

УДК 534.26

РАСЧЕТ СЕЧЕНИЯ ПОГЛОЩЕНИЯ ЧАСТИЧНО ЭКРАНИРОВАННОГО ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ШАРА

С. С. Виноградов, А. В. Сулима

Приведен расчет сечения поглощения частично экранированного диэлектрического шара в зависимости от частоты возбуждающего поля при различной степени экранировки. Показано, что присутствие экрана (идеально проводящего сферического сегмента) существенно влияет на уровень энергии, поглощаемой в диэлектрическом шаре.

В [1] построено строгое решение задачи дифракции плоской электромагнитной волны на структуре, состоящей из диэлектрического шара и идеально проводящего сферического сегмента. Выявление характерных особенностей процесса волнового рассеяния и поглощения в такой структуре имеет важное значение для целого ряда физических приложений, связанных, например, с созданием и использованием эффективных селективных отражающих и поглощающих устройств.

Не менее важной проблемой является учет влияния металлического экрана на уровень СВЧ нагрева биологических объектов, моделью которых зачастую служит диэлектрический шар с потерями [2, 3]. Последнее особенно необходимо в той ситуации, когда требуется осуществить надежную защиту биологического объекта от воздействия электромагнитного поля или обеспечить определенный уровень поглощения энергии.

В данной работе на основе расчета сечения поглощения анализируется влияние идеально проводящего сферического экрана, расположенного на поверхности диэлектрического шара, на поглощающие свойства шара в диапазоне $0 < kb \leq 5$, где $k = 2\pi/\lambda$ — волновое число в свободном пространстве, b — радиус экрана.

1. Основные уравнения задачи. Приведем без вывода, который может быть проделан при помощи [1, 4], решение задачи дифракции плоской электромагнитной волны, распространяющейся вдоль оси симметрии экрана (рис. 1), на диэлектрическом шаре, поверхность которого частично экранирована идеально проводящей сферической оболочкой, заданной в сферической системе координат при помощи соотношений $r = b$, $0 \leq \theta < \theta_0$, $0 \leq \varphi \leq 2\pi$. Решение для электрического U и магнитного V потенциалов Дебая в областях I ($r < b$) и II ($r > b$) ищем в следующем виде:

$$\begin{aligned}
 U^I &= \frac{\cos \varphi}{ik^2 r} \sum_{n=1}^{\infty} A_n X_n^1 \Psi_n^1(k_1 r) P_n^1(\cos \theta), \\
 V^I &= \frac{\sin \varphi}{ik^2 r} \sum_{n=1}^{\infty} A_n Y_n^1 \Psi_n^1(k_1 r) P_n^1(\cos \theta), \\
 U^II &= \frac{\cos \varphi}{ik^2 r} \sum_{n=1}^{\infty} A_n [X_n^2 \xi_n(kr) + \Psi_n(kr)] P_n^1(\cos \theta),
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

$$V^2 = \frac{\sin \varphi}{ik^2 r} \sum_{n=1}^{\infty} A_n [Y_n^2 \xi_n(kr) + \Psi_n(kr)] P_n^1(\cos \theta),$$

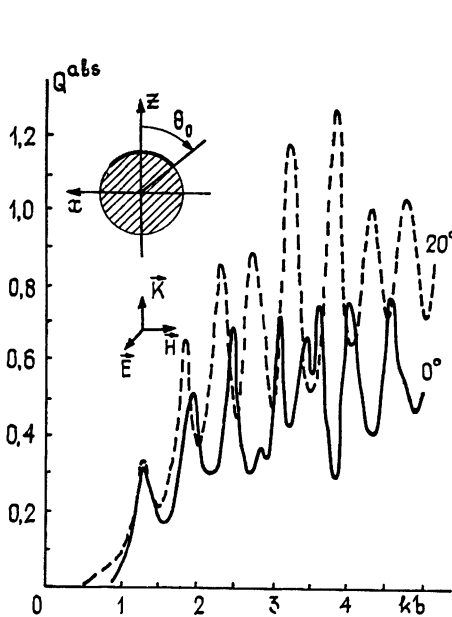


Рис. 1.

