

УДК 551.510 535 : 538 574 4

ВОЗБУЖДЕНИЕ БРЭГГОВСКОГО РЕЗОНАТОРА В ИОНОСФЕРНОЙ ПЛАЗМЕ С РЕШЕТКОЙ

В. Г. Лапин, Ю. А. Рыжов, В. В. Тамойкин

Рассмотрено возбуждение падающим импульсным сигналом ионосферного брэгговского резонатора, образованного искусственной периодической решеткой при наличии зеркала (точки отражения). В качестве пробной волны выбран бесконечный прямоугольный импульс с заполнением на несущей частоте. Проведено приближенное исследование формы отраженного сигнала от времени и показано, что время установления импульса на выходе из слоя (время возбуждения резонатора) существенно зависит от частоты накачки, глубины модуляции решетки и добротности резонатора.

Известно, что при воздействии мощной электромагнитной волны на ионосферную плазму ниже точки отражения образуется квазипериодическая структура электронной концентрации (решетка). Такие решетки могут полностью рассеивать падающую на них пробную волну [1-3]. Как показано в [4], часть решетки электронной концентрации, ограниченная на верхнем конце точкой отражения пробной волны, является брэгговским резонатором. Стационарное распределение поля пробной волны, падающей нормально к решетке, экспоненциально нарастает в слос плазмы по мере приближения к точке отражения [4, 5]. В работе [4] было исследовано стационарное распределение поля в резонаторе и влияние на него случайных неоднородностей концентрации плазмы в случае падения плоской монохроматической волны на слой. Кроме того, из энергетических соображений была проведена оценка времени высвечивания брэгговского резонатора.

С экспериментальной точки зрения, однако, больший интерес представляет задача об импульсном возбуждении указанного резонатора пробной волной. В настоящей работе рассмотрен вопрос о падении импульса на синусоидальную структуру, ограниченную зеркалом, найдены собственные частоты и декременты затухания соответствующих колебаний брэгговского резонатора и форма рассеянного импульса.

1. Пусть на слой $z \in [0, L]$ изотропной плазмы с решеткой падает полубесконечный прямоугольный импульс пробной волны с несущей частотой ω_0 и единичной амплитудой. В момент $t=0$ передний фронт импульса касается правой границы ($z=L$) плазменного слоя, на левой границе которого находится зеркало (точка отражения пробной волны). Тогда для фурье-образа $E_\omega(z)$ напряженности электрического поля

$$E_\omega(z) = \int_0^\infty e^{-i\omega t} E(t, z) dt \quad (1)$$

будем иметь уравнение

$$\frac{d^2 E_\omega}{dz^2} + \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_0(\omega) [1 - 2m \cos(2k_n z + \varphi)] E_\omega = 0, \quad (2)$$

где (как и в [4]) $\varepsilon_0(\omega) = 1 - \omega_p^2/\omega^2$ — диэлектрическая проницаемость невозмущенной плазмы, k_H — волновое число накачки, m — амплитуда решетки, φ — ее фаза в точке отражения пробной волны. Как показано в [4], от величины φ сильно зависят собственные частоты резонатора; например, при $\varphi=0$ частота основной моды находится на границе резонансной зоны уравнения (2), а при $\varphi=\pi/2$ совпадает с частотой накачки ω_H . В эксперименте φ можно изменять, вводя расстройку по частоте $\Delta\omega$ между пробной волной и волной накачки, поскольку при этом точки отражения этих волн смещаются [4].

Следуя [4], будем искать решение уравнения (2) в виде суммы падающей и рассеянной волн:

$$E_\omega(z) = P_\omega(z) \exp[ik_\omega(z-L)] + Q_\omega(z) \exp[-ik_\omega(z-L)] \equiv \quad (3)$$

$$\equiv E_{\omega \text{ пад}} + E_{\omega \text{ отр}},$$

где $k_\omega^2 = \varepsilon_0(\omega)\omega^2/c^2$. Тогда при $m \ll 1$ будем иметь систему уравнений для медленно меняющихся на длине волны комплексных амплитуд

$$P'_\omega(z) = -1/2 ik_H m Q_\omega(z) \exp[-i(2\Delta k_\omega z - \varphi - 2k_\omega L)], \quad (4)$$

$$Q'_\omega(z) = 1/2 ik_H m P_\omega(z) \exp[i(2\Delta k_\omega z - \varphi - 2k_\omega L)].$$

Здесь $\Delta k_\omega = k_\omega - k_H$, $|\Delta k_\omega| \ll k_H$ с граничными условиями

$$P_\omega(L) = -i/(\omega - \omega_0) \quad (5)$$

(определяется формой падающего на слой импульса) и

$$P_\omega(0) + Q_\omega(0) \exp(2ik_\omega L) = 0 \quad (6)$$

(условие $E_\omega=0$ в точке отражения).

