

УДК 541.124.7 : 539.18

## РЕЗОНАНСНОЕ МНОГОФОТОННОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ШУМОВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ С ОБОБЩЕННОЙ ДВУХУРОВНЕВОЙ СИСТЕМОЙ

Г. М. Крочик, Н. М. Крочик

Рассмотрено многофотонное взаимодействие светового поля, случайно модулированного комплексным гауссовым процессом, с обобщенной двухуровневой системой. Показано, что сдвиг и уширение линии перехода, обусловленные квадратичным эффектом Штарка и наличием многофотонного резонанса, в сильном шумовом поле насыщаются. Линия резонансного перехода при этом становится асимметричной. Исследована многофотонная резонансная ионизация. Найдены условия применимости усредненных скоростных уравнений. Установлены режимы, отличные от случая резонансной многофотонной ионизации в монохроматическом поле. Получено хорошее совпадение расчетов с имеющимися результатами экспериментальных работ по многофотонным процессам в шумовых полях.

### ВВЕДЕНИЕ

Уравнения, описывающие многофотонное взаимодействие поля с обобщенной двухуровневой системой (ДС) имеют вид [1, 2]

$$(d/dt + \Delta_2 + i\delta)\rho + (\alpha_m |E|^{2m}/2 - ik |E|^2)\rho = -\gamma_n(\rho^{(1)} - \rho^{(2)})E^n; \quad (1a)$$

$$(d/dt)\rho^{(1)} + W_{12}\rho^{(1)} - W_{21}\rho^{(2)} = \gamma_n^*\rho E^{*n} + \text{к. с.}; \quad (1b)$$

$$(d/dt)\rho^{(2)} + W_{21}\rho^{(2)} - W_{12}\rho^{(1)} + \alpha_m |E|^{2m}\rho^{(2)} = -\gamma_n^*\rho E^{*n} + \text{к. с.}, \quad (1c)$$

где  $\delta \equiv n\omega - \omega_{21}$ ,  $\rho = \rho_{12} e^{-in\omega t}$  — недиагональный элемент матрицы плотности  $\rho$ ,  $\rho^{(1)} \equiv \rho_{11}$ ,  $\rho^{(2)} \equiv \rho_{22}$  — диагональные элементы  $\rho$ ,  $\Delta_2^{-1} \equiv T_2$  — время поперечной релаксации,  $E$  — комплексная медленная амплитуда поля,  $\gamma_n = i\kappa_n(\omega)/\hbar$ ,  $\kappa_n(\omega)$  — поляризуемость  $n$ -го порядка для перехода  $1 \rightarrow 2$ ,  $k = (\kappa_{11}(\omega) - \kappa_{22}(\omega))/\hbar$  — постоянная Штарковского сдвига,  $\kappa_{11}(\omega)$ ,  $\kappa_{22}(\omega)$  — поляризуемости второго порядка уровней 1 и 2,  $W_{ij}$  — вероятности спонтанных излучательных и безызлучательных переходов,  $\alpha_m |E|^{2m}$  — скорость  $m$ -фотонной ионизации атома [2, 3]. В (1) учтена  $m$ -фотонная ионизация только из возбужденного состояния ( $m$  — минимальное число квантов  $\hbar\omega$ , обеспечивающее выполнение условия резонанса поля с переходом уровень  $2 \rightarrow$  континуум), а нерезонансная многофотонная ионизация из основного состояния считается пренебрежимо малой.

Положим, что  $E(t)$  является комплексным гауссовым процессом. Для получения усредненных уравнений для  $\rho$ ,  $\rho^{(1)}$ ,  $\rho^{(2)}$  необходимо знать выражения для средних типа

$$\overline{E^n(t) F[E(t), E^*(t)]}, \quad |\overline{E(t)|^{2m} F[E(t), E^*(t)]}|, \quad (2)$$

где  $F[E(t), E^*(t)]$  — функционал поля. Формулы для выражений (2) являются обобщением известной формулы Фуруцу — Новикова [4, 5] и получены в Приложении. Используя их, можно развить метод после-

довательных приближений, аналогичный методу, изложенному ранее в [6] для случая однофотонного резонанса. Первым приближением этого метода является приближение диффузионного случайного процесса (марковское приближение), для которого функция корреляции поля равна

$$\Psi_{tt_1} = \overline{E(t) E^*(t_1)} = S(t) \delta(t - t_1); \quad (3a)$$

$$S(t) = \int \Psi_{tt_1} dt_1. \quad (3b)$$

Попытки построения усредненных уравнений в таком приближении предпринимались также и ранее в работах [7, 2]. Полагая, что шум и отклик на него относительно независимы, авторы [2, 7] расцепляли корреляцию подобно тому, как это делается в приближении Бурре (см. [8]). Подобное расцепление не всегда оправдано и часто приводит к ошибочным результатам. Так, в [2] ошибочно установлено, что штарковский сдвиг в шумовом поле в три раза выше, чем в монохроматическом поле той же интенсивности.

Во втором приближении удается получить усредненные уравнения с учетом конечного радиуса корреляции случайного поля. Эти уравнения являются более точными и позволяют установить рамки применимости марковского приближения. Кроме того, открывается возможность исследования поведения ДС в сильном шумовом поле.

## 1. ДВУХФОТОННЫЙ РЕЗОНАНС И ЭФФЕКТ ШТАРКА

1.1. Положим в (1)  $n=2$  и рассмотрим вначале случай, когда ионизация отсутствует ( $\alpha_m=0$ ). Тогда усредненные уравнения (1) можно переписать в виде

$$(d/dt + \Delta_2 + i\delta) \rho - ik \overline{|E|^2 \rho} = -\gamma_2 \overline{E^2 \eta}; \quad (4a)$$

$$(d/dt + \Delta_1) \overline{\eta} - \Delta_1 \eta_0 = 2\gamma_2^* \overline{\rho E^{*2}} + \text{к. с.}, \quad (4b)$$

где учтено, что  $\rho^{(1)} + \rho^{(2)} = 1$ , и введено обозначение  $\eta_0 = (W_{21} - W_{12})/(W_{21} + W_{12})$ ,  $\Delta_1 = W_{12} + W_{21} = T_1^{-1}$  (см. [1]).

Используя формулы (П.1), (П.2) и (П.8), получим для средних в уравнениях (4):

$$\overline{\rho |E|^2} = \overline{\rho J} + \int \int dt_1 dt_2 \Psi_{tt_1} \Psi_{t_1 t_2}^* \overline{(\delta^2 \rho / \delta E_1^* \delta E_2)}; \quad (5a)$$

$$\overline{\rho E^{*2}} = \int \int dt_1 dt_2 \Psi_{tt_1}^* \Psi_{t_1 t_2}^* \overline{(\delta^2 \rho / \delta E_1 \delta E_2)}; \quad (5b)$$

$$\overline{\eta E^2} = \int \int dt_1 dt_2 \Psi_{tt_1} \Psi_{t_1 t_2} \overline{(\delta^2 \eta / \delta E_1^* \delta E_2^*)}, \quad (5c)$$

