ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

Том XXV, № 9 *РАДИОФИЗИКА* *1982*

УДК 538.56:519.25

ДИОКОТРОННАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ЗАМАГНИЧЕННЫХ ТРУБЧАТЫХ ЭЛЕКТРОННЫХ ПУЧКОВ

В. Е. Нечаев

Теоретически рассмотрены диокотронные колебания в кольцевых и трубчатых пучках электронов. Выяснен характер зависимости частоты и инкремента колебаний от параметров. Для статических пространственных колебаний в релятивистских пучках найдены основные закономерности и дана оценка длины, на которой развивается неустойчивость.

Изучение неустойчивости пространственно-периодических колебаний в трубчатых электронных пучках с нарастающей по радиусу угловой скоростью в осевом магнитном поле имеет важное значение [1–6] для понимания и объяснения наблюдаемой периодической группировки пучков («шнуровки») [1, 4, 5]. Для нерелятивистских потоков ситуация может считаться в значительной степени выясненной [1–3, 5]. Что же касается сильноточных замагниченных релятивистских пучков, то для них теория диокотронных колебаний по существу ограничена дисперсионным уравнением [4], выведенным в неадекватном электростатическом приближении и приводящим к неверным результатам.

Настоящая работа посвящена анализу диокотронного эффекта на основе простейших ламинарных моделей односкоростных (по оси) пучков. Сначала рассмотрены некоторые важные особенности решения дисперсионного уравнения для кольцевых (не движущихся по оси) замагниченных потоков, затем подробно проанализированы статические (с нулевой частотой) трехмерные диокотронные колебания в релятивистских электронных пучках (РЭП) при сильном замагничивании, когда ленгмюровская частота меньше циклотронной. При этом установлено в отличие от [4], что в широком диапазоне параметров применяемых РЭП дисперсионное уравнение совершенно аналогично по форме уравнению для кольцевых потоков. Решение задачи оказывается качественно отличным от известного [4]. В заключение обсуждаются основные характеристики развития диокотронной неустойчивости при типичных параметрах РЭП.

1. Диокотронная неустойчивость в кольцевом электронном потоке. В нерелятивистском кольцевом потоке достаточно проанализировать двумерные самосогласованные движения типа вращающейся волны $f(r)\exp(jn\theta - j\omega t)$ с составляющими полей E_r, E_θ, H_z. Формальный перенос решения на случай подвижных по оси пучков (например, РЭП) не позволяет изучить наиболее интересный для практики случай статических трехмерных пространственных колебаний, однако мы остановимся здесь кратко на диокотрон-эффекте в кольцевых потоках ввиду самостоятельной его важности, а также вследствие прямой аналогии (см. ниже) соответствующих дисперсионных уравнений.

Рассмотрим кольцевой однородный по плотности и ламинарный поток электронов с внутренним радиусом a и внешним — b внутри трубы радиуса R в продольном магнитостатическом поле H. Движение потока характеризуется широм угловой скорости:

$$\omega_e = \omega_D(1 - a^2/r^2), \tag{1}$$

где $\omega_D = \omega_p^2/2\Omega$ — так называемая диокотронная частота, $\omega_p = (4\pi e^2 N/m)^{1/2}$ — ленгмюровская частота, $\Omega = eH/mc$ — циклотронная частота. При этом (1) справедливо для сильно замагниченных пучков ($\Omega^2 \gg \omega_p^2$), а для тонких пучков ($1 - a^2/b^2 \ll 1$) справедливо и при $\omega_p^2 \approx \Omega^2$. Дисперсионное уравнение, получаемое обычно методом частичных областей в потенциальном приближении для медленных по азимуту волн ($n^2/r^2 \gg \omega^2/c^2$), в условиях сильной замагниченности имеет вид [2, 5]

$$\begin{gathered}(\omega/\omega_D)^2 - (\omega/\omega_D)\{n(1 - a^2/b^2) + (b^{2n} - a^{2n})/R^{2n}\} + \\ + n(1 - a^2/b^2)(1 - a^{2n}/R^{2n}) - (1 - a^{2n}/b^{2n})(1 - b^{2n}/R^{2n}) = 0.\end{gathered} \tag{2}$$