2. Поскольку в поносферных экспериментах измеряемой величиной является поле отраженной волны, мы все внимание сосредоточим на втором члене суммы в (3), дающем при $z=L$ рассеянное слоем поле. Отметим, что система уравнений (4)–(6) аналогична исследованной в [4] системе (они различаются лишь условием (5)). Для $Q_\omega(z)$ трудно получить

$$Q_\omega(z) = -\frac{i}{\omega - \omega_0} \exp[i\Delta k_\omega(z-L) - 2ik_H L] \left\{ [\Delta_\omega + \cos \varphi + \right.$$

$$+ i(\sqrt{1 - \Delta_\omega^2} - \sin \varphi)] \exp\left(\frac{1}{2} k_0 m z \sqrt{1 - \Delta_\omega^2}\right) - [\Delta_\omega + \cos \varphi -$$

$$- i(\sqrt{1 - \Delta_\omega^2} + \sin \varphi)] \exp\left(-\frac{1}{2} k_0 m z \sqrt{1 - \Delta_\omega^2}\right) \left\{ [\Delta_\omega + \cos \varphi + \right.$$

$$+ i(\sin \varphi - \sqrt{1 - \Delta_\omega^2})] \exp(\Theta_\omega \sqrt{1 - \Delta_\omega^2}) - [\Delta_\omega + \cos \varphi +$$

$$+ i(\sin \varphi + \sqrt{1 - \Delta_\omega^2})] \exp(-\Theta_\omega \sqrt{1 - \Delta_\omega^2}) \left. \right\}^{-1}, \quad (7)$$

где $\Delta_\omega \equiv 2\Delta k_\omega/k_0 m$, $\Theta_\omega \equiv k_0 m L/2$, при $\omega = \omega_H$ $\Theta_{\omega_H} = \Theta$ — оптическая толщина решетки. С учетом (1), (3), (7) поле отраженного сигнала на выходе из слоя будет

$$E_{\text{отр}}(t, L) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty - i\sigma}^{+\infty - i\sigma} Q_\omega(L) e^{i\omega t} d\omega, \quad \sigma > 0. \quad (8)$$

Хотя выражение (7) для $Q_\omega(z)$ справедливо при $|\omega - \omega_n| \ll \omega_n$, быстрое спадание спектра входного сигнала с частотой обеспечит достаточную точность вычисления поля по формулам (7), (8). Для узкополосных импульсов можно кроме того пренебречь частотной дисперсией плазмы. Условие, когда это можно сделать, будет приведено ниже. Вводя обозначение

$$\omega \equiv \omega_n + \Omega, \quad (9)$$

будем иметь

$$k_\omega \simeq (n/c)(\omega_n + \Omega), \quad \Delta_\omega \simeq \Omega/\Omega_*, \quad (10)$$

где

$$n \equiv \sqrt{\varepsilon_0(\omega_n)}, \quad \Omega_* \equiv m\omega_n/2.$$

3. Рассмотрим случай $\varphi = \pi/2$, поскольку он наиболее благоприятен для возбуждения резонатора. Будем считать также, что $\omega_0 = \omega_n$. Тогда, вводя безразмерную переменную интегрирования $W = \Omega/\Omega_*$, из (8) с учетом (7), (9), (10) получим

$$E_{\text{отр}}(t, L) = \frac{i}{2\pi} \exp[i(\omega_n t - 2k_n L)] \int_{-\infty - i\sigma}^{+\infty - i\sigma} \exp(i\Omega_* t W) \times \\ \times (1/W) [(1 - \sqrt{1 - W^2} + iW) \exp(\Theta \sqrt{1 - W^2}) - \\ - (1 + \sqrt{1 - W^2} + iW) \exp(-\Theta \sqrt{1 - W^2})] [(1 - \sqrt{1 - W^2} - iW) \times \\ \times \exp(\Theta \sqrt{1 - W^2}) - (1 + \sqrt{1 - W^2} - iW) \exp(-\Theta \sqrt{1 - W^2})]^{-1} dW. \quad (11)$$

Интегрирование в (11) ведется по пути, лежащем ниже особенностей подынтегрального выражения в комплексной плоскости W . Последний множитель под знаком интеграла в (11) представляет собой коэффициент отражения волн от слоя плазмы с решеткой и точкой отражения. Полюса его, найденные в Приложении, определяют собственные частоты резонатора и добротность соответствующих мод.