где  $E \equiv E(t)$ ,  $E_i \equiv E(t_i)$ ,  $J \equiv \overline{|E|^2}$ . Полагая  $t_1, t_2 < t$  и действуя операторами  $\delta^2/\delta E_1^* \delta E_2$ ,  $\delta^2/\delta E_1 \delta E_2$  на неусредненное уравнение (4a) и  $\delta^2/\delta E_1^* \delta E_2^*$  на (4b), получим уравнения для подынтегральных функций в (5):

$$\left( \frac{d}{dt} + \Delta_2 + i\delta \right) \overline{\frac{\delta^2 \rho}{\delta E_1^* \delta E_2}} - ik \overline{|E|^2} \overline{\frac{\delta^2 \rho}{\delta E_1^* \delta E_2}} = -\gamma_2 \overline{E^2} \overline{\frac{\delta^2 \eta}{\delta E_1^* \delta E_2}}; \quad (6a)$$

$$\left( \frac{d}{dt} + \Delta_2 + i\delta \right) \overline{\frac{\delta^2 \rho}{\delta E_1 \delta E_2}} - ik \overline{|E|^2} \overline{\frac{\delta^2 \rho}{\delta E_1 \delta E_2}} = -\gamma_2 \overline{E^2} \overline{\frac{\delta^2 \eta}{\delta E_1 \delta E_2}}; \quad (6b)$$

$$\left( \frac{d}{dt} + \Delta_1 \right) \overline{\frac{\delta^2 \eta}{\delta E_1^* \delta E_2^*}} = 2\gamma_2^* \overline{E^{*2}} \overline{\frac{\delta^2 \rho}{\delta E_1^* \delta E_2^*}} + 2\gamma_2 \overline{E^2} \overline{\frac{\delta^2 \rho}{\delta E_1^* \delta E_2^*}}. \quad (6c)$$

Применяя в (6) вновь формулы (П.1) и (П.8), имеем

$$\overline{|E|^2 \frac{\delta^2 \rho}{\delta E_1^* \delta E_2}} = \overline{\frac{\delta^2 \rho}{\delta E_1^* \delta E_2}} J + \int \int dt_3 dt_4 \overline{\frac{\delta^4 \rho}{\delta E_1^* \delta E_2 \delta E_3^* \delta E_4}} \Psi_{tt_3} \Psi_{tt_4}^*; \quad (7a)$$

$$\overline{E^2 \frac{\delta^2 \eta}{\delta E_1^* \delta E_2}} = \int \int dt_3 dt_4 \overline{\frac{\delta^4 \eta}{\delta E_1^* \delta E_2 \delta E_3^* \delta E_4}} \Psi_{tt_3} \Psi_{tt_4}. \quad (7b)$$

Заметим, что поскольку  $\rho(t)$  и  $\eta(t)$  удовлетворяют дифференциальным уравнениям первого порядка по  $t$  с начальными условиями при  $t=0$ , то эти величины функционально зависят от значений поля  $E$  и  $E^*$  на интервале времени  $[0, t]$  (принцип причинности). Поэтому все интегралы в (5) и (7) имеют пределы 0,  $t$ . Аналогичные выражения можно выписать и для остальных средних в (6). Далее можно получить уравнения для подынтегральных функций в (7). Продолжая этот процесс, получим бесконечную цепочку уравнений.

Применив теперь в (5) аппроксимацию (3), будем иметь

$$\overline{\rho |E|^2} = \overline{\rho} J + (1/4) S^2 \overline{(\delta^2 \rho / \delta E^* \delta E)}; \quad (8a)$$

$$\overline{\rho E^{*2}} = (1/4) S^2 \overline{(\delta^2 \rho / \delta E^2)}; \quad (8b)$$

$$\overline{\eta E^2} = (1/4) S^2 \overline{(\delta^2 \eta / \delta E^2)}. \quad (8c)$$

Для нахождения выражения для  $\overline{\delta^2 \rho / \delta E^* \delta E}$  формально проинтегрируем неусредненное уравнение (4а) в интервале от 0 до  $t$ :

$$\rho(t) = \rho(0) + \int_0^t [ -(\Delta_2 + i\delta) \rho(\tau) - \gamma_2 \eta(\tau) E^2(\tau) + ik\rho(\tau) |E(\tau)|^2 ] d\tau. \quad (9)$$

Действуя последовательно операторами  $\delta/\delta E_1^*$  и  $\delta/\delta E_2$  ( $t_1, t_2 < t$ ) и учитывая принцип причинности, получим

$$\begin{aligned} \frac{\delta^2 \rho}{\delta E_1^* \delta E_2} &= \int_0^t \left[ -(\Delta_2 + i\delta) \frac{\delta^2 \rho(\tau)}{\delta E_1^* \delta E_2} 1(\tau - t_2) 1(\tau - t_1) - 2\gamma_2 \times \right. \\ &\times \frac{\delta \eta(\tau)}{\delta E_1^*} 1(\tau - t_1) E(\tau) \delta(\tau - t_2) - \gamma_2 \frac{\delta^2 \eta(\tau)}{\delta E_1^* \delta E_2} 1(\tau - t_1) 1(\tau - t_2) E^2(\tau) + \\ &+ ik \frac{\delta \rho(\tau)}{\delta E_1^*} 1(\tau - t_1) E^*(\tau) \delta(\tau - t_2) + ik \frac{\delta^2 \rho(\tau)}{\delta E_1^* \delta E_2} 1(\tau - t_1) 1(\tau - t_2) |E(\tau)|^2 + \\ &+ ik \frac{\delta \rho(\tau)}{\delta E_2} 1(\tau - t_2) E(\tau) \delta(\tau - t_1) + ik \rho(\tau) \delta(\tau - t_1) \delta(\tau - t_2) \Big] d\tau, \end{aligned} \quad (10)$$

где

$$1(x) = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ 1/2, & x = 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}, \quad \frac{d}{dx} 1(x) = \delta(x).$$

Далее, согласно стандартной процедуре [4-6], необходимо в (10) устремить  $t_1$  и  $t_2$  к  $t$ . Однако предел последнего слагаемого, вообще говоря, не определен. Для его нахождения подставим (10) в (5а):

$$\begin{aligned} \overline{\rho |E|^2} &= \bar{\rho} J + \int_0^t \int_0^t dt_1 dt_2 \Psi_{tt_1} \Psi_{tt_2}^* \left[ \dots + ik \int_0^t d\tau \bar{\rho}(\tau) \delta(\tau - t_1) \delta(\tau - t_2) \right] = \\ &= \bar{\rho} J + \int_0^t d\tau [\dots + ik \bar{\rho}(\tau) |\Psi_{t\tau}|^2]. \end{aligned}$$

При достаточно малом времени корреляции (что всегда справедливо в первом приближении) получим

$$\begin{aligned} \overline{\rho |E|^2} &= \bar{\rho} J + \left[ \dots + ik \bar{\rho} \int_0^t |\Psi_{t\tau}|^2 d\tau \right] = \\ &= \bar{\rho} J + S^2/4 \left[ \dots + ik \lim_{t_1, t_2 \rightarrow t} \int_0^t \bar{\rho}(\tau) \delta(\tau - t_1) \delta(\tau - t_2) d\tau \right]. \end{aligned}$$

Отсюда имеем

$$\lim_{t_1, t_2 \rightarrow t} \int_0^t \bar{\rho}(\tau) \delta(\tau - t_1) \delta(\tau - t_2) d\tau = \alpha \bar{\rho} J / S,$$

где  $\alpha = 2 \int_0^t |\Psi_{t\tau}|^2 d\tau / (J \int_0^t \Psi_{t\tau} d\tau)$  — параметр, учитывающий вид корреляционной функции. В частности,  $\alpha = 1$  для  $\Psi_{t\tau} = J \exp(-\Delta|t-\tau|)$ ,  $\alpha = \sqrt{2}$  для  $\Psi_{t\tau} = J \exp[-\Delta^2(t-\tau)^2]$ . Таким образом,

$$\overline{\frac{\delta^2 \rho}{\delta E^* \delta E}} = -\gamma_2 E \overline{\frac{\delta \eta}{\delta E^*}} + \frac{ik}{2} \left( \overline{E^* \frac{\delta \rho}{\delta E^*}} + \overline{E \frac{\delta \rho}{\delta E}} \right) + ik \alpha \bar{\rho} J / S. \quad (11)$$

