* Понятие это было введено Брейсуэллом.

люстрируется (6) для квадратной решетки, где число повторений меняется от 1 до J^2 для разных пространственных частот. Поэтому первый шаг, который может быть сделан для упрощения антенной системы, заключается в изъятии «лишних» приемных элементов. Оставшиеся должны обеспечить такие комбинации расстояний между элементами, которые равномерно и плотно покрывали бы заданную область на u, v -плоскости. Классическим примером подобной системы является так называемый крест Миллса, представляющий собой две линейные антенны, расположенные взаимно перпендикулярно; выходные сигналы с обеих антенн подаются на коррелятор. Сканирование в этой системе обычно осуществляется за счет создания независимых линейных фазовых набегов в распределении поля вдоль каждой антенны. Легко убедиться, что при одинаковом размере линейных антенн, равном D , крест Миллса реализует равномерное заполнение на u, v -плоскости квадрата $U \times U$ с центром в начале координат, где $U = D/\lambda$. Другим примером является T -система, в которой отсутствует одно из плеч креста. T -система заполняет лишь половину u, v -плоскости; этого, однако, достаточно в силу очевидных свойств симметрии $K(u, v)$:

$$K(u, v) = K^*(-u, -v). \quad (8)$$

«Доопределение» измеренных составляющих функции когерентности происходит за счет того, что сигнал, снимаемый с коррелятора, представляет собой реальную часть математического ожидания $\operatorname{Re} M \{s_1 s_2^*\}$ (s_1, s_2 — сигналы с двух линейных антенн, образующих T -систему). Конкретные примеры подобных систем, которые получили название систем параллельного АС (используются также названия «незаполненная апертура», «скелетная система»), приведены в [3, 4].

Системы параллельного синтеза представляют собой существенный шаг вперед по сравнению с обычными, «заполненными» апертурами, так как позволяют добиться примерно того же разрешения при числе элементов $\sim 2J$, по сравнению с J^2 элементами, используемыми в обычной апертуре. В принципе же для измерения функции когерентности достаточно одной пары приемных элементов, если существует возможность перемещения одного элемента относительно другого таким образом, чтобы последовательно заполнить некоторую область на u, v -плоскости (необходимым условием здесь, конечно, является постоянство функции когерентности во времени). Такие системы, состоящие из нескольких приемных элементов, часть которых подвижна, а часть может перемещаться, получили название систем последовательного АС. Построение их значительно облегчается тем, что для изменения u, v относительно наблюдаемого радиоисточника можно использовать суточное вращение Земли (так называемый принцип суперсинтеза). Чтобы описать это изменение, воспользуемся экваториальной системой координат (δ — склонение, α — прямое восхождение), жестко связанной с небесной сферой; в этой системе координат

$$d\mathbf{x}/\lambda = \cos \delta (M \cos t + N \sin t) + \sin \delta L, \quad (9)$$

где t — часовой угол, меняющийся на 2π в течение звездных суток (~ 23 часа 56 минут),

$$L = (-d_x \cos \varphi + d_z \sin \varphi)/\lambda, \quad M = (d_x \sin \varphi + d_z \cos \varphi)/\lambda, \quad N = d_y/\lambda,$$

d_x, d_y, d_z — проекции \mathbf{d} на оси горизонтальной системы координат x, y, z , ориентированные вдоль направлений «север — юг», «восток — запад» и «зенит — надир» соответственно, φ — географическая широта места. Зафиксируем на небесной сфере центр наблюдаемой области δ_0, α_0 , которому отвечает вектор $\mathbf{x}_0(t_0)$, описывающий изменение угло-

вой ориентации на центр наблюдаемой области в горизонтальной системе координат, и введем новую систему координат ξ , η с центром в точке δ_0 , α_0 :

$$\eta \simeq \delta_0 - \delta, \quad \xi \simeq (\alpha_0 - \alpha) \cos \delta_0. \quad (10)$$

Так как угловые размеры наблюдаемой области малы, (9) можно разложить в ряд по ξ , η . Коэффициентами разложения при ξ , η и будут являться искомые зависимости пространственных частот от часового угла t_0 . Окончательно функция корреляции может быть представлена в виде

$$K(t_0) \sim \exp [2\pi i d \mathbf{x}_0(t_0)/\lambda] \iint P(\xi, \eta) \exp [2\pi i (\xi u(t_0) + \eta v(t_0))] d\xi d\eta, \quad (11)$$