Таблица 1

Re ω/ω_D			n	Im ω/ω_D		
$b/R = 0{,}9$	$b/R = 0{,}8$	$b/R = 0$		$b/R = 0{,}9$	$b/R = 0{,}8$	$b/R = 0$
0,162	0,139	0,1	2	0,045	0,046	0
0,274	0,2[illegible]9	0,2	4	0,127	0,131	0,127
0,366	0,311	0,3	6	0,199	0,205	0,203
0,453	0,408	0,4	8	0,259	0,265	0,266
0,540	0,504	0,5	10	0,307	0,314	0,314
0,629	0,602	0,6	12	0,343	0,350	0,350
0,720	0,701	0,7	14	0,366	0,372	0,372
0,814	0,8	0,8	16	0,375	0,381	0,381
0,910	0,9	0,9	18	0,369	0,374	0,374
1,007	1,0	1,0	20	0,344	0,348	0,348
1,104	1,1	1,1	22	0,292	0,297	0,297
1,203	1,2	1,2	24	0,162	0,199	0,199
1,302± ±0,164	1,3± ±0,159	1,3± ±0,159	26	0	0	0

Неустойчивость появляется при $n \geqslant 2$, и инкремент колебаний с ростом номера n сначала увеличивается. Затем по мере роста n, несмотря на то, что влияние стенки канала на колебания ослабевает ($b^{2n}/R^{2n} \to 0$), зависимость инкремента от номера проходит через максимальное значение, потом уменьшается, и вскоре за максимумом колебания с большими n, т. е. с относительно близкими сгустками, становятся устойчивыми. Это можно проиллюстрировать результатами расчета, проведенного по формуле (2). В табл. 1 приведены зависимости Re ω и Im ω от номера n для типичных параметров тонких пучков $a^2/b^2 = 0{,}9$, $b/R = 0{,}9$, 0,8 и 0 ($R \to \infty$). При этом отношение толщины пучка к радиусу составляет 0,05. Видно, что уменьшение b/R практически не сказывается на инкрементах колебаний при $n \geqslant 4$. Инкремент максимален при $n = 16$ и в окрестности максимума медленно меняется с номером. При больших номерах ($n > 25$) диокотронные колебания устойчивы. В максимуме неустойчивости при $n = 16$ оказывается $\mathrm{Re}(\omega/\omega_D) = 0{,}8$ и $\mathrm{Im}(\omega/\omega_D) = 0{,}381$. Если уменьшить толщину пучка вдвое ($a^2/b^2 = 0{,}95$), то, как показывает расчет, максимальный инкремент имеет место при вдвое большем номере $n = 32$ и составляет почти ту же величину $\mathrm{Im}(\omega/\omega_D) = 0{,}392$ при той же частоте $\mathrm{Re}(\omega/\omega_D) = 0{,}8$. Чтобы выявить соответствующую закономерность, рассмотрим решение (2) при $b^{2n}/R^{2n} \to 0$. Введем величину $\delta = (b/2)(1 - a^2/b^2)$, которая в тонком пучке совпадает с его толщиной, и получим из (2)

$$\frac{\omega}{\omega_D} = \frac{n\delta}{b} \pm \sqrt{\left(1 - \frac{n\delta}{b}\right)^2 - \left(1 - \frac{2\delta}{b}\right)^n}. \tag{3}$$

