

УДК 538 56 + 535

## ВОЗБУЖДЕНИЕ БЕСКОНЕЧНОЙ ПЕРИОДИЧЕСКОЙ СТРУКТУРЫ ЛОКАЛЬНЫМ ГАРМОНИЧЕСКИМ ИСТОЧНИКОМ С НЕТОЧНО ЗАДАННОЙ ЧАСТОТОЙ

А. А. Быков

Рассматривается возбуждение бесконечной периодической структуры гармоническим источником. В предположении, что частота возбуждающего поля является случайной величиной с заданной функцией распределения, построена функция распределения модуля диаграммы направленности рассеянного поля на большом удалении от источника. Показано, что если расстояние от источника до периодической структуры велико по сравнению с периодом, то функция распределения диаграммы более предпочтительна для описания рассеянного поля, чем диаграмма направленности, поскольку число лепестков диаграммы неограниченно возрастает при удалении источника на бесконечность.

Возбуждение периодической решетки плоской волной рассматривалось в ряде известных работ [1-4]. В данной статье показано, что особенность задачи локального возбуждения периодической структуры в том, что при отнесении источника число лепестков диаграммы неограниченно увеличивается. При небольшом изменении частоты каждый лепесток немного сдвинется, и если источник далеко, то на месте максимума появится минимум и наоборот. Следовательно, при большом удалении источника отсутствует устойчивость диаграммы по отношению к малому изменению частоты. На практике нужно иметь устойчивую характеристику полей в присутствии периодической структуры. Один из путей получения такой характеристики — использование методов статистической радиофизики [5]. Будем считать частоту возбуждающего поля случайной величиной с заданной функцией распределения, а в качестве величины, характеризующей поле, возьмем статистическую функцию распределения модуля диаграммы, которая вычисляется как распределение функции от случайной величины. В настоящей работе периодическая структура охарактеризована амплитудами плоских волн, возбуждаемых при облучении структуры плоскими волнами, падающими под заданными углами. В разд. 1 диаграмма направленности выражена через амплитуды указанных плоских волн, а в разд. 2 получена статистическая функция распределения диаграммы. Отметим, что результаты разд. 1 представляют и самостоятельный интерес безотносительно к основной теме данной статьи.

### 1. СВЯЗЬ ПОЛЕЙ ВОЗБУЖДЕНИЯ БЕСКОНЕЧНОЙ ПЕРИОДИЧЕСКОЙ СТРУКТУРЫ ТОЧЕЧНЫМ ИСТОЧНИКОМ И ПЛОСКОЙ ВОЛНОЙ

Рассмотрим двумерную задачу возбуждения бесконечной периодической структуры точечным источником. Периодическая структура расположена в полосе между прямыми  $z=z_1$  и  $z=z_2$ , слева и справа от этой полосы среда однородна и изотропна. Поле не зависит от координаты  $y$ , зависимость от  $x$  и  $z$  описывается линейным уравнением в частных производных второго порядка с переменными коэффициентами.

В полуплоскостях  $z < z_1$  и  $z > z_2$  поле  $u$  удовлетворяет уравнению Гельмгольца:

$$\partial^2 u / \partial x^2 + \partial^2 u / \partial z^2 + k_1^2 u = 0, \quad z < z_1; \quad (1)$$

$$\partial^2 u / \partial x^2 + \partial^2 u / \partial z^2 + k_3^2 u = \delta(x - x_0) \delta(z - z_0), \quad z > z_2, \quad (2)$$

где  $k_1$  и  $k_3$  — положительные константы, точечный источник расположен в точке  $(x_0, z_0)$ . Период структуры по оси  $x$  равен  $a$ . Математическую модель получим, добавив условия излучения [6], которые удобно записать в виде

$$u(x, z) = \int_{C_0} A_R(\varphi) \exp(ik_3 z \cos \varphi + ik_3 x \sin \varphi) d\varphi, \quad z \geq z_0; \quad (3)$$

$$u(x, z) = \int_{C_0} A_T(\varphi) \exp(-ik_1 z \cos \varphi + ik_1 x \sin \varphi) d\varphi, \quad z < z_1, \quad (4)$$

причем  $C_0$  — контур  $\{[\pi/2 - i\infty, \pi/2] + i[\pi/2, -\pi/2] + [-\pi/2, -\pi/2 + i\infty]\}$  (см. рис. 1).