где

$$v(t_0) = \sin \delta_0 (M \cos t_0 + N \sin t_0) - \cos \delta_0 L, \quad (12)$$

$$u(t_0) = -M \sin t_0 + N \cos t_0.$$

Фазовый множитель перед знаком интеграла (11) описывает так называемую интерференционную картину наблюдаемой области (fringe). Уравнения (12), описывающие зависимость пространственных частот от часового угла, есть параметрические уравнения эллипса. Заметим, что для источников, находящихся за горизонт (при $\cos t_0 < -\operatorname{tg} \delta_0 \operatorname{tg} \varphi$) $K(t_0)$ может быть измерена лишь на части дуги эллипса. В качестве примера на рис. 2 при $\delta_0 = 30^\circ$, $\varphi = 50^\circ$ с. ш. приведены семейства эллипсов для шести эквидистантных базовых расстояний*, ориентированных вдоль направлений «восток — запад» (рис. 2а) и «север — юг» (рис. 2б). Примеры систем последовательного АС, использующих принцип суперсинтеза, см. в [15, 16].

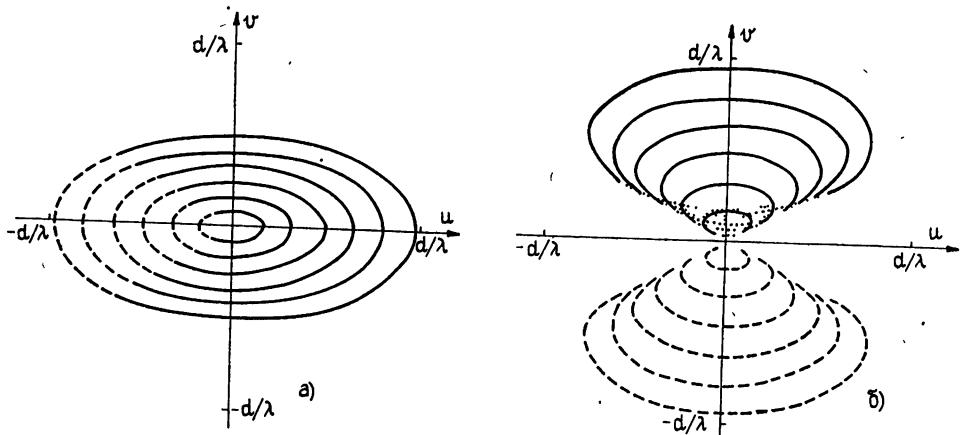


Рис. 2. Заполнение u , v -плоскости для 4-х элементной системы суперсинтеза, образующей шесть эквидистантных базовых расстояний;

d — максимальное базовое расстояние; пунктир — участки эллипсов, отвечающие положению источника ниже линии горизонта, штриховые линии — траектории, на которых функция когерентности определяется из условия (8). Показанные на рис. 2а, б траектории рассчитаны для $\delta_0 = 30^\circ$, $\varphi = 50^\circ$ с. ш.

В заключение остановимся на проблемах реализуемости систем АС. Почти во всех системах сейчас применяются приемники супергеродинного типа; средняя частота v_0 при этом определяется частотой гетеродина. Для получения (за счет некогерентного накопления) выиг-

* Шесть эквидистантных базовых расстояний могут быть образованы четырьмя приемными элементами, расположенными вдоль оси x в точках $x=0, 1/6d, 2/3d, d$.

рыша в отношении сигнал/шум, пропорционального $\sqrt{\Delta v t_0}$ (Δv — полоса приемника, t_0 — время усреднения), используются не слишком узкие полосы, так что в системы вводится переменная временная задержка $\tau = (1/c) d\mathbf{x}_0(t_0)$, поддерживающая сигнал на выходе коррелятора на максимальном уровне — см. (1), (2). Наибольшие трудности связаны с измерением фазы $K(t_0)$ — см. (11), куда входит также постоянная (так называемая инструментальная) разность фаз, определяемая, в частности, разностью фаз сигналов гетеродина, передаваемых в приемные пункты. Эта инструментальная разность фаз должна быть известна и оставаться неизменной во времени. За вычетом инструментальной разности фаз $\arg K(t_0)$ содержит фазу интерференционной картины $2\pi d\mathbf{x}_0(t_0)/\lambda$ (см. (11)), несущую информацию об абсолютном положении радиоисточника на небесной сфере, и собственно фазу функции когерентности, определяемую несимметрией распределения радиояркости. Для разделения этих составляющих должны быть известны L, M, N (с абсолютной погрешностью $\leq 10^{-2}$) и часовой угол, т. е. абсолютное (декретное) время с погрешностью $\leq 1,4 \cdot 10^2 \lambda/d$ [c].