Видно, что колебания устойчивы при $n = 1,2$. При небольших номерах $\omega/n \approx (\omega_{e\max}/2)\left[1 \pm i\sqrt{1-2/n}\right]$, $\omega_{e\max}$ — максимальная угловая скорость при $r = b$. В зоне неустойчивости всюду $\mathrm{Re}(\omega/n) = \omega_{e\max}/2$, в то время как мнимая часть ведет себя более сложно. Для тонкого пучка ($\delta/b \ll 1$) под радикалом $(1-2\delta/b)^n \approx \exp(-2n\delta/b)$, когда $n \gtrsim b/\delta$ с точностью не менее 10% для рассмотренных выше случаев. С утоньшением пучка точность такого представления повышается и в пределе (3) естественным образом переходит в решение задачи для плоского пучка с волновым числом n/b. В этом приближении из (3) легко получить, что максимум инкремента имеет место, когда $n\delta/b = 0{,}8$, и составляет $\mathrm{Im}(\omega/\omega_D) = 0{,}4$ при $\mathrm{Re}(\omega/\omega_D) = 0{,}8$. Таким образом, максимально неустойчивый вид определяется только отношением толщины пучка к радиусу $n = 0{,}8b/\delta$ (длина волны по азимуту составляет 8δ), а при $n \gtrsim 1{,}27\, b/\delta$ (когда длина волны короче 5δ) неустойчивость исчезает. В максимуме неустойчивости $\mathrm{Re}(\omega/\omega_D)$, $\mathrm{Im}(\omega/\omega_D)$ практически от номера не зависят, что и подтверждает замеченную выше закономерность.

Отметим, что исчезновение неустойчивости при больших волновых числах проявляется, естественно, и в плоских пучках, в то время как устойчивость при малых волновых числах является чисто кольцевым эффектом. Поскольку наибольшие инкременты имеют место, когда произведение волнового числа на толщину пучка $n\delta/b$ порядка единицы, то для полного анализа не удается использовать изящный метод [7], применимый к решению задачи с произвольным радиальным профилем плотности пучка, но в пренебрежении продольным (вдоль потока, по азимуту) изменением полей. Подчеркнем, что согласно (3) неустойчивость развивается на частотах порядка $\omega \sim \omega_D \sim \omega_p^2/\Omega$, т. е. в замагниченных пучках «действующая» частота

$$\omega - n\omega_e \approx \frac{\omega_p^2}{\Omega}\left\{0{,}8 \pm 0{,}4j - 1{,}6\,\frac{1 - a^2/r^2}{1 - a^2/b^2}\right\} \ll \Omega \tag{4}$$

много меньше циклотронной. Это подтверждает справедливость дрейфового (адиабатического)приближения при рассмотрении возмущенного движения электронов ($v_r = cE_\theta/H$, $v_\theta = -cE_r/H$). В этом приближении группировка электронов внутри потока отсутствует, поток движется как несжимаемая жидкость в колеблющихся границах. Энергообмен электронов с полем внутри потока равен нулю. При действительной частоте горбы и впадины волнообразных границ синфазны с полем E_r и находятся в квадратуре с E_θ, вследствие чего энергообмен эффективного поверхностного тока с волной также равен нулю. При наличии инкремента колебаний квадратурное положение горбов относительно поля E_θ нарушается, что и приводит к «накачке» мощности эффективным поверхностным током, т. е. к раскачке колебаний.

2. Днокотронная неустойчивость в тручатом релятивистском пучке. Прямой перенос полученного выше решения для кольцевых потоков на случай трубчатого РЭП (из сопровождающей системы отсчета в лабораторную) хотя и свидетельствует о неустойчивости РЭП, однако не позволяет описать наблюдаемой пространственной раскачки статических колебаний (частота $\omega = 0$). Для таких колебаний в сопровождающей системе отсчета частота ω' связана с продольным волновым числом h' ($\omega' = -\gamma h v$, $h' = \gamma h$, т. е. $\omega' = -h'v$, v — осевая скорость электронов пучка, $\gamma = (1 - v^2/c^2)^{-1/2}$ — релятивистский фактор), так что колебания являются в принципе трехмерными, и даже при сильной замагниченности появляется инерционная продольная группировка, «вуалирующая» при некоторых параметрах пучка диокотронный эффект.

