

## О РАСЧЕТЕ СТАЦИОНАРНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК АДАПТИВНОГО ТРАНСВЕРСАЛЬНОГО ФИЛЬТРА

А. Г. Флакман

В настоящее время большой интерес представляет исследование характеристик адаптивных трансверсальных фильтров (АТФ), обеспечивающих минимум среднего квадрата ошибки  $\varepsilon(\hat{t})$  между выходным сигналом  $y(t)$  и «желаемым» откликом  $r(t)$ . Структурная схема рассматриваемого АТФ представлена на рис. 1. Фильтр состоит из линии задержки (ЛЗ) 1 с  $N$  отводами, усилителей 2 с регулируемыми коэффициентами усиления (весовыми коэффициентами), адаптивного процессора 3. Известно (см., например, [1]), что в стационарном состоянии вектор  $W$  ( $w_1, w_2, \dots, w_N$ ) оптимальных весовых множителей, минимизирующих  $\langle \varepsilon^2(t) \rangle$ , удовлетворяет уравнению Винера-Хопфа

$$M W = H, \quad (1)$$

где  $M = \langle X(t) X^T(t) \rangle + \langle n_0^2 \rangle E$  — корреляционная матрица входных сигналов и

некоррелированных собственных шумов мощностью  $\langle n_0^2 \rangle$  в отводах ЛЗ,  $X(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_N(t)]$  — вектор-столбец входных сигналов в отводах ЛЗ,  $x_i(t) = x(t - T_i)$ ,  $E$  — единичная матрица,  $H = \langle r(t), X(t) \rangle$  — корреляционный вектор-столбец «желаемого» отклика и входных сигналов, верхний индекс « $T$ » обозначает транспонирование.

При анализе потенциальных возможностей адаптивных фильтров нужно решать уравнение (1), для чего необходимо найти обратную матрицу  $M^{-1}$ . Так как это связано с большими математическими трудностями, то основным методом исследования АТФ является метод численного моделирования фильтров на ЭВМ [1, 2]. Однако часто желательно иметь аналитические выражения для характеристик АТФ. Такие выражения получены в [3] в случае экспоненциально-коррелированных входных сигналов. Аналогичная задача обращения корреляционной матрицы встречается при анализе статического режима адаптивной антенной решетки (ААР). В [4] для такого анализа предлагается использовать представление обратной матрицы  $M^{-1}$  в виде конечного разложения по степеням корреляционной матрицы  $M$ . В настоящей работе этот метод применяется для анализа стационарных характеристик АТФ при произвольном виде функции корреляции входных сигналов.

Суть метода заключается в следующем. Образует бесконечный ряд векторов  $H, MH, M^2H, \dots$ . Матрице  $M$  соответствует характеристическое уравнение  $\lambda^N - p_1 \lambda^{N-1} - p_2 \lambda^{N-2} - \dots - p_N = 0$ , которому, согласно теореме Гамильтона—Кэли [5], удовлетворяет и сама матрица  $M$ . Следовательно, матрицы  $M^{N+p}$  ( $p=0, 1, 2, \dots$ ) выражаются в виде линейной комбинации матриц  $E, M, M^2, \dots, M^{N-1}$ . Это означает, что из выбранного ряда векторов линейно-независимыми являются векторы  $H, MH, M^2H, \dots, M^{N-1}H$ , которые образуют базис  $N$ -мерного пространства векторов  $W$ . Искомый вектор  $W$  можно представить в виде разложения по данному базису:

$$W = c_1 H + c_2 M H + c_3 M^2 H + \dots + c_N M^{N-1} H. \quad (2)$$

Отсюда непосредственно следует, что

$$M^{-1} = c_1 E + c_2 M + c_3 M^2 + \dots + c_N M^{N-1}. \quad (3)$$

Коэффициенты разложения  $c_k$  выражаются через коэффициенты  $p_j$  характеристического уравнения матрицы  $M$  [4]:

$$c_1 = -\frac{p_{N-1}}{p_N}, \quad c_2 = -\frac{p_{N-2}}{p_N}, \quad \dots, \quad c_{N-1} = -\frac{p_1}{p_N}, \quad c_N = \frac{1}{p_N}. \quad (4)$$

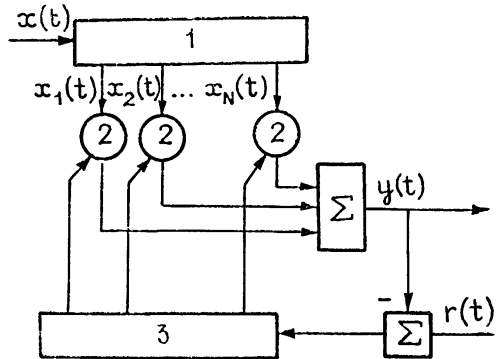


Рис. 1.