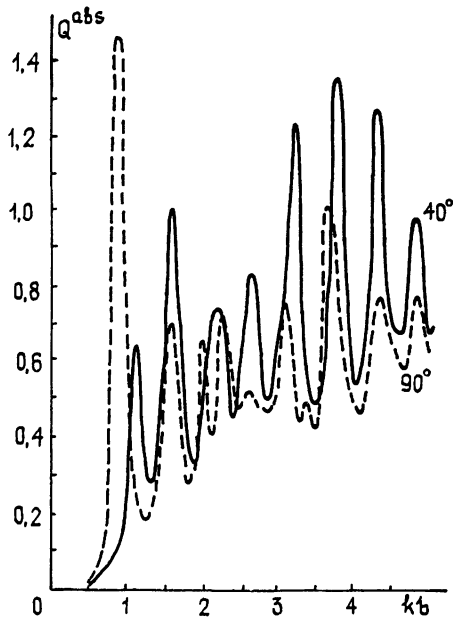


Рис. 2.

где $A_n = i^n \frac{2(n+1)}{n(n+1)}$, $\Psi_n(z) = \sqrt{\frac{\pi z}{2}} J_{n+1/2}(z)$, $\xi_n(z) = \sqrt{\frac{\pi z}{2}} \times$

$\times H_{n+1/2}^{(1)}(z)$ — сферические функции Бесселя в обозначениях Дебая, $P_n^1(\cos \theta)$ — присоединенные функции Лежандра первого рода, $k_1 = k\sqrt{\varepsilon}$, $\varepsilon = \varepsilon' + i\varepsilon''$ — диэлектрическая проницаемость шара, $\{X_n^{1,2}\}_{n=1}^{\infty}$, $\{Y_n^{1,2}\}_{n=1}^{\infty}$ — неизвестные коэффициенты. Решение обсуждаемой задачи (в том случае, когда экран расположен на теневой стороне шара (рис. 1)) сводится к связанной паре систем линейных алгебраических уравнений второго рода:

$$\begin{aligned}
 X_m - \sum_{n=1}^{\infty} X_n \varepsilon_n \left(R_{n,m} + \frac{\gamma_1}{\alpha} R_{n,0} R_{0,m} \right) - i \frac{\gamma_2}{\alpha} \times \\
 \times \sum_{n=1}^{\infty} Y_n \mu_n Q_{n,0} R_{0,m} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{i^{n+1} (2n+1)}{\xi_n'(kb)} \left\{ \delta_n^m - \left(R_{n,m} + \frac{\gamma_1}{\alpha} R_{n,0} R_{0,m} \right) \right\} - \\
 - i \frac{\gamma_2}{\alpha} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{i^{n+1}}{\xi_n(kb)} Q_{n,0} R_{0,m},
 \end{aligned} \tag{2}$$

$$\begin{aligned}
 Y_m - \sum_{n=1}^{\infty} Y_n \mu_n \left(Q_{n,m} + \frac{\gamma_4}{\alpha} Q_{n,0} Q_{0,m} \right) - i \frac{\gamma_3}{\alpha} \times \\
 \times \sum_{n=1}^{\infty} X_n \varepsilon_n R_{n,0} Q_{0,m} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{i^{n+1}}{\xi_n(kb)} \times
 \end{aligned}$$

$$\times \left\{ \delta_n^m - \left(Q_{n,m} + \frac{\gamma_4}{\alpha} Q_{n,0} Q_{0,m} \right) - i \frac{\gamma_3}{\alpha} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{i^{n+1} (2n+1)}{\xi'_n(kb)} R_{n,0} Q_{0,m} \right\}$$

Здесь использованы следующие обозначения:

$$\alpha = -2kb(1+\epsilon)R_{0,0}(1-Q_{0,0}) + (kb)^{-1}Q_{0,0}(1-R_{0,0}),$$

$$\gamma_1 = 2kb(1+\epsilon)(1-Q_{0,0}) + Q_{0,0}/kb, \quad \gamma_2 = -2kb(1+\epsilon),$$

$$\gamma_3 = -(kb)^{-1}, \quad \gamma_4 = -2kb(1+\epsilon)R_{0,0} + (R_{0,0}-1)/kb,$$

$$\left\{ \begin{matrix} Q_{n,m} \\ R_{n,m} \end{matrix} \right\} = \frac{1}{\pi} \left\{ \frac{\sin(n-m)\theta_0}{n-m} \pm \frac{\sin(n+m+1)\theta_0}{n+m+1} \right\}, \quad (3)$$

$$\epsilon_n = 1 - \frac{2kb(1+\epsilon)}{2n+1} \frac{\Psi'_n(k_1b)\xi'_n(kb)}{W_n^3} = O\left(\frac{1}{n^2}\right),$$

$$\mu_n = 1 + \frac{2n+1}{kb} \frac{\Psi_n(k_1b)\xi_n(kb)}{W_n^1} = O\left(\frac{1}{n^2}\right),$$