Рассмотрим задачу о малых колебательных движениях типа $f(r) \times \times \exp(jn\theta + jhz)$ в односкоростном (по оси) РЭП. Когда поперечная скорость электронов $v_\perp = \beta_\perp c$ достаточно мала ($\beta_\perp^2 \ll \gamma^{-2}$) и в сопровождающей системе отсчета поперечные скорости нерелятивистские ($\beta_\perp'^2 \ll 1$), можно всем электронам приписать один релятивистский фактор γ и характеризовать статическое состояние пучка следующим широм угловой скорости:

$$\omega_e = (\omega_p^2/2\Omega\gamma^2)(1 - a^2/r^2), \tag{5}$$

где $\omega_p = (4\pi e^2 N/m\gamma)^{1/2}$ — ленгмюровская частота, $\Omega = eH/mc\gamma$ — циклотронная частота, а появление γ^2 в (5) в отличие от (1) объясняется сжимающим пучок взаимодействием токовых слоев на фоне кулоновского расталкивания. При статических самосогласованных колебаниях пучка в силу группировки оказываются связанными электростатическое поле $\boldsymbol{E}$ и магнитное поле $\boldsymbol{H}$, так как $\operatorname{div}\boldsymbol{E} = 4\pi\rho$, $\operatorname{rot}\boldsymbol{H} = 4\pi\boldsymbol{J}/c$, а ρ и $\boldsymbol{J}$ взаимосвязаны условием неразрывности потока. Группировку легче всего исследовать в сопровождающей системе отсчета, где отсутствует собственное азимутальное магнитное поле потока, а движения в силу наложенного выше условия можно считать нерелятивистскими.

В условиях сильной замагниченности для поперечных скоростей справедливо дрейфовое (адиабатическое) приближение, так что в пучковой системе отсчета скоростная модуляция имеет вид

$$\begin{aligned} v_\theta' &= -(c/H)\left[E_r' - (\omega_e' r/c) H_z'\right], \\ v_r' &= (c/H) E_\theta, \\ v_z' &= e\left[jm(\omega' - n\omega_e')\right]^{-1}\left[E_z' - (\omega_e' r/c) H_r'\right]. \end{aligned} \tag{6}$$

Вследствие трехмерного характера колебаний, как видно, появляется инерционная продольная группировка. Определяя из (6) стандартным путем колебания плотности и токов и переходя затем к лабораторной системе отсчета при условии $\omega = 0$, когда $\omega' = -\gamma h v$, $\omega_e' = \gamma\omega_e$, с помощью преобразований Лоренца найдем следующие законы пространственной группировки в замагниченном ($hv \sim n\omega_e \ll \Omega$) пучке:

$$\begin{aligned} 4\pi J_r &= -(\omega_p^2/\Omega)(E_\theta + \beta H_r), \\ 4\pi J_\theta &= (\omega_p^2/\Omega)(E_r - \beta H_\theta) + jh\omega_e r F_z, \\ 4\pi J_z &= -(\omega_p^2/\Omega) H_z - jn\omega_e F_z, \\ 4\pi\rho &= -(\omega_p^2/\Omega c) H_z + j(h/\gamma^2 - n\omega_e\beta_i/c) F_z, \end{aligned} \tag{7}$$

где $F_z = \omega_p^2 (hv + n\omega_e)^{-2}[E_z - (\omega_e r/c)(H_r + \beta E_\theta)]$ отражает инерционную группировку, не существенную для диокотронного эффекта. Ею при условии

$$n^2/b^2 \gg \omega_p^2/v^2 \tag{8}$$

можно пренебречь, как это следует из сопоставления соответствующих членов в (7) на основании результатов полученного ниже решения.