Перечисленные выше требования налагают ограничения на допустимые расстояния между приемными элементами из-за возрастания дестабилизирующих факторов с увеличением базового расстояния (флуктуации трасс, в первую очередь трасс передачи сигнала гетеродина, погрешности абсолютной временной привязки и геодезической привязки антенн, флуктуации атмосферы и ионосферы). Несмотря на разработанные схемные решения и методику калибровок систем АС, эти ограничения уже сейчас приводят к значительным трудностям при реализации базовых расстояний 10^4 — 10^5 м. Для баз 10^5 — 10^6 м и более применяются только системы с независимыми гетеродинами, имеющие свою специфику [17].

Фактически все перечисленные трудности связаны с необходимостью выделения фазы функции когерентности на фоне сильно меняющейся и нестабильной разности фаз; знание же последней, в общем, необязательно. Возникает интересный вопрос: носят ли упомянутые трудности принципиальный характер либо это следствие неудачного решения проблемы в целом, в частности, выбора именно корреляционного способа обработки сигналов (1)*. Насколько известно, ответа на поставленный вопрос пока не существует, и основные усилия сейчас сосредоточены на поиске различных способов обработки функции когерентности $K(u, v)$, измеренной на ограниченном участке u, v -плоскости, с целью более полного увеличения информации о распределении радиояркости из измеренных данных.

2. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ АНАЛИЗА И ОБРАБОТКИ ИНФОРМАЦИИ В СИСТЕМАХ АПЕРТУРНОГО СИНТЕЗА

В качестве исходной постановки задачи примем, что нам известна функция когерентности $K(u, v)$ в некоторой области U_m . Требуется вычислить распределение радиояркости, связанное с $K(u, v)$ преобразованием Фурье (3). Однозначное определение распределения радиояркости возможно лишь в случае, когда U_m есть вся u, v -плоскость, чего никогда не бывает на практике, либо в некоторых весьма частных случаях. Поэтому решением поставленной задачи можно считать любой конструктивный способ вычисления некоторой функции $P_c(\xi, \eta)$, схо-

* Из систем, использующих другие способы обработки, в настоящее время известен лишь интерферометр интенсивностей [3], где измеряется четвертый момент сигналов s_1, s_2 от приемных элементов; широкого практического применения в радиодиапазоне такая схема, однако, не нашла из-за нечувствительности к фазе $K(u, v)$ и малого отношения сигнал/шум.

дящейся в каком-либо смысле (например, если U_m расширяется на всю u, v -плоскость) к «истинному» распределению радиояркости $P(\xi, \eta)$, отвечающему $K(u, v)$, заданной на всей u, v -плоскости.

Рассмотрим вначале линейные методы, в которых P_c представляется линейным преобразованием от K :

$$P_c(\xi, \eta) = \iint_{U_m} L(\xi, \eta, u, v) K(u, v) du dv = \iint P(\xi', \eta') \times \\ \times F_L(\xi, \xi', \eta, \eta') d\xi' d\eta', \quad (13)$$

$$F_L(\xi, \xi', \eta, \eta') = \iint_{U_m} L(\xi, \eta, u, v) \exp[2\pi i(u\xi' + v\eta')] du dv.$$

Функция F_L может быть названа диаграммой направленности (ДН) системы АС для данного вида L . По виду этой функции можно судить о «качестве» вычисляемого распределения радиояркости; соответственно L стремятся подобрать таким образом, чтобы F_L была «как можно лучше». Под «хорошей» ДН, как известно, интуитивно понимается колоколообразная функция с шириной главного лепестка, мало отличающейся от $\Delta\xi = 1/U$ (U — характерный размер области U_m), и возможно более низким уровнем боковых лепестков. Как непосредственно следует из (13), вычисленное распределение P_c можно рассматривать как сглаженное «истинное» распределение радиояркости P , содержащее, кроме того, осцилляции, порожденные резкими краями, выбросами и т. п. в «истинном» распределении (уровень осцилляций определяется уровнем боковых лепестков F_L).