Аналогично можно получить

$$\overline{\frac{\delta^2 \rho}{\delta E^2}} = ik E^* \overline{\frac{\delta \rho}{\delta E}} - 2\gamma_2 E \overline{\frac{\delta \eta}{\delta E}} - 2\gamma_2 \alpha \bar{\rho} J / S; \quad (12)$$

$$\overline{\frac{\delta^2 \eta}{\delta E^{*2}}} = 4\gamma_2^* E^* \overline{\frac{\delta \rho}{\delta E^*}} + 4\gamma_2^* \alpha \bar{\rho} J / S. \quad (13)$$

Подставляя (11), (12) и (13) в (8) и проводя преобразования, получим следующие уравнения первого приближения:

$$\left\{ \frac{d}{dt} + \Delta_2 + i\delta - \frac{ikJ [1 + ik\alpha S (1 - |\gamma_2|^2 S^2)/4] (1 - |\gamma_2|^2 S^2)}{1 + k^2 S^2/4 + |\gamma_2|^2 S^2 - k^2 |\gamma_2|^2 S^4/4} + |\gamma_2|^2 \alpha S J \right\} \bar{\rho} = (d/dt + L_1) \bar{\rho} = 0; \quad (14a)$$

$$\begin{aligned} [d/dt + \Delta_1 + 2|\gamma_2|^2 \alpha S J (1 + k^2 S^2/4 + 2|\gamma_2|^2 S^2)^{-1}] \bar{\eta} - \Delta_1 \eta_0 &= (d/dt + L_2) \bar{\eta} - \Delta_1 \eta_0 = 0. \end{aligned} \quad (14b)$$

Получим теперь уравнения второго приближения. Оставим в (5) точную функцию корреляции, а аппроксимацию (3) применим ко вторым

уравнениям цепочки (6), (7). Тогда, действуя так же, как при получении уравнений первого приближения, нетрудно получить следующие уравнения для подынтегральных функций (5):

$$\begin{aligned} \left( \frac{d}{dt} + L_1 \right) \overline{\frac{\delta^2 \rho}{\delta E_1^* \delta E_2}} &= 0, \quad \left( \frac{d}{dt} + L_1 \right) \overline{\frac{\delta^2 \rho}{\delta E_1 \delta E_2}} = 0, \\ \left( \frac{d}{dt} + L_2 \right) \overline{\frac{\delta^2 \eta}{\delta E_1^* \delta E_2^*}} &= 0. \end{aligned} \quad (15)$$

Положим вначале  $t_1 \ll t_2$ . Тогда из (15) находим

$$\overline{\frac{\delta^2 \rho}{\delta E_1^* \delta E_2}} = \overline{\frac{\delta^2 \rho_2}{\delta E_1^* \delta E_2}} \exp \left[ - \int_{t_2}^t L_1(\tau) d\tau \right], \quad (16a)$$

где  $\rho_i \equiv \rho(t_i)$ .

Выражение для  $\overline{\delta^2 \rho_2 / \delta E_1^* \delta E_2}$  найдем из (10), в котором устремим  $t$  к  $t_2$ :

$$\begin{aligned} \overline{\frac{\delta^2 \rho_2}{\delta E_1^* \delta E_2}} &= -2\gamma_2^* E_2 \overline{\frac{\delta \eta_2}{\delta E_1^*}} 1(t_2 - t_1) + ik \left[ \overline{E_2^* \frac{\delta \rho_2}{\delta E_1^*}} 1(t_2 - t_1) + \right. \\ &\quad \left. + \overline{E_1 \frac{\delta \rho_1}{\delta E_2}} 1(t_1 - t_2) + \bar{\rho}_2 \delta(t_2 - t_1) \right]. \end{aligned} \quad (17)$$

Вычисляя в (17) средние с использованием аппроксимации (3), можно получить

$$\overline{\frac{\delta^2 \rho_2}{\delta E_1^* \delta E_2}} = \frac{ik - 4|\gamma_2|^2 S_2 1(t_2 - t_1)}{1 - ikS_2/2 + 2|\gamma_2|^2 S_2^2 1(t_2 - t_1)} \bar{\rho}_2 \delta(t_2 - t_1), \quad (18a)$$

где  $S_i \equiv S(t_i)$ .

При  $t_1 \geq t_2$  имеем

$$\overline{\frac{\delta^2 \rho}{\delta E_1^* \delta E_2}} = \overline{\frac{\delta^2 \rho_1}{\delta E_1^* \delta E_2}} \exp \left[ - \int_{t_1}^t L_1(\tau) d\tau \right]; \quad (16b)$$

$$\overline{\frac{\delta^2 \rho_1}{\delta E_1^* \delta E_2}} = \frac{ik - 4|\gamma_2|^2 S_1 1(t_2 - t_1)}{1 - ikS_1/2 + 2|\gamma_2|^2 S_1^2 1(t_2 - t_1)} \bar{\rho}_1 \delta(t_1 - t_2). \quad (18b)$$

Подставив (18) в (16), а затем в (5а), получим выражение для  $\rho |E|^2$  во втором приближении:

$$\overline{\rho |E|^2} = \bar{\rho} J + \int_0^t dt_1 |\Psi_{H_1}|^2 (ik - 2|\gamma_2|^2 S_1) f_1^{-1} \bar{\rho}_1 \exp \left[ - \int_{t_1}^t L_1(\tau) d\tau \right], \quad (19)$$

где  $f_i \equiv 1 - ikS_i/2 + |\gamma_2|^2 S_i^2$ .

Аналогичным образом находятся и остальные средние в (5). Окончательный вид уравнений второго приближения следующий:

$$\left( \left( \frac{d}{dt} + \Delta_2 + i\delta - ikJ \right) \rho + \int_0^t dt_1 \left\{ |\Psi| |^2 (k^2 + 2ik|\gamma_2|^2 S_1) \times \right. \right. \\ \times \exp \left[ - \int_{t_1}^t L_1(\tau) d\tau \right] + 4|\gamma_2|^2 \Psi_{tt_1}^2 \exp \left[ - \int_{t_1}^t L_2(\tau) d\tau \right] \left. \right\} f_1^{-1} \bar{\rho}_1 = 0; \quad (20a)$$

$$\left( \left( \frac{d}{dt} + \Delta_1 \right) \bar{\eta} + 8|\gamma_2|^2 \int_0^t dt_1 \operatorname{Re} \left\{ \Psi_{tt_1}^2 \exp \left[ - \int_{t_1}^t L_1(\tau) d\tau \right] g_1^{-1} \right\} \bar{\eta}_1 - \Delta_1 \eta_0 = 0, \quad (20b) \right.$$

где  $g_i \equiv 1 - ikS_i/2 + 2|\gamma_2|^2 S_i^2$ .