В пренебрежении инерционной группировкой при условии (8), что возможно для большинства практически интересных случаев (см. ниже), получается следующая система независимых уравнений для **E**-, **H**-полей:

$$
\begin{gathered}
j\left(\frac{n}{r}\right)H_z - jhH_\theta = -g(E_\theta+\beta H_r), \quad jhH_r - \frac{dH_z}{dr} = g(E_r-\beta H_\theta),\\
\frac{1}{r}\frac{d}{dr}(rH_\theta) - j\frac{n}{r}H_r = -\beta g H_z, \; E_r = \frac{1}{jh}\frac{dE_z}{dr}, \; E_\theta = \frac{n}{hr}E_z,\\
\frac{1}{r}\frac{d}{dr}(rE_r) + j\frac{n}{r}E_\theta + jhE_z = -gH_z.
\end{gathered} \tag{9}
$$

Здесь и далее $g = \omega_p^2/\Omega c$. С учетом винтового возмущения границ пучка можно определить «скачки» полей на эффективных поверхностных токах и зарядах при $r = a,\ b$:

$$
\begin{aligned}
\{H_z\} &= j\omega_e r(hv+n\omega_e)^{-1}(E_\theta+\beta H_r)\{g\},\\
\{H_\theta\} &= -j\beta c(hv+n\omega_e)^{-1}(E_\theta+\beta H_r)\{g\},\\
\{E_r\} &= -jc(hv+n\omega_e)^{-1}(E_\theta+\beta H_r)\{g\}.
\end{aligned} \tag{10}
$$

На этих границах поля E_θ, E_z, H_r непрерывны.

Согласно (9), внутри пучка поля E_z, H_z связаны волновыми уравнениями

$$
\begin{gathered}
\Delta H_z - (g^2/\gamma^2)H_z = jghE_z,\\
\Delta E_z = -jghH_z
\end{gathered} \tag{11}
$$

и выражаются как суперпозиции функций Бесселя $I_n(kr)$, $K_n(kr)$, где

$$k^2 = h^2 + (g^2/2\gamma^2) \pm \sqrt{g^4/4\gamma^4 + g^2h^2}. \tag{12}$$

Будем полагать далее $kb \ll n$ ($hb \ll n$*, $\omega_p^2 b/\Omega c\gamma \ll n$), что означает медленность волны в азимутальном направлении и позволяет описывать приближенно поля в виде суперпозиции функций r^n и r^{-n}. Удовлетворяя в таком приближении уравнениям (11) и точно удовлетворяя четырем поперечным составляющим $\operatorname{rot}\boldsymbol{H}$, $\operatorname{rot}\boldsymbol{E}$ в (9), а также всем указанным граничным условиям, найдем структуры полей во всех частичных областях и получим дисперсионное уравнение, определяющее собственное волновое число h.

Внутри пучка ($b \geqslant r \geqslant a$) поля равны

$$
\begin{aligned}
E_z &= jhA(r/b)^n + jhB(r/b)^{-n},\\
E_r &= H_\theta/\beta = (n/r)A(r/b)^n - (n/r)B(r/b)^{-n},\\
E_\theta &= -H_r/\beta = j(n/r)A(r/b)^n + j(n/r)B(r/b)^{-n},\\
H_z &= (\beta h - g\gamma^{-2})A(r/b)^n - (\beta h + g\gamma^{-2})B(r/b)^{-n}.
\end{aligned} \tag{13}
$$

Между пучком и стенкой ($R \geqslant r \geqslant b$) поля равны

$$
\begin{aligned}
E_z &= j\frac{H_z}{\beta} = jh(A+B)\frac{(r/R)^n - (r/R)^{-n}}{(b/R)^n - (b/R)^{-n}},\\
E_r &= \frac{H_\theta}{\beta} = \frac{n}{r}(A+B)\frac{(r/R)^n + (r/R)^{-n}}{(b/R)^n - (b/R)^{-n}},
\end{aligned} \tag{14}
$$