Обычно L выбирается в виде

$$L = N(u, v) \exp[-2\pi i(u\xi + v\eta)],$$

где N — весовая функция. В этом случае F_L зависит от разности $\xi - \xi'$, $\eta - \eta'$. Задача выбора N , реализующей «хорошую» F_L , является в чистом виде задачей теории синтеза антенн, где достаточно подробно изучены численные методы расчета N по заданной F_L [5, 6].

В целом, однако, возможности линейной обработки весьма ограничены: во-первых, разрешение лимитировано величиной U^{-1} , и, во-вторых, для областей U_m , содержащих много «дыр», для произвольных распределений радиояркости нельзя подобрать весовую функцию, отвечающую диаграмме направленности с приемлемым уровнем боковых лепестков. Поэтому получили распространение виды обработки, связанные с некоторыми априорными представлениями о характере исследуемого распределения радиояркости.

Наиболее очевидно привлечение информации о размерах или конфигурации радиоисточника; обычно принимается, что распределение радиояркости может быть отлично от нуля в некоторой области $\xi, \eta \in \theta$ и заведомо равно нулю вне θ . При этом для плохо заполненных областей U_m , которым отвечает очень высокий уровень боковых лепестков, можно перераспределить уровень бокового излучения, снизив его в области θ и соответственно повысив вне θ . Подобная процедура была предложена Дубинским [7] для линейных (сильно «вытянутых») радиоисточников и области U_m в виде узкого кольца.

Далее, как хорошо известно [4–6], ограниченные размеры θ создают формальные предпосылки для построения так называемых сверхнаправленных диаграмм направленности, т. е. можно подобрать такое N , чтобы F_L внутри θ имела бы узкий колоколообразный лепесток, а вне

θ — сколь угодно высокие боковые лепестки*. Однако при этом катастрофически падает отношение сигнал/шум (при повышении разрешения в ~ 2 раза — примерно в 10^4 раз [8]).

Получение «сверхнаправленного» решения может быть характеризовано как попытка описать распределение радиояркости с помощью $\sim J_1 = \theta/\theta_p$ независимых числовых параметров ($\theta_p < U^{-1}$ — разрешение в сверхнаправленной диаграмме направленности), тогда как измеренная на интервале $[-U, U]$ функция когерентности по теореме Котельникова определяется в основном $\sim J = U\theta$ независимыми параметрами (очевидно, $J_1 > J$). Можно, однако, попытаться использовать J параметров, но более удачно характеризовать ими вычисляемое распределение радиояркости, например, построить P_c в виде композиции J элементов, лучше отвечающих структуре исследуемого объекта. В частности, можно рассматривать распределение радиояркости как набор δ -функций P_δ . На этом основан широко распространенный сейчас метод «чистки» (clean) [9, 10]. В этом методе (для простоты рассмотрим одномерный случай) полагается, что распределение радиояркости P_c * есть свертка:

$$P_c = F * P_\delta, \quad (14)$$

где $*$ — обозначение свертки, F — известная ДН. Процедура «чистки» в общем случае заключается в сопоставлении P_c с F в окрестности глобального максимума P_c . Если на определенном интервале с центром ξ_1 , где P_c достигает максимального значения, графики функций F и P_c совпадают по форме, формируется элемент $\delta P_1 = g P_c(\xi_1) \delta(\xi - \xi_1)$, где g — число (весовой фактор), и образуется остаток R_1 :

$$R_1 = P_c - F * \delta P_1, \quad (15)$$

после чего процедура применяется уже к остатку R_1 . Предполагается, что после I шагов остаток R_I —

$$R_I = P_c - F * \sum_{i=1}^I \delta P_i \approx 0.$$

В этом случае считается, что проведена полная декомпозиция P_c на элементы.

Практический смысл процедуры заключается в следующем: часто ДН систем АС имеет большие боковые лепестки, образующие характерные колебания на радиокарте; в этих боковых лепестках, если они порождены сильным источником, могут «потеряться» слабые источники. Процедура «чистки», последовательно исключающая сильные источники, может помочь «проявить» более слабые.