$$W_n^1 = \Psi_n(k_1b)\xi'_n(kb) - \sqrt{\epsilon}^- \Psi'_n(k_1b)\xi_n(kb),$$

$$W_n^3 = \sqrt{\epsilon}^- \Psi_n(k_1b)\xi'_n(kb) - \Psi'_n(k_1b)\xi_n(kb).$$

Кроме того, связь между коэффициентами X_n^1, Y_n^1 и X_n, Y_n дается следующими выражениями:

$$X_n = X_n^1 \frac{i^n 2kb(1+\epsilon)\sqrt{\epsilon}^- \Psi_n(k_1b)}{1-\epsilon_n}, \quad Y_n = Y_n^1 \frac{i^n (2n+1)\Psi_n(k_1b)}{kb(\mu_n-1)}, \quad (4)$$

$$X_n^2 = X_n^1 \sqrt{\epsilon}^- \frac{\Psi'_n(k_1b)}{\xi'_n(kb)} - \frac{\Psi'_n(kb)}{\xi'_n(kb)}, \quad Y_n^2 = Y_n^1 \frac{\Psi_n(k_1b)}{\xi_n(kb)} - \frac{\Psi_n(kb)}{\xi_n(kb)},$$

В том случае, когда экран размещен на освещенной стороне шара (рис. 5), задача сводится к решению уравнений следующего вида:

$$\begin{aligned} & X_m(1-\epsilon_m) + \sum_{n=1}^{\infty} X_n \epsilon_n \left(Q_{n,m} - \frac{\gamma_1}{\alpha} Q_{n,0} Q_{0,m} \right) - \\ & - i \frac{\gamma_2}{\alpha} \sum_{n=1}^{\infty} Y_n \mu_n R_{n,0} Q_{0,m} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{i^{n+1} (2n+1)}{\xi'_n(kb)} \left(Q_{n,m} - \frac{\gamma_1}{\alpha} Q_{n,0} Q_{0,m} \right) - \\ & - i \frac{\gamma_2}{\alpha} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{i^{n+1}}{\xi'_n(kb)} R_{n,0} Q_{0,m}, \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} & Y_m(1-\mu_m) + \sum_{n=1}^{\infty} Y_n \mu_n \left(R_{n,m} - \frac{\gamma_4}{\alpha} R_{n,0} R_{0,m} \right) - \\ & - i \frac{\gamma_3}{\alpha} \sum_{n=1}^{\infty} X_n \epsilon_n Q_{n,0} R_{0,m} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{i^{n+1}}{\xi_n(kb)} \left(R_{n,m} - \frac{\gamma_4}{\alpha} R_{n,0} R_{0,m} \right) - \\ & - i \frac{\gamma_3}{\alpha} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{i^{n+1} (2n+1)}{\xi'_n(kb)} Q_{n,0} R_{0,m}, \end{aligned}$$

где

$$\gamma_1 = 2kb(1 + \epsilon)R_{0,0} + (1 - R_{0,0})/kb, \quad \gamma_2 = 2kb(1 + \epsilon),$$

$$\gamma_3 = (kb)^{-1}, \quad \gamma_4 = -Q_{0,0}/kb - 2kb(1 + \epsilon)(1 - Q_{0,0}).$$

Все остальные обозначения в (2) и (5) совпадают. Уравнения (2) в операторной форме допускают представление следующего вида:

$$(I + H_{11})X + H_{12}Y = A_1, \tag{6}$$

$$(I + H_{22})Y + H_{21}X = A_2,$$

где I — единичный оператор, $X = \{X_n\}_{n=1}^{\infty}$, $Y = \{Y_n\}_{n=1}^{\infty}$, H_{11} , H_{12} , H_{21} , H_{22} — матричные операторы, явный вид которых очевидным образом следует из (2). Можно показать, что искомое решение X , Y принадлежит классу квадратично суммируемых последовательностей, т. е. $X \in l_2$, $Y \in l_2$, а каждый из операторов H_{ik} ($i, k = 1, 2$) обладает вполне непрерывной формой в l_2 . Учитывая также, что A_1, A_2 лежит в том же функциональном пространстве, можно утверждать, что система уравнений (6) однозначно разрешима в l_2 , а для ее численного решения применим метод усечения (метод редукции). Не останавливаясь подробно на оценке скорости сходимости усеченного решения к точному, которая зависит от асимптотического (при $n \rightarrow \infty$) поведения параметров ϵ_n , $\mu_n = O(n^{-2})$, отметим, что этот вопрос для подобного рода уравнений достаточно подробно исследован в [5]. Здесь же мы ограничимся тем, что укажем: при практических расчетах порядок редукции N выбирался в виде $N = \text{entier}[kb + 6]$ для каждой из подсистем уравнений (2) и (5). Такой выбор порядка редукции обеспечивает стабилизацию четырех значащих цифр в значении коэффициентов X_n , Y_n .