Нетрудно показать, что в нижней полуплоскости (при $\text{Im } W < 0$) нет полюсов подынтегрального выражения. Поэтому, замыкая при $t < 0$ контур интегрирования снизу, получим

$$E_{\text{отр}}(t, L) = 0, \quad t < 0, \quad (12)$$

что естественно в данной постановке задачи. При $t > 0$ контур интегрирования можно, не меняя значения интеграла, замкнуть сверху по удаленному пути (см. Приложение).

В Приложении показано, что при $t > 0$ значение интеграла (11) определяется вкладом счетного числа полюсов в точках $W=0, W_0, W_{\pm 1}, W_{\pm 2}, \dots$ Эти полюса определяют наиболее долгоживущие (добротные) моды брэгговского резонатора. В Приложении полюса W_l ($l=0, \pm 1, \dots$) найдены приближенно для случая решеток с большой оптической толщиной

$$\Theta \gg 1. \quad (13)$$

В частности,

$$W_0 \equiv i\gamma \simeq 2ie^{-2\Theta}, \quad W_{\pm 1} \simeq \pm(1 + \pi^2/2\Theta^2) + i\pi^2/2\Theta^3, \quad (14)$$

$$W_{\pm 2} \simeq \pm(1 + 2\pi^2/\Theta^2) + i2\pi^2/\Theta^3, \dots$$

Видно, что лишь полюс W_0 лежит внутри резонансной полосы ($|\text{Re } W| < 1$) уравнения Матве (2), остальные полюса соответствуют

собственными модам неоднородного слоя толщины L (ср. с собственными частотами однородной пластинки [6]). Мнимые части полюсов (14) обратно пропорциональны добротностям соответствующих мод колебаний. Ясно, что при условии (13) вклады в интеграл (11) от полюсов W_l ($|l| \geq 1$) затухают очень быстро и для моментов времени*

$$t \gg \tau \equiv \Theta^3 / \Omega_* \simeq m^2 (k_H L)^3 / \omega_H \quad (15)$$

значение интеграла (11) приближенно дается вкладом двух полюсов $W=0$ и $W=W_0$:

$$E_{\text{отр}}(t, L) \simeq -\exp[i(\omega_H t - 2k_H L)] [1 - 2 \exp(-2\gamma \Omega_* t)], \quad t \gg \tau. \quad (16)$$

Из этого выражения видно, что характерное время установления стационарного резонаторного режима τ_0 равно

$$\tau_0 = (\gamma \Omega_*)^{-1} = (m \omega_H)^{-1} e^{2\Theta}. \quad (17)$$

Эта величина совпадает с временем установления, полученным в [4] из простых энергетических соображений. С точки зрения эксперимента важной особенностью отраженного сигнала (16) является наличие минимума амплитуды для времени $t_{\text{min}} = (2\Omega_*)^{-1} \ln 2 e^{2\Theta}$. Сравним время возбуждения резонатора τ_0 с временем установления отраженного слоя однородной изотропной плазмы сигнала (вычисленным согласно [7]), получим условие пренебрежения частотной дисперсией плазмы:

$$m^{-1} e^{2\Theta} \sqrt{c/2L\omega_p} (\omega_H^2 / \omega_p^2 - 1)^{3/4} \gg 1. \quad (18)$$

Это условие обычно выполняется для сильных решеток (13).

4. В случае $\varphi=0$ собственная частота основной моды брэгговского резонатора совпадает с границей резонансной зоны уравнения Матье (2). При этом (как показывает анализ, аналогичный проведенному в Приложении для $\varphi=\pi/2$) добротность всех собственных мод колебаний по степенному закону изменяется в зависимости от оптической толщины решетки Θ (здесь корни подобны W_l с $|l| \geq 1$). В этом случае стационарная амплитуда отраженного слоя плазмы сигнала будет достигнута заметно быстрее, чем в случае, когда возбуждается основная мода брэгговского резонатора.