Если в композиции местоположения δ -источников фиксированы и образуют эквидистантную сетку с шагом $\Delta\xi$, то P_δ можно считать вектором, состоящим из амплитуд δ -источников; обозначим его \bar{P}_δ^J (J — длина вектора), P_c также будем считать вектором \bar{P}_c^J длиной J , состоящим из величин $P_c(j \Delta\xi)$. Тогда (14) сводится к системе линейных уравнений

$$\hat{F}^J \bar{P}_\delta^J = \bar{P}_c^J, \quad (16)$$

где $J \times J$ -матрица \hat{F}^J образована значениями ДН, $\hat{F}^J = \|F(\Delta\xi(i-j))\|$, а (15) есть просто итерационная процедура решения системы (16). Из-

* Подробно такая техника построения P_c с использованием функций с двойной ортогональностью приведена в [8].

** P_c может быть результатом линейной обработки K либо результатом сканирования распределения радиояркости ДН обычной антенны.

вестно [10], что она сходится к решению (16), если $\det \hat{F}^J > 0$ и $0 < g < 2$. Кроме того, нетрудно показать, что при $J \rightarrow \infty$ обратная матрица существует, если $\Delta\xi > U^{-1}$ (U , как и раньше, — максимальная пространственная частота заполнения u , v -плоскости) и на интервале $[-U, U]$ нет пропусков. Заметим, что, хотя в разобранном варианте метод «чистки» — линейная процедура, ему не может быть сопоставлена никакая ДН. В самом деле, если $\det \hat{F}^J > 0$, то любое P_c может быть представлено в виде требуемой композиции; вопрос о том, действительно ли «истинное» распределение радиояркости состоит из δ -источников, не может быть решен в рамках метода. Процедура «чистки» может быть легко обобщена на случай поиска не только амплитуд, но и местоположений δ -источников. Исследование сходимости такой процедуры весьма затруднительно, но идея подбора элементов не только по амплитуде, но и по местоположению оказывается весьма удачной, что будет проиллюстрировано ниже.

Остановимся на группе методов, использующих весьма простую идею: вычисленное распределение радиояркости в силу своей физической природы должно быть неотрицательным: $P_c \geq 0$. Пусть угловые размеры радиоисточника ограничены величиной θ и измерены значения K_0, K_1, \dots, K_J ; $K_j = K(j\Delta u)$, $\Delta u = \theta^{-1}$. Известно*, что не любой набор чисел является выборкой из функции когерентности, представляющей собой фурье-преобразование от положительной функции (это свойство носит название положительной определенности).. Как было показано в [11], для этого необходима неотрицательность детерминантов всех теплицевых матриц \hat{K}^j , $j = 0, \dots, J$, $\hat{K}^j = \|K_{n-m}\|$, $n = 0, \dots, j$, $m = 0, \dots, j$. Отсюда следует, что если мы захотим добавить к последовательности K_0, \dots, K_J элемент K_{J+1} , то он должен удовлетворять неравенству

$$|K_{J+1} - \zeta_J| \leq \rho_J, \quad (17)$$

где ζ_J и ρ_J зависят только от K_0, \dots, K_J (конкретный вид зависимостей см. в [18]). Неравенство (17) означает, что последовательность K_0, \dots, K_J в известном смысле может быть продолжена (по индукции могут быть построены неравенства для K_{J+2} и т. д.). Поскольку каждый конструктивный способ построения P_c должен быть однозначным, система неравенств (17) должна быть заменена равенствами. В частности, в известном методе максимальной энтропии [12] полагается $K_{J+1} = \zeta_J$ и далее по индукции. Известно [12], что в этом методе вычисленное распределение радиояркости также представляется в виде композиции

$$P_c(\xi) = \text{const} \prod_{j=1}^J \varphi_j(\xi), \quad \varphi_j(\xi) \doteq |e^{2\pi i \xi / \theta} - z_j|^{-2}, \quad (18)$$