Расчет сечения поглощения производился по следующей формуле:

$$Q^{\text{abs}} = \frac{\epsilon''}{\pi b^2} \int_V |E|^2 dv, \tag{7}$$

где $dv = 2\pi r \sin \theta dr d\theta d\varphi$ — элемент объема в сферической системе координат. Контроль точности решения (2) и (5) осуществлялся по выполнению закона сохранения дифракционной энергии (баланса мощности):

$$Q^{\text{abs}} + Q^{\text{sum}} + Q^{\text{scat}} = 0, \tag{8}$$

который при всех проведенных расчетах не превышал величины 10^{-5} . В (8) использованы обозначения Q^{sum} и Q^{scat} соответственно для суммарного потока энергии и потока энергии, рассеянной шаром через сферическую поверхность, охватывающую рассеиватель. Величины этих потоков вычислялись по формулам

$$Q^{\text{sum}} = \frac{2}{(kb)^2} \sum_{n=1}^N (2n + 1) \text{Re}(X_n^2 + Y_n^2),$$

$$Q^{\text{scat}} = \frac{2}{(kb)^2} \sum_{n=1}^N (2n + 1) (|X_n|^2 + |Y_n|^2).$$

2. Численные результаты. На рис. 1—3 представлены результаты расчета Q^{abs} в зависимости от kb при фиксированных значениях угла $\theta_0 = 20, 40, 90, 140, 160^\circ$, который характеризует угловые размеры сегмента. Как следует из рис. 1, 2, размещение экрана малых угловых размеров ($\theta_0 = 20, 40^\circ$) на теневой стороне шара приводит к увеличе-

нию, по сравнению с незранированным шаром ($\theta_0=0^\circ$), общего уровня поглощения электромагнитной энергии, причем при $kb > 2$ максимумы Q^{abs} экранированного шара совпадают с минимумами Q^{abs} незранированного шара. Очевидно, что сферический сегмент возмущает спектр собственных колебаний шара, следствием чего является смещение спектра собственных колебаний шара в длинноволновую область. Увеличение общего уровня поглощения можно объяснить тем, что сферический сегмент частично отражает волну, прошедшую диэлектрический шар, и отраженная волна дает дополнительный вклад в Q^{abs} . При $\theta_0 > 90^\circ$ на поведении Q^{abs} начинают все более заметно сказываться квазисобственные колебания экрана, добротность которых возрастает с ростом θ_0 . При малых углах $\theta_1=180^\circ-\theta_0=20, 40^\circ$ они подавляют собственные колебания диэлектрического шара и резонансы мощности поглощения проявляются на частотах, соответствующих квазисоб-

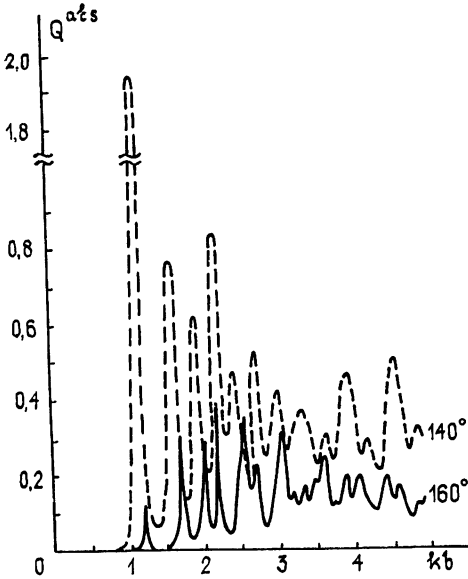


Рис. 3.

ственным колебаниям сферического резонатора с диэлектрическим заполнением. Если проследить за первым максимумом поглощения Q^{abs} , то можно обнаружить интересное явление, заключающееся в существовании оптимального угла θ_1 (или θ_0), при котором поглощаемая мощность максимальна (см. табл. 1). С физической точки зрения существование θ_1^{opt} достаточно очевидно: θ_1^{opt} — угол, при котором связь резонансного объема с внешним пространством максимальна. Последнее реализуется в случае равенства дифракционных и омических потерь в резонаторе [6]. Действительно, если при $\epsilon=4,84+i0,1$ $\theta_1^{opt}=40^\circ$, то при $\epsilon=4,84+i0,2$, согласно (7), мощность омических потерь возрастает, θ_1^{opt} увеличивается и достигает величины $\sim 50^\circ$. Соответственно при уменьшении ϵ'' уменьшается и θ_1^{opt} .