1.2. Прежде чем переходить к анализу полученных уравнений первого и второго приближений, укажем, что сравнение этих уравнений позволяет установить достаточные условия применимости уравнений первого приближения. В самом деле, полагая в уравнениях второго приближения (20)

$$\Psi_{tt_1} = J \exp(-\Delta|t - t_1|), \quad (21)$$

где  $\Delta^{-1} = \tau_L$  — время корреляции, находим, что они переходят в уравнения первого приближения (14) при выполнении условий

$$2\Delta \gg \Delta_1, \Delta_2, |\delta|; \quad 2|\gamma_2|^2 S^2 \ll 1; \quad k^2 S^2 / 4 \ll 1; \quad t \gg \tau_L / 2. \quad (22)$$

Поскольку  $\Delta_2, \Delta_1, |\gamma_2|^2 SJ, kJ$  — динамические постоянные усредненных уравнений первого приближения, то условия применимости (22) означают, что эти динамические постоянные должны быть много меньше обратного времени корреляции поля.

Проанализируем теперь уравнение первого приближения (14). Интегрируя (14а) при начальном условии  $\rho(0) = \rho_0$ , имеем  $\rho(t) = \rho_0 \exp \left[ - \int_0^t L_1(\tau) d\tau \right]$ . Таким образом, первое приближение дает лоренцевскую форму спектра перехода, центр которого сдвинут относительно центральной части невозмущенного спектра атома на величину штарковского сдвига:

$$\Omega_{\text{шт}} = kJ \frac{1 - |\gamma_2|^2 S^2}{1 + k^2 S^2 / 4 + |\gamma_2|^2 S^2 - k^2 |\gamma_2|^2 S^4 / 4}. \quad (23)$$

Здесь для простоты полагается  $S(t) = \text{const}$ . Ширина спектра определяется следующим выражением:

$$\Lambda_{\text{шт}} = 2 \left[ \Delta_2 + \alpha k^2 SJ \frac{(1 - |\gamma_2|^2 S^2)^2}{4(1 + k^2 S^2 / 4 + |\gamma_2|^2 S^2 - k^2 |\gamma_2|^2 S^4 / 4)} + \alpha |\gamma_2|^2 SJ \right]. \quad (24)$$

Второй член в (24) описывает уширение перехода из-за штарк-эффекта, а третий — из-за двухфотонного резонанса. В частности, из (23) и (24) видно, что при отсутствии резонанса сдвиг уровней превосходит уширение; при увеличении интенсивности поля до значения, при котором  $kS/2 \rightarrow 1$ , величина сдвига насыщается (закон роста сдвига с интенсивностью становится более медленным, чем линейный). Уширение уровней в области  $k^2 S^2 / 4 \ll 1$  пропорционально  $J^2$  и также насыщается при  $kS/2 \rightarrow 1$ .

Все эти особенности наблюдали ранее экспериментально в работе [9], где исследовался спектр поглощения ДС в интенсивном нерезонанс-

ном шумовом поле. На рис. 1а и 1б изображены экспериментальные точки для сдвига и уширения уровней, полученные в этой работе. Из (24) следует, что при слабых полях ( $k^2 S^2 / 4 \ll 1$ ) и лоренцевском спектре шумового поля  $\Delta_{\text{шт}} = k^2 J^2 / \Delta + 2\Delta_2$ ; тогда из рис. 1б найдем  $\Delta_{\text{шт}} / \Gamma = (k^2 J^2 / \Gamma^2) (\Gamma / \Delta) + 1 = 6,45 \cdot 10^{-2} (k^2 J^2 / \Gamma^2) + 1$ , т. е.  $\Gamma / \Delta = 6,45 \cdot 10^{-2}$ , где  $\Gamma = 2\Delta_2$  — ширина спектра перехода. Используя значение  $\Gamma / \Delta$ , можно произвести расчет зависимостей ширины и сдвига уровней от интенсивностей в первом и втором приближении. Результаты расчетов представлены на рис. 1. Из рис. 1 видно, что первое приближение удовлетворительно описывает уширение и сдвиг линии перехода в области  $k^2 S^2 / 4 \ll 1$ . Для построения решений второго приближения используем в уравнении (20а) при  $\gamma_2 = 0$ ,  $\delta = 0$  преобразование Лапласа. Тогда несложно получить для изображения  $\rho_2(t)$ :

$$\rho_2(p) = \rho(0) \left[ p + \Delta_2 - i\Omega + \frac{\Omega^2}{(1 - i\Omega/\Delta)} \frac{p + 2\Delta + \Delta_2 - i\Omega [1 + i\Omega/(2\Delta)] / (1 + \Omega^2/\Delta^2)}{(p + 2\Delta + \Delta_2 - i\Omega [1 + i\Omega/(2\Delta)] / (1 + \Omega^2/\Delta^2))} \right]^{-1}, \quad (25)$$

где  $p$  — оператор Лапласа,  $\Omega \equiv kJ$ .

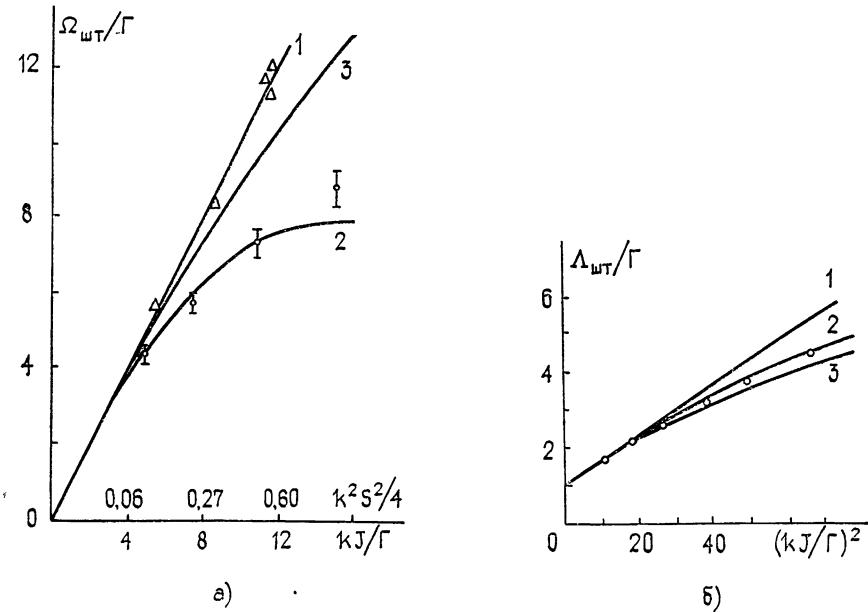


Рис. 1. Зависимость сдвига (а) и полуширины (б) линии поглощения ДС от интенсивности шумового нерезонансного поля (полуширина линии поля 30 Гц, ширина линии перехода — 2,7 Гц); а) кривая 1 — асимптотическая кривая в первом приближении, 2 — теоретическая кривая первого приближения, 3 — теоретическая кривая второго приближения при  $\Gamma / \Delta = 6,45 \cdot 10^{-2}$ , б) кривая 1 — асимптотическая кривая в первом приближении, 2 — теоретическая кривая второго приближения при  $\Gamma / \Delta = 6,45 \cdot 10^{-2}$ , 3 — теоретическая кривая первого приближения.