Выделим в явном виде зависимость рассеянного поля от координат источника и от волнового числа. Рассмотрим возбуждение решетки плоской волной вида

$$u_0(\alpha, x, z) = a^{-1/2} \exp(-ik_3 z \cos \alpha + ik_3 x \sin \alpha), \quad (5)$$

где  $-\pi/2 < \alpha < \pi/2$ , т. е. волна падает на решетку справа, с той же стороны, где раньше был расположен точечный источник. Дифракционные углы, т. е. углы, под которыми будут распространяться рассеянные плоские волны, определяются условием

$$\sin \chi_i^R = \sin \alpha + 2\pi l / k_3 a, \quad \cos \chi_i^R \geq 0$$

или

$$-i \cos \chi_i^R > 0.$$

Конечное число углов вещественно, остальные лежат на контуре  $C_0$  (рис. 1). Поле (5) удовлетворяет условию Флоке  $u_0(x + a, z) = \exp(it) u_0(x, z)$ , где  $t$  — параметр Флоке, который определен с точностью до слагаемого, кратного  $2\pi$ . Удобно взять значение  $t$  в интервале  $0 \leq t < 2\pi$ . Обозначим параметр Флоке волны (5)  $t_R(\alpha)$ :

$$t_R(\alpha) = k_3 a \sin \alpha - 2\pi m_0(k_3 a \sin \alpha),$$

где  $m_0(\lambda) = \text{целая часть}(\lambda a / 2\pi)$ . Рассеянное поле для задачи возбуждения структуры плоской волной запишем в виде

$$u_3(\alpha, x, z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} S_n^R(\alpha) a^{-1/2} \exp[ik_3 z \cos \chi_{n-m_0}^R + ik_3 x \sin \chi_{n-m_0}^R] + u_0(\alpha, x, z), \quad z \geq z_2; \quad (6)$$

$$u_1(\alpha, x, z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} S_n^T(\alpha) a^{-1/2} \exp[-ik_1 z \cos \psi_{n-m_0}^R + ik_1 x \sin \psi_{n-m_0}^R], \quad z < z_1, \quad (7)$$

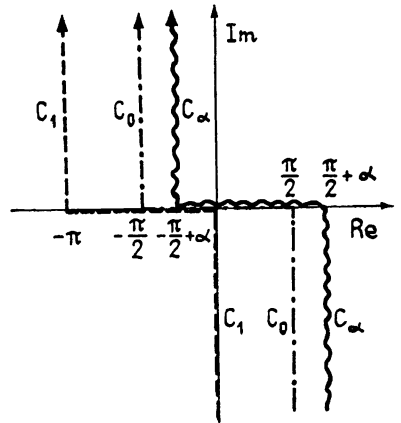


Рис. 1.

где

$$m_0 \equiv m_0(k_3 \sin \alpha),$$

$$\sin \psi_l^R = (k_3/k_1)(\sin \alpha + 2\pi l/k_3 a), \quad \cos \psi_l^R \geq 0 \quad (-i \cos \psi_l^R > 0).$$

Выразим рассеянные поля в задаче возбуждения точечным источником через коэффициенты  $S_n^T(\alpha)$ ,  $S_n^R(\alpha)$ . Фундаментальным решением уравнения (2) является функция

$$v(x, z) = (i/4) H_0^{(1)}(k_3 R_{MM_0}).$$

Полное поле в области  $z > z_2$  равно сумме  $v(x, z)$  и рассеянного поля  $u_R(x, z)$ . Возьмем представление функции Ханкеля в виде интеграла по контуру  $C_1$ :  $\{[-i\infty, 0] + [0, -\pi] + [-\pi, -\pi + i\infty]\}$  (рис. 1). Используя замену переменной, перейдем к интегрированию по контуру  $C_\alpha$ :

$$\begin{aligned} & \{[\pi/2 + \alpha - i\infty, \pi/2 + \alpha] + [\pi/2 + \alpha, -\pi/2 + \alpha] + \\ & + [-\pi/2 + \alpha, -\pi/2 + \alpha + i\infty]\}. \end{aligned}$$