---

* Поскольку $hv \sim n\omega_e$, то это также означает малость поперечной скорости пучка: $\omega_e b \ll v$.

$$E_\theta = -\frac{H_r}{\beta} = j\,\frac{n}{r}(A+B)\frac{(r/R)^n-(r/R)^{-n}}{(b/R)^n-(b/R)^{-n}}.$$

Во внутренней полости ($r \leqslant a$) поля равны

$$\begin{gathered} E_z = j(H_z/\beta) = jh\,[A(a/b)^n + B(a/b)^{-n}]\,(r/a)^n, \\ jE_r = j\frac{H_\theta}{\beta} = E_\theta = -\frac{H_r}{\beta} = j\frac{n}{r}\left[A\left(\frac{a}{b}\right)^n + B\left(\frac{a}{b}\right)^{-n}\right]\left(\frac{r}{a}\right)^n. \end{gathered} \tag{15}$$

В (13)—(15) коэффициенты A и B связаны соотношением

$$(2h\beta\gamma^2/g + 1)B + A(a/b)^{2n} = 0. \tag{16}$$

Видно, что всюду $H_\theta = \beta E_r$, $H_r = -\beta E_\theta$, так что роль поперечных магнитных полей в модуляции (6) и группировке пропорциональна β^2. При релятивистских скоростях магнитные поля существенно влияют на группировку, ослабляя в γ^2 раз колебания электронов, границ пучка и, следовательно, «скачки» полей $\{H_z\}$, $\{H_\theta\}$, $\{E_r\}$ (10). Это обстоятельство не учтено в электростатическом приближении [4].

Волновое число h определяется характеристическим уравнением

$$\begin{gathered} x^2 + x\left\{n\left(1-\frac{a^2}{b^2}\right) + \frac{(b^{2n}-a^{2n})}{R^{2n}}\right\} - \left(1-\frac{a^{2n}}{b^{2n}}\right)\left(1-\frac{b^{2n}}{R^{2n}}\right) + \\ + n\left(1-\frac{a^2}{b^2}\right)\left(1-\frac{a^{2n}}{R^{2n}}\right) = 0, \end{gathered} \tag{17}$$

где

$$x = 2h\beta\gamma^2/g = 2hv\Omega\gamma^2/\omega_p^2. \tag{18}$$

Уравнение (17) переходит в (2) путем формальной замены $\gamma^2 hv \to -\omega$ или с учетом преобразования всех величин при переходе к сопровождающей системе отсчета $x \to -\omega'/\omega'_D$. Поэтому анализ (17) идентичен приведенному выше для кольцевых потоков. Экстремальные значения инкремента пространственных колебаний в таких пучках имеют место при больших номерах $n \approx 0{,}8b/\delta$, когда

$$h = (\omega_p^2/2\Omega v\gamma^2)(-0{,}8 \pm 0{,}4j) = (n\omega_{e\max}/2v)(-1 \pm 0{,}5j), \tag{19}$$

где $\omega_{e\max}$ — максимальная (при $r = b$) угловая скорость потока.

3. Анализ решения и его соответствие реальным РЭП. Для трубчатых пучков с током

$$I = (mc^3/2e)\,\beta\gamma\,(b\delta\omega_p^2/c^2), \tag{20}$$

$mc^3/e = 17{,}04$ *кА*, максимальный инкремент (19) можно представить в виде

$$\mathrm{Im}\,h = 0{,}4I/cH(\gamma^2-1)b\delta. \tag{21}$$

Видно, что диокотронная неустойчивость развивается тем быстрее, чем больше плотность тока пучка и чем меньше внешнее магнитостатическое поле и энергия электронов. Вследствие близости величин инкрементов колебаний с различными номерами n в окрестности наиболее неустойчивого вида картина развития неустойчивости из «белого» позиционного шума на входе может оказаться промодулированной медленно по азимуту. Принято считать, что неустойчивость развивается на длинах $L \approx 3(\mathrm{Im}h)^{-1}$, т. е. около трех обратных инкрементов. Такая длина, на которой происходит группировка пучка в сгустки («шнурование»), составляет, согласно (21),