В условиях эксперимента [1] время формирования отраженного импульса при возбуждении резонатора должно быть (согласно (17))

$$t_{\text{уст}} \approx \tau_0 \approx 10^{-3} \text{ с},$$

а в случае, когда основная мода не возбуждается,

$$t'_{\text{уст}} \approx \tau \approx 10^{-5} \text{ с}.$$

Таким образом, наблюдая картину установления отраженного сигнала достаточно длинного импульса пробных волн, можно судить о характере возбуждения брэгговского резонатора в плазме с искусственной решеткой.

Рассмотренная модель ионосферной решетки, разумеется, не может полностью претендовать на точное количественное описание реального эксперимента, в котором структура искусственной решетки сильно отличается от синусоидальной вблизи точки отражения. Тем не менее,

* Очевидно, при $\Theta \simeq 1$, т. е. когда уже становится существенным многократное рассеяние ($L \simeq L_{\text{расс}} = 2/k_H m$), время $\tau \simeq L/c$, т. е. равно времени «засвечивания» импульсом всей решетки. Отсюда ясно, что при $0 < t \leq \tau$ происходит процесс установления многократного рассеяния в слое, при котором амплитуда отраженного сигнала возрастает от нуля до величины порядка единицы

все физические аспекты задачи, связанные с наличием специфических резонансных явлений в структурах указанного типа, полностью сохраняют свое значение для реального эксперимента, и проведенное исследование может быть полезно как с точки зрения истолкования характера рассеянного сигнала, так и для постановки новых экспериментов.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Рассмотрим интеграл (11), определяющий поле отраженного импульса. Легко установить, что точки действительной оси $W = \pm 1$ не являются точками ветвления подынтегральной функции $f(W)$. Контур интегрирования можно трансформировать, выделив полюс $W = 0$, замкнуть бесконечной дугой окружности в верхней полуплоскости ($t > 0$, см. рис. 1). Мы получим, что значение интеграла определяется вкладом полюса $W = 0$ на действительной оси и вкладом всех полюсов функции $f(W)$ внутри контура Γ , проходящего по верхнему берегу разреза.

$$(W + i - \sqrt{W^2 - 1}) / (W + i + \sqrt{W^2 - 1}) = \exp(2i\Theta \sqrt{W^2 - 1}) \quad (\text{П.1})$$

можно привести к виду

$$(1 - \xi^{-1}) / (1 + \xi) = \exp[-\Theta(\xi + \xi^{-1})] \quad (\text{П.2})$$

с помощью преобразований

$$z = W + \sqrt{W^2 - 1}, \quad W = (1/2)(z + z^{-1}); \quad (\text{П.3})$$

$$z = i\xi. \quad (\text{П.3}')$$

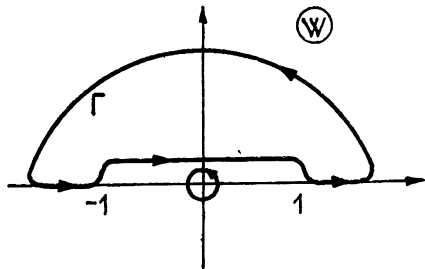


Рис. 1.

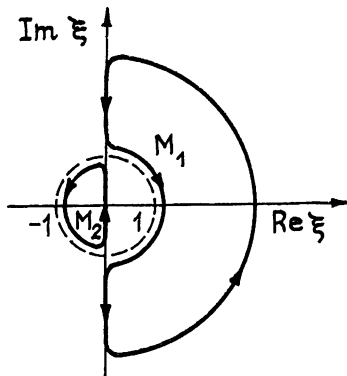


Рис. 2.

Преобразование (П.3) осуществляет конформное отображение внутренней единичного круга плоскости z в плоскость W с разрезом вдоль отрезка действительной оси $[-1, +1]$. Внешняя к единичному кругу область плоскости z также преобразуется в ту же плоскость с разрезом.