Таким образом, для нахождения вектора  $W$  оптимальных весовых множителей достаточно определить коэффициенты  $p_j$  характеристического уравнения корреляционной матрицы  $M$  и нет необходимости в отыскании ее собственных значений и собственных векторов. Коэффициенты  $p_j$  могут быть найдены с помощью, например, методов Крылова или Фадеева [3].

В уравнении (1) известными являются вектор  $H$  и матрица  $M$ . Через них определяется структура решения (2). Покажем, что и коэффициенты разложения  $c_k$  могут быть выражены непосредственно через вектор  $H$  и матрицу  $M$ . Вектор  $W$ , минимизирующий  $\langle \varepsilon^2(t) \rangle$ , будем искать в виде разложения (2). Нетрудно получить, что

$$\begin{aligned} \langle \varepsilon^2(t) \rangle &= \langle r^2(t) \rangle - 2W^T H + W^T M W = \\ &= \langle r^2(t) \rangle - 2 \sum_{k=1}^N c_k d_{k-1} + \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^N c_k c_l d_{k+l-1}, \end{aligned} \quad (5)$$

где  $d_k = H^T M^k H$  — скалярное произведение векторов  $H$  и  $M^k H$ . Определяя точку экстремума среднеквадратичной ошибки  $\langle \varepsilon^2(t, c_1, c_2, \dots, c_N) \rangle$  с помощью условий  $\partial \langle \varepsilon^2 \rangle / \partial c_n = 0$  ( $n=1 \div N$ ), для искоемых коэффициентов  $c_1, c_2, \dots, c_N$  будем иметь следующую систему линейных уравнений.

$$\sum_{k=1}^N d_{k+n-1} c_k = d_{n-1}, \quad n = 1 \div N. \quad (6)$$

Рассмотренный метод анализа АТФ позволяет представить его в виде набора  $N$  параллельно соединенных трансверсальных фильтров на одинаковых линиях задержки. Причем весовые множители внутри каждого из них вычисляются без обращения корреляционной матрицы  $M$  и равны  $W^{(k)} = M^{k-1} H$  ( $k=1 \div N$ ), а выходы фильтров суммируются с оптимальными весовыми коэффициентами  $c_k$ , определяемыми из (4) или (6). Так как сигнал на выходе  $k$ -го фильтра  $y^{(k)}(t) = X^T(t) M^{k-1} H$ , то нетрудно получить, что коэффициенты  $d_{k+n-1}$  в (6) определяются степенью корреляции сигналов  $y^{(k)}(t)$  и  $y^{(n)}(t)$  ( $d_{k+n-1} = \langle y^{(k)}(t) y^{(n)}(t) \rangle$ ), а коэффициент  $d_{n-1}$  представляет собой коэффициент корреляции «желаемого» отклика  $r(t)$  и сигнала на выходе  $n$ -го фильтра ( $d_{n-1} = \langle r(t) y^{(n)}(t) \rangle$ ). Следовательно, система уравнений (6) имеет тот же физический смысл, что и система (1).

Рассмотрим практически важный случай, когда входной процесс  $x(t)$  можно представить в виде разложения в конечный ряд Фурье. Выражение для корреляционной матрицы  $M$  имеет следующий вид:

$$M = \langle n_0^2 \rangle E + \sum_{i=1}^I f_i M_i, \quad (7)$$

где  $M_i = \Phi_i^* \Phi_i^T$  — корреляционная матрица, соответствующая  $i$ -й спектральной компоненте  $f_i$  входного процесса  $x(t)$  при разложении по положительным частотам,  $\Phi_i^* (\varphi_{i1}^*, \varphi_{i2}^*, \dots, \varphi_{iN}^*)$  — комплексно-сопряженный вектор-столбец, описывающий временную структуру монохроматического сигнала частотой  $\omega_i$  в отводах ЛЗ ( $\varphi_{i1} = \exp(-j\omega_i T_i)$ )\*. Если число спектральных компонент входного процесса меньше числа степеней свободы АТФ, то решение уравнения (1), определяемое выражениями (2) и (3), может быть упрощено. В этом случае матрицы  $M^{I+1}, M^{I+2}, \dots, M^{N-1}$  выражаются через матрицы  $E, M, M^2, \dots, M^I$ . Следовательно, из ряда векторов  $H, MH, M^2H, \dots, M^{N-1}H$  независимыми являются первые  $(I+1)$  векторов, и для вектора  $W$  весовых множителей получим выражение

$$W = c_1 H + c_2 M H + c_3 M^2 H + \dots + c_{I+1} M^I H. \quad (8)$$

Теперь АТФ может быть заменен набором из  $(I+1)$  параллельно соединенных фильтров, число которых соответствует числу спектральных компонент входного процесса с учетом собственного шума. Для обратной матрицы  $M^{-1}$  и коэффициентов разложения  $c_1, c_2, \dots, c_{I+1}$  по-прежнему справедливы выражения (3), (4) и система уравнений (6), если в них заменить  $N-1$  на  $I$ , а под коэффициентами  $p_j$  в (4) понимать коэффициенты не характеристического, а минимального многочлена матрицы  $M$  [4].