Таблица 1

Значения Q^{abs} на частоте первого резонанса поглощения при различных значениях θ_0 , $\epsilon=4,84+i0,1$

θ_0 , град	5	20	40	60	90	120	140	150	160	170
kb	1,3	1,25	1,135	0,99	0,93	1,0	1,14	1,2	1,23	1,25
Q^{abs}	0,3	0,32	0,65	1,13	1,47	1,65	1,95	1,1	0,12	0,0016

На рис. 4, 5 построены зависимости Q^{abs} при расположении экрана на освещенной стороне шара. Экран с малыми угловыми размерами $\theta_1=10^\circ$ практически не влияет на общий уровень поглощения в шаре. По мере уменьшения угла θ_0 ($\theta_0=50, 20^\circ$) происходит значительное

снижение общего уровня поглощения в исследуемом диапазоне, сказывающееся и на первом резонансе Q^{abs} . Отметим, что, как и в предыдущем случае, $\theta_1^{opt} = 40^\circ$.

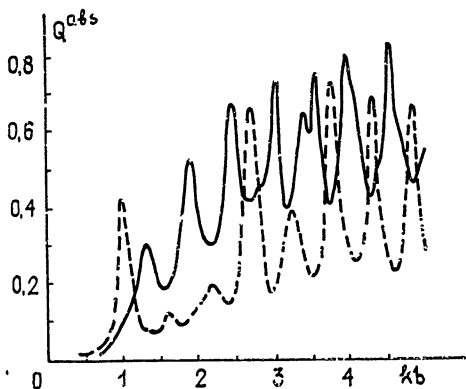


Рис. 4.

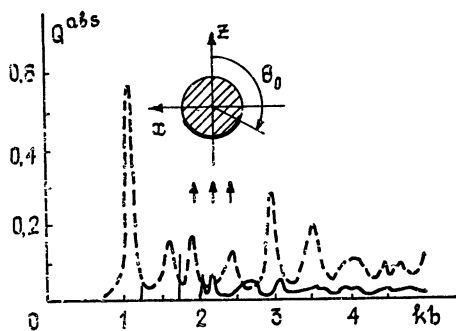


Рис. 5.

Приведенные результаты расчетов Q^{abs} позволяют сделать определенные выводы о влиянии сферического экрана на характеристики поглощения диэлектрического шара:

в резонансной области частот $b \sim \lambda$ при оценке характеристик поглощения частично экранированных объектов (в частности, диэлектрического шара) следует учитывать существование квазисобственных частот колебаний экранов, поскольку при их совпадении с частотой возбуждающего поля поглощение электромагнитной энергии может существенно возрасти по сравнению с неэкранированным объектом;

расположение экрана с малыми угловыми размерами на теневой стороне шара повышает общий уровень поглощения в нем. Размещение экрана на освещенной стороне шара практически не сказывается на уровне поглощения;

для получения максимального (при неизменном значении ϵ) уровня резонансного поглощения в шаре необходимо выполнить, путем подбора величины отверстия $\theta_1 = \theta_1^{opt}$, условие равенства омических и дифракционных потерь, т. е. согласовать резонансный объем с внешним пространством, откуда производится запитка резонатора энергией.

ЛИТЕРАТУРА

1. Виноградов С. С., Сулима А. В. — ДАН УССР, сер. А, 1982, № 5, с. 55.
2. Schwan H. P. — IEEE tr. on VME, 1972, 19, № 4, p. 304.
3. Jones W, Spigel R. — IEEE tr. on VME, 1974, 21, № 1 p. 46.
4. Виноградов С. С., Шестопалов В. П. — ДАН СССР, 1977, 237, № 1, с. 60.
5. Шестопалов С. С., Литвиненко Л. Н., Масалов С. А., Сологуб В. Г. Дифракция волн на решетках. — Харьков: ХГУ, 1973, с. 28.
6. Виноградов С. С., Шестопалов В. П. — ДАН СССР, 1981, 257, № 2, с. 331.

Институт радиопрофики и электроники
АН УССР

Поступила в редакцию
24 января 1983 г.

EVALUATION OF THE EXTINCTION FACTOR OF A DIELECTRIC SPHERE WITH A SPHERICAL CUP

S. S. Vinogradov, A. V. Sulima

The dependence of the extinction factor of a dielectric sphere with a spherical cup on frequency is studied for different angular dimensions of the spherical cup. It is shown that the availability of the cup on the surface of the dielectric sphere permits to control the level of the extinction factor.