Осуществляя в (25) замену  $p = i\omega$  и выделяя действительную часть  $\rho_2(\omega)$ , ответственную за поглощение, получим форму спектра поглощения. Не приводя громоздких выражений для  $\text{Re } \rho_2(p)$  и для ширины и сдвига линий перехода, получающихся из него, остановимся на результатах построения спектра поглощения ДС для экспериментальных условий [9]. На рис. 2 представлены линии поглощения ДС при действии сильного шумового поля трех различных интенсивностей. Видно, что помимо следующего из первого приближения вывода о том, что ширина спектра пропорциональна, а величина максимума поглощения обратно пропорциональна квадрату интенсивности шумового поля, второе приближение дает нелоренцевскую и несимметричную форму линии:

зависимость спада крыльев линии в направлении смещения его максимума более плавная, чем в обратном направлении. Последнюю закономерность также наблюдали в экспериментах [9]. Зависимость ширины линии от интенсивности поля хорошо описывается решениями уравнений второго приближения (см. рис. 1 б, кривая 3). Построенная при том же значении  $\Gamma/\Delta=6,45 \cdot 10^{-2}$  зависимость  $\Omega_{\text{шт}}(J)$  (рис. 1а, кривая 3) не совпадает с соответствующей экспериментальной зависимостью. Это, по-видимому, связано с тем, что в эксперименте спектр поля сильно отличался от лоренцевского. Однако форма зависимости хорошо совпадает с экспериментальной.

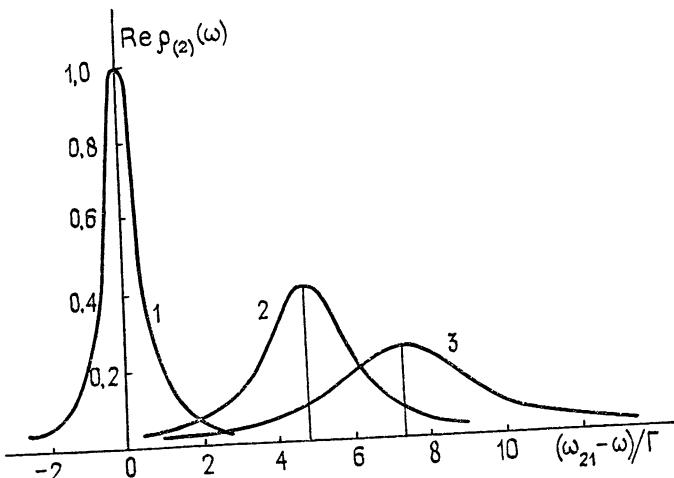


Рис. 2. Формы линии поглощения ДС при различных интенсивностях перезонансного шумового поля  $\Gamma/\Delta=6,45 \cdot 10^{-2}$ . Кривые 1, 2, 3 соответствуют значениям  $kJ/\Gamma = 0, 5, 8$ .

При наличии двухфотонного резонанса линия перехода, как это следует из (24), дополнительно уширяется. Уширение линии пропорционально квадрату интенсивности и, как следует из уравнений второго приближения, насыщается при  $|\gamma_2|^2 S^2 \rightarrow 1$ . При этом также насыщается соответствующая вероятность двухфотонного перехода.

## 2. МНОГОФОТОННЫЙ РЕЗОНАНС

**2.1.** Проведем теперь усреднение уравнений (1) при произвольных  $n$  и  $t$  в первом приближении. Рассмотрим сначала усреднение величин  $\rho E^{*n}$ ,  $\rho^{(1, 2)} E^n$ . Согласно формуле (П.2) для  $\rho E^{*n}$  имеем

$$\overline{\rho E^{*n}} = \int \dots \int dt_1 \dots dt_n \Psi_{t_1}^* \dots \Psi_{t_n}^* \overline{(\delta^n \rho / \delta E_1 \dots \delta E_n)}. \quad (26)$$

Применяя к (26) аппроксимацию (3) и учитывая, что  $\delta^n \rho / \delta E_1 \dots \delta E_n \neq 0$  при  $t_1, \dots, t_n < t$ , получим

$$\overline{\rho E^{*n}} = (1/2^n) S^n \overline{(\delta^n \rho / \delta E^n)}.$$

Найдем выражение для  $\overline{\delta^n \rho / \delta E^n}$ . Проинтегрировав формально (1а) в интервале от 0 до  $t$ , подействуем на интеграл оператором  $\delta^n / \delta E_1 \dots \delta E_n$ . Затем, оставив только члены, содержащие максимальное число  $\delta$ -функций и минимальную суммарную степень произведения  $E^k(\tau) E^{*l}(\tau)^*$ , и устремив  $t_1, \dots, t_n$  к  $t$ , получим

\* Все остальные члены, как нетрудно показать, после устремления  $t_1, \dots, t_n$  к  $t$  будут малыми либо равными нулю.

$$\delta^n \rho / \delta E^n \simeq - (n-1)! \gamma_n (2J/S)^{n-1} (\rho^{(1)} - \rho^{(2)}) \beta_n,$$

где параметр  $\beta_n = n \int_0^t \Psi_{t\tau}^n d\tau / (J^{n-1} \int_0^t \Psi_{t\tau} d\tau)$ . (Например,  $\beta_n = 1$ , если  $\Psi_{tt_1} = J \exp(-\Delta|t-t_1|)$ ;  $\beta_n = \sqrt{n}$ , если  $\Psi_{tt_1} = J \exp[-\Delta^2(t-t_1)^2]$ .)  
Аналогично

$$\overline{\rho^{(1,2)} E^n} = \left( \frac{1}{2^n} \right) S^n \frac{\overline{\delta^n \rho^{(1,2)}}}{\delta E^{*n}}, \quad \frac{\overline{\delta^n \rho^{(1,2)}}}{\delta E^{*n}} \simeq \pm (n-1)! \gamma_n^* (2J/S)^{n-1} \bar{\rho} \beta_n,$$

$$\overline{\rho |E|^2} = \bar{\rho} J + \left( \frac{1}{4} \right) S^2 \frac{\overline{\delta^2 \rho}}{\delta E^* \delta E}, \quad \frac{\overline{\delta^2 \rho}}{\delta E^* \delta E} \simeq ik (J/S) \bar{\rho} \beta_2.$$

Для вычисления  $\overline{\rho^{(2)} |E|^{2m}}$  и  $\overline{\rho |E|^{2m}}$  используем формулу (П.8), в которой оставляем только первый член, поскольку в нашем случае последующие члены, как можно показать, пропорциональны более высоким степеням интенсивности поля и являются малыми. Таким образом, найдем

$$\overline{\rho^{(2)} |E|^{2m}} \simeq m! J^m \overline{\rho^{(2)}},$$

$$\overline{\rho |E|^{2m}} \simeq m! J^m \overline{\rho}.$$

Итак, усредненные уравнения первого приближения имеют вид

$$(d/dt + \Delta_2 + i\delta - i\Omega_{\text{шт}} + \Lambda_{\text{шт}} + v/2 + W_n) \bar{\rho} = 0,$$

$$d/dt \overline{\rho^{(1)}} + W_{12} \overline{\rho^{(1)}} - W_{21} \overline{\rho^{(2)}} + W_n \overline{\rho^{(1)}} - W_n \overline{\rho^{(2)}} = 0, \quad (27)$$

$$d/dt \overline{\rho^{(2)}} + W_{21} \overline{\rho^{(2)}} - W_{12} \overline{\rho^{(1)}} + W_n \overline{\rho^{(2)}} - W_n \overline{\rho^{(1)}} + v \overline{\rho^{(2)}} = 0,$$

где  $W_n = |\gamma_n|^2 (n-1)! SJ^{n-1} \beta_n$  — вероятность  $n$ -фотонного перехода в шумовом гауссовом поле,  $v = m! a_m J^m$  — скорость прямой  $m$ -фотонной ионизации,  $\Omega_{\text{шт}} = kJ$ ,  $\Lambda_{\text{шт}} = \beta_2 k^2 S J / 4$  — сдвиг и уширение из-за квадратичного эффекта Штарка.