Таким образом, при расчете стационарных характеристик АТФ для любого вида функции корреляции входного процесса и произвольно расположенных отводах линии задержки вектор  $W$  оптимальных весовых множителей может быть представлен в виде разложения (2) по системе линейно-независимых векторов  $H, MH, M^2H, \dots, M^{N-1}H$ .

\* Отметим, что корреляционная матрица шумовых токов в излучателях  $N$  элементной ААР, когда в окружающем пространстве находится  $I$  дискретных некогерентных источников шума, также определяется выражением (7)

Коэффициенты разложения выражаются либо через коэффициенты характеристического уравнения корреляционной матрицы (формулы (4)), либо для их отыскания нужно решить систему уравнений (6). Данный метод имеет определенные вычислительные преимущества перед методом прямого обращения матрицы  $M$  (прямого решения уравнения (1)) в случае, если априори известно, что входной процесс состоит из суммы  $I$  квазигармонических, некоррелированных компонент, число которых меньше числа отводов используемой линии задержки ( $I < N-1$ ).

Автор выражает глубокую благодарность В. А. Звереву за внимание к настоящей работе.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Ундрои Б. и др. — ТИИЭР, 1976, 64, № 8, с. 37.
2. Widrow B., McCool J. M. — IEEE Trans., 1976, AP-24, № 5, p. 615.
3. Мальцев А. А., Патронис Е. Т. — Изв. вузов — Радиофизика, 1981, 24, № 3, с. 326.
4. Ермолаев В. Т., Флакман А. Г. — Изв. вузов — Радиофизика, 1982, 25, № 4, с. 472.
5. Гантмахер Ф. Р. Теория матриц — М: Гостехиздат, 1953.

Поступила в редакцию  
9 ноября 1981 г.

УДК 533.9.08(088.8)

### ИЗМЕРЕНИЕ СМЕЩЕНИЯ РЕЗОНАНСНОЙ ЧАСТОТЫ И ДОБРОТНОСТИ ОТКРЫТОГО РЕЗОНАТОРА, ЧАСТИЧНО ЗАПОЛНЕННОГО РАСПАДАЮЩЕЙСЯ ПЛАЗМОЙ СВЧ РАЗРЯДА

*И. И. Лебедюк, А. И. Лысов, М. Е. Хастанов, Ю. Д. Шевченко*

В настоящее время проявляется интерес к исследованию параметров плазмы СВЧ разряда [1-5]. Это вызвано большим числом практических приложений, к которым можно отнести, например, быстродействующие переключатели СВЧ энергии, СВЧ накачку газовых лазеров. В настоящей работе приводится описание методики экспериментального определения смещения резонансной частоты и измерения добротности

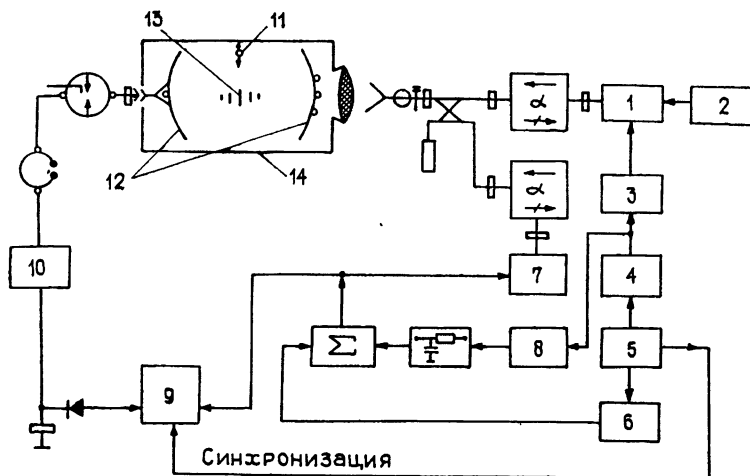


Рис. 1. Структурная схема экспериментальной установки: 1 — клистронный усилитель, 2 — задающий генератор, 3 — модулятор, 4 — генератор задержанных импульсов типа Г5-26, 5 — генератор тактовых импульсов типа Г5-15, 6 — генератор пилообразного напряжения, 7 — генератор СВЧ на отражательном клистроне, 8 — генератор компенсации типа Г5-54, 9 — усилитель СВЧ типа УКЗ-19, 10 — осциллограф двухлучевой типа С1-17, 11 — малое поглощающее тело, 12 — открытый резонатор, 13 — плазма СВЧ разряда, 14 — вакуумная камера

открытого резонатора (ОР), частично заполненного распадающейся плазмой СВЧ разряда. Соотношения, связывающие параметры плазмы СВЧ разряда (концентрацию  $N_e$ , частоту столкновений  $\nu$ ) с изменением резонансной частоты и добротности ОР, можно найти, например, в [1]. При этом пространственное распределение параметров плазмы обычно считается известным. В действительности это не так. Одно из наибо-