Решая уравнение (П.2) в новых переменных (z или ξ), мы можем рассматривать либо внутренность круга $|z| \leq 1$ ($z = W - \sqrt{W^2 - 1}$), либо его внешность ($z = W + \sqrt{W^2 - 1}$). Каждому корню уравнения $\xi = \xi_1$, расположенному внутри круга, отвечает корень $\xi = -\xi_1^{-1}$, расположенный вне круга. Эта пара корней дает один и тот же корень W_1 уравнения (П.1). Поэтому достаточно найти корни, расположенные внутри круга $|z| = |\xi| \leq 1$, либо корни вне этого круга. При этом контуру Γ на плоскости W соответствует либо контур M_1 , проходящий по внешней границе единичного круга, либо контур M_2 , проходящий

по внутренним точкам границы этого круга (см. рис. 2). Как ясно из предыдущих рассуждений, интегрирование по любому из этих контуров приводит к одному и тому же результату. Будем, например, рассматривать область $|\xi| > 1$. Физически вклад каждого полюса внутри контура M_1 связан с возбуждением собственных колебаний резонатора падающим импульсом. Естественно интересоваться колебаниями с наименьшим декрементом затухания. Малым декрементом затухания отвечают полюса, расположенные вблизи границы контура M_1 . Можно показать, что на действительной оси ($|\operatorname{Re} \xi| > 1, \operatorname{Im} \xi = 0$) имеется только один корень уравнения (П.2), который легко вычислить приближенно при условии $\Theta \gg 1$. Если потребовать выполнения условия $|\operatorname{Re} \xi / \operatorname{Im} \xi| \ll 1$ (вблизи мнимой оси на плоскости ξ), то уравнение (П.2) можно свести к системе уравнений

$$\psi = \operatorname{arctg}(\psi/2\Theta) + 2\pi l, \quad l = \pm 1, \pm 2, \dots, \quad \psi = \Theta \operatorname{Im} \xi (1 - |\xi|^{-2}),$$

$$\operatorname{Re} \xi = \frac{\ln |\xi|}{\Theta(1 + |\xi|^2)} \simeq \frac{\ln |\operatorname{Im} \xi|}{\Theta(1 + |\operatorname{Im} \xi|^{-2})}, \quad (\text{П.4})$$

которая легко решается приближенными методами и определяет все корни, находящиеся в секторе $|\operatorname{Re} \xi / \xi| \ll 1$. Так, при $\Theta \gg 1$ корни с наименьшей мнимой частью имеют вид

$$W_1 \simeq \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{\pi + \delta}{\Theta} \right)^2 \right] + i \frac{(\pi + \delta)^2}{2\Theta^3},$$

где $\delta = \psi_1 - 2\pi \simeq \pi/\Theta$, ψ_1 — наименьший по модулю корень уравнения (П.4) (не считая корня $\psi = 0$, который приводит к значению $W = \pm 1$). Наконец, нетрудно показать, что других корней уравнения (П.1) с мнимой частью, меньшей, чем $\operatorname{Im} W_1$, не существует.

ЛИТЕРАТУРА

1. Беликович В. В., Бенедиктов Е. А., Дмитриев С. А., Терина Г. И.— Изв вузов — Радиофизика, 1981, 24, № 5, с. 645.
2. Черкашин Ю. Н., Шанкин Ю. П.— В сб. Исследование сверхдального распространения коротких радиоволн.—М.: ИЗМИРАН, 1975, с. 66.
3. Попов А. В., Черкашин Ю. Н., Шапкин Ю. П.— В сб.: Исследование сверхдального распространения коротких радиоволн.—М.: ИЗМИРАН, 1975, с. 71.
4. Лапин В. Г., Рыжов Ю. А., Тамойкин В. В.— Препринт НИРФИ № 156 — Горький, 1982.
5. Виленский И. М., Фрейман М. Е.— В сб. Распространение радиоволн и физика ионосферы — Новосибирск: Наука, 1981, с. 17.
6. Вайнштейн Л. А. Открытые резонаторы и открытые волноводы.—М.: Сов. радио, 1966, с. 385
7. Гинзбург В. Л. Распространение электромагнитных волн в плазме.—М.: Физматгиз, 1960, с. 281.

Научно-исследовательский
радиофизический институт

Поступила в редакцию
24 декабря 1982 г.

EXCITATION OF THE BRAGG'S RESONATOR IN THE IONOSPHERIC PLASMA WITH AN ARRAY

V. G. Lapin, Yu. A. Ryzhov, V. V. Tamoiкин

Excitation is considered of an ionospheric Bragg's resonator by an incident pulse signal. The resonator is formed by an artificial periodic array in the presence of a mirror (the reflection point). As a test wave, an infinite rectangular pulse is chosen with filling at the carrier frequency. An approximate investigation has been carried out of the form of the reflected signal as a function of time and it is shown that the time of the pulse formation at the layer output (the time of the resonator excitation) is essentially depends on the pump frequency, the depth of the modulation array and the Q-factor of the resonator.