Условия применимости уравнений (27) можно получить с помощью сформулированного выше правила (см. п. 1.2):

$$[\min(m, n)] \Delta \gg \Delta_2, |\delta|, |\Omega_{\text{шт}}|, \Lambda_{\text{шт}}, v, W_n, W_{12}, W_{21}; \quad (28)$$

$$t \gg \tau_L / \min(m, n).$$

Без учета динамических поляризаций уровней усредненные уравнения (27) и соответствующие вероятности переходов могут быть получены и более простым путем. В самом деле, интегрируя формально (1a) и подставляя выражение для  $\rho$  в (1б), имеем

$$(d/dt) \overline{\rho^{(1)}} + W_{12} \overline{\rho^{(1)}} - W_{21} \overline{\rho^{(2)}} = - |\gamma_n|^2 \int_0^t [\rho^{(1)}(t_1) - \rho^{(2)}(t_1)] E^{*n}(t_1) E^n(t) \times$$

$$\times \exp[-(\Delta_2 + i\delta)(t - t_1)] dt_1 + \text{к. с.}$$

Если теперь разорвать корреляцию аналогично тому, как это делается в приближении Бурре [8]

$$[\rho^{(1)}(t_1) - \rho^{(2)}(t_1)] E^{*n}(t_1) E^n(t) = [\overline{\rho^{(1)}(t_1) - \rho^{(2)}(t_1)}] \overline{E^{*n}(t_1) E^n(t)}, \quad (29)$$

то выражение для вероятности перехода примет вид (см. также [11])

$$W_n = n! |\gamma_n|^2 \int_0^\infty \Psi_{t, t-\tau}^n \exp [-(\Delta_2 + i\delta)\tau] dt + \text{к. с.} \quad (30a)$$

При экспоненциальной функции корреляции выражение (30a) можно преобразовать к виду

$$W_n = 2n! |\gamma_n|^2 J^n (n\Delta + \Delta_2) / [\delta^2 + (n\Delta + \Delta_2)^2]. \quad (30b)$$

Осуществление декорреляции (29), как нетрудно показать, используя результаты работы [8], можно осуществлять только при выполнении условий малости, идентичных условиям (28). Это не учитывалось в работе [12], где вероятность (30b) используется прямо в уравнениях для средней матрицы плотности и не указывается, что такое использование возможно только при выполнении условий  $\Delta_2, |\delta| \ll n\Delta$  (либо  $\Delta_2, n\Delta \ll |\delta|$ , т. е. в нерезонансном случае, когда взаимодействие является также слабым), когда выражение для  $W_n$  (30b) переходит в полученное нами выше выражение. Отметим также, что приведенные в [2] условия применимости усредненных уравнений, вообще говоря, некорректны. Так, например, одно из условий требует, чтобы усредненная частота Раби была много меньше ширины спектра поля, т. е.  $|\gamma_n|J^{n/2} \ll \Delta$ , в то время как из (28) имеем

$$2(n-1)! |\gamma_n|^2 J^n \ll n\Delta^2.$$

При учете эффекта Штарка осуществление расцепления корреляции типа (29), вообще говоря, неправомерно. Таким образом, в [2] ошибочно получено, что  $\Omega_{\text{шт}} = 3kJ$ .

**2.2.** Остановимся теперь на резонансной многофотонной ионизации. Подчеркнем, что скорость прямой (нерезонансной) ионизации в гауссовом шумовом поле в  $m!$  раз выше, чем в регулярном поле (см. также [10]), только при выполнении условия  $m! a_m J^m \ll [\min(m, n)]\Delta$ . При нарушении этого условия, т. е. в сильном шумовом поле необходимо учитывать все слагаемые в (П.8). При этом зависимость скорости ионизации от интенсивности флуктуаций поля будет насыщаться, подобно тому, как это имеет место в случае штарковского сдвига.

Рассмотрим  $(m+n)$ -фотонную ионизацию при  $n$ -фотонном резонансе. Для простоты ограничимся случаем релаксации атома только из-за спонтанных переходов ( $W_{12}=0$ ,  $W_{21}=\Gamma$ ,  $\Delta_2=\Gamma/2$ ), как это имеет место в экспериментах с атомными пучками [2]. Полагая в (27)  $S, J = \text{const}$  (прямоугольные импульсы поля), найдем, что вероятность ионизации и населенность резонансного уровня равны

$$P(t) = 1 - \overline{\rho^{(1)}} - \overline{\rho^{(2)}} = 1 - \exp(-at) (\sinh \Omega t/\Omega + \cosh \Omega t); \quad (31a)$$

$$\overline{\rho^{(2)}} = W_n \exp(-at) \sinh \Omega t/\Omega, \quad (31b)$$

где  $a = W_n + (\Gamma + v)/2$ ,  $\Omega = \sqrt{a^2 - W_n v}$ .

Величины  $W_n$  и  $v/2$ , как следует из уравнения (27), характеризуют ширину резонансного перехода. В случае монохроматического поля аналогичные величины  $\Gamma_f = 4|\gamma_n|J^{n/2}$  и  $\Gamma_i = 2\pi a_m J^m$  называют полевой и ионизационной ширинами уровня 2 [3, 10]. Эти величины в случае монохроматического поля можно измерять, снимая зависимость вероятности ионизации от частотной расстройки  $\delta$  (дисперсионная кривая). В случае шумового широкополосного поля при  $W_n, v \ll [\min(m, n)]\Delta$

аналогичные величины  $W_n$  и  $v/2$  не характеризуют ширину дисперсионной кривой, которая определяется только шириной спектра поля  $\Delta$ . В случае сильного шумового поля, как показано в [6], ширина дисперсионной кривой уже определяется интенсивностью поля.

Из (31) можно выделить три характерных случая.

А)  $\Gamma \gg W_n, v$ . Ионизация осуществляется без насыщения резонансного перехода.  $P(t) \simeq 1 - \exp(-W_n vt/\Gamma)$ ; при  $W_n vt/\Gamma \ll 1$   $P(t) \simeq \simeq (W_n v/\Gamma) t = [2(n-1)! m! |\gamma_n|^2 a_m \tau_L / \Gamma] J^{m+n} t$ .

Б)  $W_n \gg \Gamma, v$ . Сильное насыщение резонансного перехода.  $P(t) \simeq \simeq 1 - \exp(-vt/2)$ ; при  $vt/2 \ll 1$   $P(t) \simeq (m! a_m/2) J^m t$ .

В)  $v \gg W_n, \Gamma$ . Насыщение перехода не осуществляется вследствие быстрой ионизации из возбужденного состояния.  $P(t) \simeq 1 - \exp(-W_n t)$ ; при  $W_n t \ll 1$   $P(t) \simeq 2n! |\gamma_n|^2 J^n \tau_L t$ .

Режимы, аналогичные Б) и В), были установлены ранее в случае монохроматического поля [3]. Однако, в то время как режимы Б) с точностью до констант совпадают ( $P(t) \simeq J^m t$ ), режимы В) для монохроматического и случайного полей существенно различны: в монохроматическом поле  $P(t) \simeq 1 - \exp[-\Gamma_f^2 t/(4\Gamma_i)]$ ; при  $\Gamma_f^2 t/(4\Gamma_i) \ll 1$   $P(t) \simeq \simeq [\Gamma_f^2 / (4\Gamma_i)] t \propto J^{n-m} t$ . Это различие обусловлено тем, что сильная ионизация в случае хаотического поля не влияет на вероятность резонансного перехода вследствие уширения резонансного уровня.