Деформируя контур, перейдем к интегрированию по контуру  $C_0$ . В результате получится представление возбуждающего поля в виде разложения по плоским волнам, с помощью которого выразим поле в задаче возбуждения точечным источником через поле в задаче возбуждения плоской волной ( $u_R$  — рассеянное отраженное поле,  $u_T$  — рассеянное прошедшее поле):

$$u^R(x, z) = -\frac{i}{4\pi} \int_{C_0} \exp(ik_3 z_0 \cos \beta - ik_3 x_0 \sin \beta) \times \quad (8)$$

$$\times \sum_{n=-\infty}^{\infty} S_n^R(\beta) \exp(ik_3 z \cos \chi_{n-m_0}^R + ik_3 x \sin \chi_{n-m_0}^R) d\beta, \quad z > z_2;$$

$$u^T(x, z) = -\frac{i}{4\pi} \int_{C_0} \exp(ik_3 z_0 \cos \beta - ik_3 x_0 \sin \beta) \times \quad (9)$$

$$\times \sum_{n=-\infty}^{\infty} S_n^T(\beta) \exp\{-ik_1 z \cos \psi_{n-m_0}^R + ik_1 x \sin \psi_{n-m_0}^R\} d\beta, \quad z < z_1.$$

Приведем (8), (9) к виду (3), (4). Это потребуется для вычисления диаграммы направленности рассеянного поля в дальней зоне. Сделаем в (8) замену переменной интегрирования  $\sin \beta = q$ , тогда контур  $C_0$  на  $\beta$ -плоскости перейдет в вещественную ось  $-\infty < q < \infty$ , пробегаемую в обратном направлении. Представим этот интеграл в виде суммы:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \dots dq = \sum_{l=-\infty}^{\infty} \int_{2\pi l/k_3 a}^{2\pi(l+1)/k_3 a} \dots dq.$$

Затем сделаем замену  $p = \sin \chi_{n-l}^R(\beta(q))$ . Заметим, что если  $2\pi l/k_3 a \leq q < 2\pi(l+1)/k_3 a$ , то  $2\pi n/k_3 a \leq p < 2\pi(n+1)/k_3 a$ , поэтому теперь  $n = m_0(k_3 p)$  и интегрирование по параметру  $p$  нужно проводить по действительной оси  $p$ -плоскости от  $+\infty$  до  $-\infty$ . После замены переменных  $\sin \varphi = p$  имеем

$$u^R(x, z) = -\frac{i}{4\pi} \int_{C_0} d\varphi \sum_{l=-\infty}^{\infty} S_{m_3}^R(\chi_{l-m_3}^R) \times$$

$$\begin{aligned} & \times \exp(ik_3 z_0 \cos \chi_{l-m_3}^R - ik_3 x_0 \sin \chi_{l-m_3}^R) \times \\ & \times \exp(ik_3 z \cos \varphi + ik_3 x \sin \varphi) \cos \varphi / \cos \chi_{l-m_3}^R, \end{aligned} \quad (10)$$

$$m_3 \equiv m_0(k_3 \sin \varphi).$$

Аналогично из (9) получим

$$\begin{aligned} u^T(x, z) = & -\frac{i}{4\pi} \frac{k_1}{k_3} \int_{C_0} d\varphi \sum_{l=-\infty}^{\infty} S_{m_1}^T(\chi_{l-m_1}^T) \times \\ & \times \exp(ik_3 z_0 \cos \chi_{l-m_1}^T - ik_3 x_0 \sin \chi_{l-m_1}^T) \times \\ & \times \exp(-ik_1 z \cos \varphi + ik_1 x \sin \varphi) \cos \varphi / \cos \chi_{l-m_1}^T, \end{aligned} \quad (11)$$

$$m_1 \equiv m_0(k_1 \sin \varphi),$$

где

$$\sin \chi_l^T = (k_1/k_3) (\sin \varphi + 2\pi l/k_1 a), \quad \cos \chi_l^T \geq 0 \quad \text{или} \quad -i \cos \chi_l^T > 0.$$

Применив к интегралам (10), (11) метод перевала [8], получим асимптотическое представление полей  $u^R$  и  $u^T$  в полярных координатах  $(\rho, \varphi)$  при  $\rho \rightarrow \infty$ :

$$u^R(\rho, \varphi) = (k_3/2\pi\rho)^{1/2} \exp(ik_3\rho + i\pi/4) G_R(\varphi) + O(\rho^{-3/2}),$$

$$u^T(\rho, \varphi) = (k_1/2\pi\rho)^{1/2} \exp(ik_1\rho + i\pi/4) G_T(\varphi) + O(\rho^{-3/2}),$$