$$L \approx 7{,}5cH(\gamma^2 - 1)\delta b/I. \tag{22}$$

Теперь рассмотрим, какие пучки удовлетворяют комплексу исходных требований и допущений анализа. Требование замагниченности ($\Omega^2 \gg \omega_p^2/\gamma^2$ в лабораторной системе отсчета), при котором выполняется дрейфовое приближение для возмущенных скоростей ($hv + n\omega_e \ll \Omega$), означает, согласно (20),

$$I \ll (eH^2/2mc)\, b\delta\beta\gamma. \tag{23}$$

Условие несущественности инерционной группировки (8) получается из (7), (13), (19) и с помощью (20) может быть представлено в удобном виде:

$$I \ll (mc^3/2e)\,\gamma\beta^3(\delta n^2/b). \tag{24}$$

Если учесть, что $n \sim b/\delta$ для наиболее неустойчивых колебаний, то требования (23) и (24) ограничивают толщину пучка с двух сторон. Однако на практике (24) обычно выполняется с большим запасом ($I \ll 8{,}5\gamma b/\delta$ *кА*), и инерционной группировкой можно пренебречь.

Условие слабого релятивизма в сопровождающей системе отсчета согласно (5), (20) сводится к соотношению

$$2I/c\beta b \ll H, \tag{25}$$

т. е. к малости собственного азимутального магнитного поля по сравнению с внешним осевым, что обычно выполняется. Все это говорит о том, что основное ограничение принятой модели связано с требованием замагниченности (23).

На практике для транспортировки в различных каналах используются обычно сильно замагниченные пучки, формируемые с катодов, эмиттирующая поверхность которых пересекается силовыми линиями внешнего магнитного поля [8]. Рассмотренный в [9] случай большой плотности пучков ($\omega_p^2/\gamma^2 \approx \Omega^2$) имеет место, только когда эмиттирующая поверхность совпадает с магнитной, т. е. параллельна силовым линиям. Для типичных же параметров РЭП, формируемых коаксиальными диодами с магнитной изоляцией [8], условие замагниченности можно считать выполненным. Например, для пучка с $I = 3$ *кА*, $\gamma = 2$(511 *кэВ*), $b = 1$ *см*, $\delta = 0{,}1$ *см* условие (23) хорошо выполняется при $H = 6$ *кЭ* и выше. Для такого пучка при $H = 10$ *кЭ* длина раскачки диокотронных колебаний (22) составляет 75 *см*.

Отличие реальных пучков от идеализированной и принятой выше модели в основном сводится к неламинарности и поперечной неоднородности плотности. Расчеты [10] показывают, что при формировании РЭП в коаксиальном диоде с магнитной изоляцией для большей части потока ларморовские радиусы существенно меньше эффективной толщины трубчатого пучка. Поэтому поперечные движения можно описывать в дрейфовом приближении, отвлекаясь от вращений, не влияющих в целом на диокотронный эффект. Соответствующее дрейфовому представлению «сглаживание» потока приводит к ламинарной модели пучка. Вместе с тем эффективная толщина пучка, как это следует из экспериментов, физических соображений и расчетов [8, 10], зависит от величины внешнего магнитного поля (уменьшается с ростом H, но в пределе $H \to \infty$ стабилизируется), и это должно влиять на азимутальный номер максимально неустойчивых колебаний.