На рис. 3 изображена зависимость вероятности ионизации от интенсивности поля, построенная для экспериментальных данных работы [2] ( $m=1, n=2$ ), где исследовалась трехфотонная ионизация атомов Na при двухфотонном резонансе. Использованы следующие экспериментальные и расчетные параметры:  $\Delta v = 1,25 \text{ см}^{-1}$  — ширина линии,  $\tau_L = \Delta^{-1} = (\pi \Delta v c)^{-1} = 8,4 \cdot 10^{-12} \text{ с}$  — время корреляции случайного поля при аппроксимации его спектра лоренцевской кривой,  $t_{\text{вз}} — время взаимодействия, \Gamma = 2 \cdot 10^7 \text{ с}^{-1}, W_2 = 5,11 \cdot 10^{-6} J^2 \text{ с}^{-1}, v = 12,2 J \text{ с}^{-1}$ . Условие применимости первого приближения дает:  $J \leq 6,8 \times 10^7 \text{ Вт/см}^2$ . Из предыдущего рассмотрения следует, что при  $J \ll 2 \cdot 10^6 \text{ Вт/см}^2$  зависимость  $P(J)$  — кубическая (режим А), при  $J \gg 2 \cdot 10^6 \text{ Вт/см}^2$  зависимость линейная (режим Б). Таким образом, должен иметь место изгиб кривой  $P(J)$  в области  $J \sim 2 \cdot 10^6 \text{ Вт/см}^2$ , связанный с переходом с режима А на режим В.

Экспериментальные точки, нанесенные

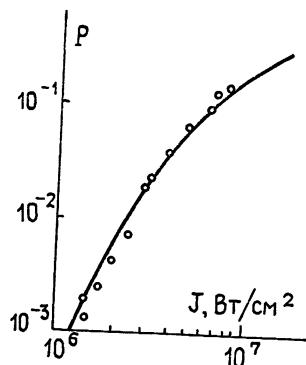


Рис. 3.

на рис. 3, хорошо согласуются с теоретической кривой.

В заключение раздела приведем выражение для интенсивности поля, насыщающего разность населеностей уровней при отсутствии ионизации. Его можно получить подобно тому, как это сделано в случае однофотонного резонанса, полагая  $2W_n = \Delta_1 = T_1^{-1}$  (см. (22) в [6]). Например, для лоренцевского спектра

$$J_n = [4(n-1)! |\gamma_n|^2 \tau_L T_1]^{-1/n}. \quad (32)$$

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1) Показано, что при выполнении условий (28) уравнения для средних элементов матрицы плотности имеют вид скоростных (кинетических) уравнений (см. (27)). Эти уравнения являются уравнениями первого (марковского) приближения, они получены в предположении, что время корреляции случайного поля равно нулю. В этом приближе-

нии форма линии резонансного перехода имеет лоренцевский вид с шириной, определяемой максимальной из следующих величин: невозмущенной полем шириной линии перехода, уширением из-за эффекта Штарка, ионизационной шириной, уширением из-за резонансного многофотонного процесса.

2) Уравнения второго приближения учитывают конечность времени корреляции. В этом приближении форма линии перехода не является лоренцевской. В частности, при учете квадратичного эффекта Штарка она асимметрична. Показано, что сдвиги и уширения линий перехода, равно как и вероятности переходов (в случаях, где их можно ввести), насыщаются при выходе интенсивности поля за границы применимости марковского приближения.

3) Используемая методика может быть использована для описания не только сосредоточенных, но и распределенных задач по многофотонному взаимодействию случайных полей с веществом, подобно тому, как это проделано в случае ВКР шумовой накачки в работе [13].

Мы благодарны Ю. Г. Хронопулю за стимулирующие дискуссии, М. Ф. Колдунову за ценные замечания, а также В. П. Макарову, М. В. Федорову, В. П. Крайнову и другим участникам семинара ФИАН за полезное обсуждение результатов работы.

## ПРИЛОЖЕНИЕ

Пусть  $u(t)$  — комплексная гауссова случайная функция, для которой  $\overline{u(t)} = 0$ ,  $\overline{u(t)u(t_1)} = 0$  и задан функционал  $F[u, u^*]$ .

1. Выведем вначале формулу для среднего  $\langle u^n F[u, u^*] \rangle$ . Введя новый функционал  $\Phi[u, u^*] = u^{n-1}(t) F[u, u^*]$ , получим

$$\langle u^n(t) F[u, u^*] \rangle = \langle u(t) \Phi[u, u^*] \rangle.$$

Применив теперь формулу Фуруцу—Новикова [4–6, 14], найдем

$$\langle u^n F[u, u^*] \rangle = \int dt_1 \Psi_{tt_1} \langle \delta \Phi / \delta u_1^* \rangle.$$

Здесь и далее введены обозначения  $u \equiv u(t)$ ,  $u^* \equiv u^*(t)$ ,  $u_i \equiv u(t_i)$ ,  $u_i^* \equiv u^*(t_i)$ ,  $\Psi_{tt_i} \equiv \langle u u_i^* \rangle$ ,  $i = 1, 2, \dots$ . Поскольку  $u(t)$  и  $u^*(t_i)$  — независимые функции, то  $\delta u / \delta u_i^* = 0$  и

$$\langle \delta \Phi / \delta u_1^* \rangle = \langle u^{n-1} (\delta F / \delta u_1^*) \rangle.$$

Далее,

$$\left\langle u^{n-1} \frac{\delta F}{\delta u_1^*} \right\rangle = \int dt_2 \Psi_{tt_2} \left\langle \frac{\delta}{\delta u_2^*} \left( u^{n-2} \frac{\delta F}{\delta u_1^*} \right) \right\rangle$$

и

$$\langle u^n F[u, u^*] \rangle = \int \int dt_1 dt_2 \Psi_{tt_1} \Psi_{tt_2} \left\langle u^{n-2} \frac{\delta^2 F}{\delta u_1^* \delta u_2^*} \right\rangle.$$

Продолжая аналогичные рассуждения, получим

$$\langle u^n F[u, u^*] \rangle = \int \dots \int dt_1 \dots dt_n \Psi_{tt_1} \dots \Psi_{tt_n} \left\langle \frac{\delta^n F}{\delta u_1^* \dots \delta u_n^*} \right\rangle. \quad (\text{П.1})$$

Точно так же можно найти, что

$$\langle u^{*n} F[u, u^*] \rangle = \int \dots \int dt_1 \dots dt_n \Psi_{tt_1}^* \dots \Psi_{tt_n}^* \left\langle \frac{\delta^n F}{\delta u_1 \dots \delta u_n} \right\rangle. \quad (\text{П.2})$$

2. Теперь выведем более общую формулу для среднего  $\langle u^m u^{*n} \times F[u, u^*] \rangle$ .