где

$$\begin{aligned} G_R(\varphi) = & \sum_{l=-\infty}^{\infty} S_{m_3}^R(\chi_{l-m_3}^R) \times \\ & \times \exp(ik_3 z_0 \cos \chi_{l-m_3}^R - ik_3 x_0 \sin \chi_{l-m_3}^R) \times \\ & \times (\cos \varphi / \cos \chi_{l-m_3}^R) / (2ik_3); \end{aligned} \quad (12)$$

$$G_T(\varphi) = - \sum_{l=-\infty}^{\infty} S_{m_1}^T(\chi_{l-m_1}^T) \times \quad (13)$$

$$\times \exp(ik_3 z_0 \cos \chi_{l-m_1}^T - ik_3 x_0 \sin \chi_{l-m_1}^T) (\cos \varphi / \cos \chi_{l-m_1}^T) / (2ik_3).$$

Функции  $G_R(\varphi)$  и  $G_T(\varphi)$  называем диаграммой направленности рассеянного отраженного и рассеянного прошедшего излучения, причем в  $G_R$  не входит поле точечного источника.

## 2. СТАТИСТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ДИАГРАММЫ НАПРАВЛЕННОСТИ РАССЕЯННОГО ПОЛЯ В ДАЛЬНЕЙ ЗОНЕ

Анализ выражений (12), (13) показывает, что в случае удаленного источника диаграмма направленности будет быстроосциллирующей функцией угла  $\varphi$ . Можно дать наглядное качественное объяснение этому эффекту: при стремлении  $z_0 \rightarrow \infty$  число периодов структуры, облучаемых с примерно одинаковой амплитудой, возрастает пропорционально  $z_0$  и стремится к бесконечности. Поэтому диаграмма будет иметь качественное сходство с диаграммой направленности конечной решетки с числом элементов порядка  $2\pi z_0/a$ , стремящимся к бесконечности.

Следовательно, число лепестков диаграммы неограниченно возрастает. При малом изменении волнового числа максимумы и минимумы диаграммы сдвинутся также ненамного по угловой переменной  $\varphi$ . Но поскольку расстояние между максимумами мало, то при некотором небольшом изменении волнового числа на месте максимума появится минимум, и поэтому диаграммы при немного отличающихся волновых числах сильно отличаются друг от друга. Следовательно, необходимо применить статистический подход к интерпретации электродинамических свойств периодических структур. Считаем, что волновое число — случайная величина с заданной функцией распределения, тогда диаграмма будет функцией от случайной величины. Можно определить функцию распределения диаграммы и использовать ее как основную характеристику данной структуры вместо диаграммы направленности. Статистическая функция распределения устойчива, т. е. мало изменяется при изменении параметров периодической структуры, что и позволяет эффективно применять ее на практике.

Для определения статистической функции распределения, как показывает (12), (13), нужно знать, с одной стороны, функции  $S_n^R(\alpha)$ ,  $S_n^T(\alpha)$  и, с другой стороны, задать функцию распределения волнового числа. Принципиальных трудностей при этом не возникает, расчет производится по хорошо известным формулам распределения функции от случайной величины [9]. Поскольку  $S(\alpha)$  получаются, как правило, в численном эксперименте с использованием ЭВМ, то и статистическая обработка результатов, вообще говоря, также может быть произведена лишь с применением ЭВМ. Вместе с тем, хотелось бы иметь представление об основных свойствах функции распределения диаграммы. Поэтому рассмотрим один важный на практике случай, в котором функция распределения вычисляется в явном виде. Это частный случай удаленного источника и равномерного распределения волнового числа на малом отрезке. Рассмотрим функцию  $G_R(\varphi)$  ( $G_T(\varphi)$  рассматривается аналогично). Пусть  $\kappa_3 = k_3 a / 2\pi$ , тогда

$$\cos \chi_{l-m_3}^R = (\kappa_3)^{-1} \{ \kappa_3^2 - [\kappa_3 \sin \varphi + (l - m_0 (k_3 \sin \varphi))]^2 \}^{1/2}.$$

Легко заметить, что  $\cos \chi_{l-m_3}^R$  будет действительной величиной для значений индекса  $l$  в диапазоне:

$$-M_2 + m_0 (k_3 \sin \varphi) \leq l \leq M_1 + m_0 (k_3 \sin \varphi),$$

где  $M_1 =$  целая часть  $(\kappa_3(1 - \sin \varphi))$ ,  $M_2 =$  целая часть  $(\kappa_3(1 + \sin \varphi))$ .