При наличии ионов, изменяющих угловую скорость электронного потока в $1 - f\gamma^2$ раз (f — коэффициент ионного фона, равный отношению концентраций ионов и электронов), для слабо связанных со стенкой канала колебаний по аналогии с (3) можно получить

$$x = \frac{2hv\gamma^2\Omega}{\omega_p^2} = -\frac{n\delta}{b}(1-f\gamma^2) \pm \sqrt{\left[1-\left(\frac{n\delta}{b}\right)(1-f\gamma^2)\right]^2 - \left(1-\frac{2\delta}{b}\right)^n}. \quad (26)$$

Например, при $b/\delta = 20$, $\gamma = 2$, $f = 1$ максимальный инкремент имеет место при $n = 5$ и согласно (26) $x = -0{,}75 \pm 0{,}73i$. Видно, что при полной электростатической компенсации, когда вращение потока обусловлено радиальной силой со стороны собственного азимутального магнитного поля, имеет место тенденция к снижению номера максимально неустойчивого вида и к некоторому росту величины инкремента. В случае же наличия и магнитной компенсации обратным током при инжекции в плазму или газ диокотронная неустойчивость должна исчезать вместе с исчезновением шира угловой скорости.

Таким образом, «полоса» неустойчивых видов диокотронных колебаний в трубчатых пучках определяется только их поперечной геометрией (отношением радиуса к толщине) и не зависит в вакуумном канале от энергии (как это следовало из дисперсионного уравнения [4]). Инкремент наиболее неустойчивого вида и длина, на которой происходит азимутальное «шнурование» РЭП, определяются согласно (21), (22). Результаты оценочных расчетов всех основных характеристик диокотронной неустойчивости по приведенным формулам качественно хорошо согласуются с результатами известных экспериментов [1, 4, 6]. Основной причиной, препятствующей проведению точных количественных сопоставлений, является трудность выбора эффективной толщины пучка (она не совпадает с толщиной трубчатого катода и зависит от магнитного поля), а также невозможность строгого определения длины развития неустойчивости по данным экспериментов. В целом же, как показывает анализ параметров практически применяемых РЭП с точки зрения исследованной модели и как показывают сравнения развитой теории с экспериментом (качественно подтверждаются все зависимости, а количественное расхождение не превышает 50%), широкий класс трубчатых РЭП приобретает нитевидную структуру в процессе развития диокотронных пространственных колебаний.

Автор признателен Н. Ф. Ковалеву за обсуждение.

ЛИТЕРАТУРА

1. Kyhl R. L, Webster H F.— IRE Trans, 1956, **ED-3**, p 172.
2. Levy R. H — Phys. Fluids, 1965, **8**, p 1288.
3. Гладун А. Д, Дунаев А. С., Лейман А. Г.— Электронная техника. Сер. 1. Электроника СВЧ, 1968, № 10, с. 48
4. Kapetanacos C A, Hammer D A., Striffer C. D, Davidson R. C.— Phys. Rev. Letters, 1973, **30**, № 26, p. 1303.
5. Девидсон Р. Теория заряженной плазмы.— М: Мир, 1978, с 84.
6. Иванов В. С., Кременцов С. И., Куценко В. А. и др.— ЖТФ, 1981, **51**, № 3, с. 561.
7. Юлпатов В. К — Электронная техника. Сер. 1. Электроника СВЧ, 1969, № 1, с. 12.
8. Бугаев С. П, Ильин В. П, Кошелев В. И. и др. В сб. Релятивистская высокочастотная электроника — Горький: ИПФ АН СССР, 1979, с. 38.
9. Агафонов А В, Лебедев А. Н — ЖТФ, 1977, **47**, № 8, с 1729.
10. Горшкова М. А, Ильин В П., Нечаев В. Е. и др.— ЖТФ, 1980, **50**, № 1, с 109.

Институт прикладной физики
АН СССР

Поступила в редакцию
23 октября 1981 г.

DIOCOTRONE INSTABILITY OF MAGNETIZED TUBE ELECTRON BEAMS

V. E. Nechaev

Diocotrone oscillations are theoretically considered in ring and annular beams of electrons The character of frequency and ocillation increment dependence on parameters are clarified The basic regularities have been found for static space oscillations in relativistic beams and estimation is given for the length where the instability develops.