где $\{z_j\}$ — набор комплексных чисел, $|z_j| < 1$, определяемых как корни полинома с коэффициентами $\gamma_0, \dots, \gamma_J$:

$$\hat{K}^J \bar{\gamma}^J = \bar{\delta}^J,$$

$\bar{\gamma}^J = \{\gamma_0, \dots, \gamma_J\}$, $\bar{\delta}^J = \{1, 0, \dots, 0\}$. Из вида $\varphi_j(\xi)$ следует, что элементы композиции (18) суть колоколообразные функции с максимумами в точках $\xi_j = \theta \arg z_j$. Эти максимумы могут быть очень «острыми», если $|z_j| \approx 1$. Тем самым могут оказаться различными два элемента, отстоящих на расстоянии, меньшем θ/J (обычного критерия разреше-

* Подробно данные методы изложены в [18].

ния). Устойчивость метода максимальной энтропии до конца не исследована, но модельные расчеты (например, [13]) показывают, что им можно пользоваться хотя и при малых, но «разумных» ошибках измерений, в отличие от линейного способа получения «сверхразрешения». Этот факт можно (хотя и весьма нестрого) считать следствием подбора элементов в методе максимальной энтропии не только по амплитуде, но и по местоположению. Заметим, что сама конструкция метода в принципе не позволяет разрешить более J элементов распределения радиояркости (больше, чем объем исходных числовых данных). В настоящее время еще имеются трудности в обобщении метода на двумерный случай, но можно надеяться на их преодоление в недалеком будущем [14].

Таким образом, помимо традиционных линейных методов, основанных на синтезе «хорошей» ДН, современная обработка использует ряд дополнительных идей:

- а) использование априорной информации о размерах (форме) радиоисточников;
- б) построение распределения радиояркости в виде композиции отдельных элементов; адаптация элементов по местоположению;
- в) использование свойства положительной определенности функции когерентности.

Современные методы, основанные на этих идеях, пока еще крайне трудны для исследований, нет их четкой классификации, зачастую отсутствуют точные данные об устойчивости. Тем не менее это направление представляется весьма перспективным.

ЛИТЕРАТУРА

1. Христаписен У., Хёгбом И. Радиотелескопы. — М.: Мир, 1972.
2. Броун W. N. — In: Methods in Computational Physics. — New York: Academic Press, 1975, 14.
3. Цейтлин Н. М. Антенная техника и радиоастрономия. — М.: Сов. радио, 1976.
4. Сканирующие антенные системы СВЧ. Т. 1. /Пер. с англ./ Под ред. Г. Т. Маркова, А. Ф. Чаплина. — М.: Сов. радио, 1966.
5. Бахрах Л. Д., Крсменецкий С. Д. Теория синтеза излучающих систем. — М.: Сов. радио, 1974.
6. Минкович Б. М., Яковлев В. П. Теория синтеза антенн. — М.: Сов. радио, 1969.
7. Дубинский Б. А. — Письма в Астрон. журн., 1979, 5, № 10, с. 557.
8. Функции с двойной ортогональностью в радиоэлектронике и оптике. Перевод и научная обработка М. К. Разманихина, В. П. Яковleva. — М.: Сов. радио, 1971.
9. Höglbom J. A. — Astron. Astrophys. Suppl., 1974, 15, p. 417.
10. Schwarz U. J. — Astron. Astrophys., 1978, 65, № 3, p. 345.
11. Ахиезер Н., Крейн М. О некоторых вопросах теории моментов — Харьков: Гос. научно-техн. изд. Украины, 1938.
12. Гейбриел У. Ф. — ТИИЭР, 1980, 68, № 6, с. 19.
13. Haykin S. (ed.) Nonlinear Methods in Spectral Analysis (Topics in Applied Physics, 34), Springer-Verlag etc., 1979.
14. Wegener S. J. — Radio Science, 1977, 12, № 5, p. 831.
15. Цейтлин Н. М. — Изв. вузов — Радиофизика, 1983, 26, № 11, с. 1380.
16. Илясов Ю. П. — Изв. вузов — Радиофизика, 1983, 26, № 11, с. 1394.
17. Коган Л. Р., Матвеенко Л. И. — Изв. вузов — Радиофизика, 1983, 26, № 11, с. 1345.
18. Антонец М. А., Кнафель А. И., Нотик А. И., Турчин В. И. — Изв. вузов — Радиофизика, 1983, 26, № 11, с. 1457.

Научно-исследовательский
радиофизический институт