В случае удаленного источника в (12) можно оставить только те слагаемые, для которых  $-1 < \cos \chi^R < 1$ , для остальных сомножитель  $\exp(i k_3 z_0 \cos \chi^R)$  пренебрежимо мал. Следовательно,

$$G_R(\varphi) = \sum_{l=-M_2+m_3}^{M_1+m_3} A_l(\kappa_3) \exp \{ i(2\pi z_0/a) [ \kappa_3^2 - (\kappa_3 \sin \varphi + l - m_3)^2 ]^{1/2} \}, \quad (14)$$

где

$$A_l = S_{m_3}^R(\chi_{l-m_3}^R) \exp(-i(2\pi x_0/a) \kappa_3 \sin \chi_{l-m_3}^R) (\cos \varphi / \chi_{l-m_3}^R) / (2i k_3).$$

Пусть величина  $\kappa_3$  равномерно распределена на отрезке  $\kappa_0 - \Delta < \kappa_3 < \kappa_0 + \Delta$ . Обозначим

$$B_l = [ \kappa_3^2 - (\kappa_3 \sin \varphi + l)^2 ]^{1/2}.$$

Сдвинув индекс, запишем (14) в виде

$$G_R(\varphi) = \sum_{l=-M_2}^{M_1} A_l(\kappa_3) \exp [ i(2\pi z_0/a) B_l(\kappa_3) ]. \quad (15)$$

Пусть  $B_l(x_0) = B_l^{(0)}, (dB_l/dx)|_{x_0} = D_l^{(0)}$ . Разложим  $A_l(x)$  в ряд Тейлора:

$$A_l(x) = A_l(x_0) + (x - x_0) A_l'(x_0) + \dots,$$

и подставим это разложение, а также разложения  $B_l(x)$  в (15). Пусть  $\Delta \rightarrow 0$  и одновременно  $z_0 \rightarrow \infty$ . В каждой точке  $x_0$ , в которой все функции  $A_l(x)$ ,  $-M_2 \leq l \leq M_1$ , непрерывно дифференцируемы, функция распределения величины  $G$  в пределе  $\Delta \rightarrow 0, z_0 \rightarrow \infty$  совпадает на всей оси с функцией распределения величины

$$G_R^{(0)} = \sum_{l=-M_2}^{M_1} A_l(x_0) \exp [i(2\pi z_0/a) B_l^{(0)}] \exp [i(2\pi z_0/a)(x - x_0) D_l^{(0)}]. \quad (16)$$

Эта последняя находится элементарными методами, если  $\Delta \rightarrow 0$  и  $z_0 \rightarrow \infty$ , так что  $z_0 \times \Delta \rightarrow 0$ . Далее рассмотрим различные значения величин  $M_1$  и  $M_2$ .

Для удобства изменим индекс суммирования в (16) так, чтобы суммировать в пределах от 1 до  $M$ ,  $M = M_1 + M_2 + 1$ , и упорядочим члены так, чтобы было  $|A_1| \geq |A_2| \geq \dots \geq |A_M|$ . Обозначим  $a_l = |A_l|$ . Функцию распределения модуля диаграммы обозначим  $F(s)$ :

$$F(s) = \text{вероятность } \{|G| < s\}.$$

Функцию распределения величины  $|G_R^{(0)}|$  обозначим  $F^{(n)}(s, a_1, a_2, \dots, a_n)$ :

$$F^{(n)}(s, a_1, \dots, a_n) = \text{вероятность } \{|G_R^{(0)}| < s\},$$

если в (16) имеется всего  $n$  слагаемых.

1. Пусть  $M_1 = 0, M_2 = 0$ . Этот случай реализуется при условии  $\kappa_3(1 + \sin \varphi) < 1$ . Ограничимся рассмотрением модуля диаграммы. Зафиксируем положение источника  $(x_0, z_0)$  и угол наблюдения  $\varphi$ . Тогда модуль диаграммы зависит только от  $x$ :

$$g^{(0)}(x) = |G_R^{(0)}(x_0, z_0, x, \varphi)|_{x_0=\text{const}, z_0=\text{const}, \varphi=\text{const}},$$

причем (16) показывает, что  $g^{(0)}(x) = \text{const}$ . В этом случае исследование статистических свойств не дает новой информации.