Пусть для определенности  $m \leq n$ . Применим формулу (П.1), получим

$$\langle u^m u^{*n} F [u, u^*] \rangle = \int \dots \int dt_1 \dots dt_m \Psi_{tt_1} \dots \Psi_{tt_m} \left\langle \frac{\delta^m (u^{*n} F)}{\delta u_1^* \dots \delta u_m^*} \right\rangle. \quad (\text{П.3})$$

Учитывая, что  $\delta u^*/\delta u_i^* = \delta(t - t_i)$ , найдем вариационную производную в (П.3):

$$\begin{aligned} \left\langle \frac{\delta^m (u^{*n} F)}{\delta u_1^* \dots \delta u_m^*} \right\rangle &= \frac{n!}{(n-m)!} \langle u^{*n-m} F [u, u^*] \rangle \delta(t - t_1) \dots \delta(t - t_m) + \\ &+ \frac{n!}{(n-m+1)!} \sum_{k_1=1}^m \left\langle u^{*n-m+1} \frac{\delta F}{\delta u_{k_1}^*} \right\rangle \prod_{\substack{i=1 \\ i \neq k_1}}^m \delta(t - t_i) + \\ &+ \frac{n!}{(n-m+2)!} \sum_{k_1, k_2=1}^m \left\langle u^{*n-m+2} \frac{\delta^2 F}{\delta u_{k_1}^* \delta u_{k_2}^*} \right\rangle \prod_{\substack{i=1 \\ i \neq k_1, k_2}}^m \delta(t - t_i) + \dots \\ &\dots + \frac{n!}{(n-m+m-1)!} \sum_{k_1, \dots, k_{m-1}=1}^m \left\langle u^{*n-m+m-1} \frac{\delta^{m-1} F}{\delta u_{k_1}^* \dots \delta u_{k_{m-1}}^*} \right\rangle \times \\ &\times \prod_{l=k_1, \dots, k_{m-1}}^m \delta(t - t_l) + \left\langle u^{*n} \frac{\delta^m F}{\delta u_1^* \dots \delta u_m^*} \right\rangle, \end{aligned} \quad (\text{П.4})$$

где оператор  $\sum_{k_1, \dots, k_p=1}^m$  означает суммирование по всем индексам  $1 \leq k_1 < k_2 < \dots < k_p \leq m$ .

Найдя все средние в (П.4) с помощью (П.2), перепишем (П.4) в виде

$$\begin{aligned} \left\langle \frac{\delta^m (u^{*n} F)}{\delta u_1^* \dots \delta u_m^*} \right\rangle &= \sum_{p=0}^m \frac{n!}{(n-m+p)!} \sum_{k_1, \dots, k_p=1}^m \prod_{\substack{i=1 \\ i \neq k_1, \dots, k_p}}^m \delta(t - t_i) \times \\ &\times \int \dots \int dt_{m+1} \dots dt_{m+n-m+p} \Psi_{tt_{m+1}}^* \dots \Psi_{tt_{m+n-m+p}}^* \times \\ &\times \left\langle \frac{\delta^{p+n-m+p} F}{\delta u_{k_1}^* \dots \delta u_{k_p}^* \delta u_{m+1} \dots \delta u_{m+n-m-p}} \right\rangle. \end{aligned} \quad (\text{П.5})$$

Подставив (П.5) в (П.3), получим

$$\begin{aligned} \langle u^m u^{*n} F [u, u^*] \rangle &= \sum_{p=0}^m \frac{n! m!}{(n-m+p)! p! (m-p)!} \times \\ &\times \Psi_{tt}^{m-p} \int \dots \int dt_1 \dots dt_{n-m+2p} \Psi_{tt_1} \dots \Psi_{tt_p} \Psi_{tt_{p+1}}^* \dots \end{aligned} \quad (\text{П.6})$$

$$\dots \Psi_{tt_{n-m+2p}}^* \left\langle \frac{\delta^{n-m+2p} F}{\delta u_1^* \dots \delta u_p^* \delta u_{p+1} \dots \delta u_{n-m+2p}} \right\rangle.$$

Аналогично

$$\langle u^m u^n F [u, u^*] \rangle = \sum_{p=0}^m \frac{n! m!}{(n-m+p)! p! (m-p)!} \Psi_{tt}^{m-p} \int \dots \int dt_1 \dots (П. 7)$$

$$\dots dt_{n-m+2p} \Psi_{tt_1}^* \dots \Psi_{tt_p}^* \Psi_{tt_{p+1}} \dots \Psi_{tt_{n-m+2p}}^* \left\langle \frac{\delta^{n-m+2p} F}{\delta u_1 \dots \delta u_p \delta u_{p+1}^* \dots \delta u_{n-m+2p}^*} \right\rangle.$$

Формулы (П. 6) и (П. 7) при  $m \neq n$  могут быть использованы при усреднении уравнений для матрицы плотности в случае многофотонных процессов типа снятия запретов [14, 15]. В частном случае при  $m=n$  из (П. 6) следует:

$$\langle |u|^{2m} F [u, u^*] \rangle = \sum_{p=0}^m \frac{(m!)^2}{(p!)^2 (m-p)!} \Psi_{tt}^{m-p} \int \dots \int dt_1 \dots dt_{2p} \times (П. 8)$$

$$\times \Psi_{tt_1} \dots \Psi_{tt_p}^* \Psi_{tt_{p+1}}^* \dots \Psi_{tt_{2p}}^* \left\langle \frac{\delta^{2p} F}{\delta u_1^* \dots \delta u_p^* \delta u_{p+1} \dots \delta u_{2p}} \right\rangle.$$

## ЛИТЕРАТУРА

- Бутылкин В. С., Каплан А. Е., Хронопуло Ю. Г., Якубович Е. И. Резонансные взаимодействия света с веществом.—М.: Наука, 1977.
- Agostini P., Georges A. T., Wheatey S. E. e. a.—J. Phys. B, 1978, 11, № 10, p 1733.
- Федоров М. В.—Изв. АН СССР. Сер. физ., 1977, 41, № 12, с. 2569.
- Рытов С. М., Кравцов Ю. А., Татарский В. И. Введение в статистическую радиофизику. Ч. II.—М.: Наука, 1978.
- Кляцкин В. И. Стохастические уравнения и волны в случайно-неоднородных средах.—М.: Наука, 1980.
- Крочик Г. М.—Изв. вузов—Радиофизика (в печати).
- Аникин В. И., Ахманов С. А., Драбович К. Н., Дубовик А. Н.—Квантовая электроника, 1976, 3, № 9, с. 2014.
- Van Kampen N. G.—Phys. Rep., 1976, 24, № 3, p. 171.
- Бонч-Бруевич А. М., Пржибельский С. Г., Ходовой В. А., Чигирь Н. А.—ЖЭТФ, 1976, 70, № 2, с. 445.
- Делоне Н. Б., Крайнов В. П. Атом в сильном световом поле.—М.: Атомиздат, 1978.
- Agarwal G. S.—Phys. Rev. A, 1970, 1, № 5, p. 1445.
- Zoller P.—Phys. Rev. A, 1979, 19, № 3, p. 1151.
- Крочик Г. М.—Квантовая электроника, 1980, 7, № 2, с. 249.
- Блок В. Р., Крочик Г. М., Хронопуло Ю. Г.—ЖЭТФ, 1979, 76, № 1, с. 46.
- Крочик Г. М., Хронопуло Ю. Г.—ЖЭТФ, 1980, 78, № 2, с. 485.

Научно-исследовательский институт  
органических полупродуктов и красителей

Поступила в редакцию  
10 сентября 1981 г.

## RESONANCE MULTIPHOTON INTERACTION OF A NOISE RADIATION WITH GENERALIZED TWO-LEVEL SYSTEM

G. M. Krochik, N. M. Krochik

The authors consider multiphoton interaction of a light field, randomly modulated by the complex Gaussian process with a generalized two-level system. It is shown that the shift and broadening of the transition line due to the quadratic Stark effect and the presence of a multiphoton resonance are saturated in a strong noise field. The line of the resonance transition becomes asymmetrical one. The multiphoton resonance ionization is studied. Conditions of applicability of averaged velocity equations have been found. Regimes are set up which are different from the case of resonance multiphoton ionization in the monochromatic field. A good agreement is obtained with the results of experimental work on multiphoton processes in noise fields.