2. Пусть  $M_1 = 0, M_2 = 1$ . Такой случай имеет место, если  $\kappa_3(1 - \sin \varphi) < 1$  и одновременно  $1 \leq \kappa_3(1 + \sin \varphi) < 2$ . Функция  $g^{(0)}(x)$  — периодическая с периодом  $a/(z_0|D_0^{(0)} - D_1^{(0)}|)$ . Элементарными методами [9] находим

$$F^{(2)}(s, a_1, a_2) = \begin{cases} 1, & \text{если } s > a_1 + a_2, \\ \frac{1}{\pi} \left( 1 - \arccos \frac{s^2 - a_1^2 - a_2^2}{2a_1 a_2} \right), & \text{если } a_1 - a_2 \leq s < a_1 + a_2, \\ 0, & \text{если } s < a_1 - a_2. \end{cases}$$

Аналогично рассматривается случай  $M_1 = 1, M_2 = 0$ .

3. Пусть в сумме (16) всего  $M$  слагаемых. Функция  $g^{(0)}(x)$  при  $M \geq 3$  будет почти-периодической функцией волнового числа. Опуская доказательство, приведем окончательный результат. При  $z_0 \rightarrow \infty$ ,

$\Delta \rightarrow 0$ , так что  $z_0 \times \Delta \rightarrow \infty$ , функция  $F(s)$  равномерно на всей действительной оси стремится к функции  $F^{(M)}(s, a_1, \dots, a_M)$ , определяемой рекуррентными соотношениями

$$F^{(n)}(s, a_1, a_2, \dots, a_n) = \\ = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} F^{(n-1)}(s, \sqrt{a_1^2 + a_2^2 - 2a_1 a_2 \cos \xi}, a_3, a_4, \dots, a_n) d\xi,$$

$$1 \leq n \leq M.$$

Плотность распределения

$$P^{(M)}(s, a_1, a_2, \dots, a_M) \equiv (\partial/\partial s) F^{(M)}(s, a_1, a_2, \dots, a_M)$$

не ограничена в окрестности  $2^{M-1}$  точки  $s_m$ :

$$s_m = |a_1 \pm a_2 \pm a_3 \pm \dots \pm a_M|,$$

причем в окрестности этих точек

$$P^{(M)} = \text{const} (|s - s_m|)^{-1/2}.$$

Дальнейшее обобщение статистической интерпретации результатов расчета полей в периодических структурах может идти в направлении перехода от гармонического источника к источнику, амплитуда и фаза которого являются случайными функциями, а также к распределенному источнику.

Благодарю А. Г. Свешникова и А. С. Ильинского за обсуждение результатов работы.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Дифракция волн на решетках /Под ред В. П. Шестопалова.— Харьков: Гос. ун-т, 1973.
2. Ильинский А. С., Свешников А. Г. Численные методы в задачах дифракции на неоднородных периодических структурах.— В кн.: Прикладная электродинамика. Сб. научно-методических статей.— М.: Высшая школа, 1977, вып. 1, с. 51.
3. Амтей Н., Галиндо В., Ву Ч. Теория и анализ фазированных антенных решеток.— М.: Мир, 1974.
4. Миттра Р., Ли С. Аналитические методы теории волноводов.— М.: Мир, 1974.
5. Ахманов С. А., Дьяков Ю. Е., Чиркин А. С. Введение в статистическую радиофизику и оптику.— М.: Наука, 1981.
6. Ильинский А. С.— ЖВМФ, 1974, 14, № 4, с. 1063.
7. Тихонов А. Н., Самарский А. А. Уравнения математической физики.— М.: Наука, 1971.
8. Свешников А. Г., Тихонов А. Н. Теория функций комплексной переменной.— М.: Наука, 1970.
9. Гнеденко Б. В. Курс теории вероятностей — М.: Наука, 1969.

Московский государственный университет

Поступила в редакцию  
20 июля 1981 г.

#### EXCITATION OF AN INFINITE PERIODIC STRUCTURE BY A LOCAL HARMONIC SOURCE WITH INACCURATELY GIVEN FREQUENCY

A. A. Bykov

Excitation of an infinite periodic structure by a harmonic source is considered. In the assumption that the frequency of the exciting field is a random value with the given distribution function a function has been built for the distribution of the directivity pattern modulus of the scattered field at a large distance from the source. It is shown that if a distance from the source up to the periodic structure is large in comparison with the period then the function of the diagram distribution is more preferable for the description of the scattered field than the directivity pattern, since the number of the diagram lobes increases unlimitedly when the source moves to infinity.