ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

Том XXV, № 8 РАДИОФИЗИКА 1982

УДК 537.862 : 621 396.67

ВОЗБУЖДЕНИЕ РЕШЕТКИ ИЗ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ БРУСЬЕВ ТОКОМ, ТЕКУЩИМ ПОПЕРЕК ОДНОЙ ИЗ ЩЕЛЕЙ

В. Н. Кочин, Л. Н. Литвиненко, С. Л. Просвирнин

Рассмотрена задача о возбуждении периодической структуры в виде решетки из идеально проводящих брусьев прямоугольного поперечного сечения бесконечным током, текущим поперек одной из щелей. Получены важные в практическом отношении характеристики возбужденного поля: коэффициент излучения энергии, коэффициенты взаимной связи между щелями решетки, а также диаграммы направленности излученного такой структурой поля.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Периодические решетки из металлических брусьев прямоугольного поперечного сечения нашли широкое применение в электронике миллиметрового и субмиллиметрового диапазонов волн. Так, например, в последнее время был разработан полупроводниковый генератор миллиметрового диапазона, резонансная система которого представляет собой открытый резонатор с находящейся внутри него решеткой из брусьев [1]. Источником, возбуждающим данную резонансную систему, служат полупроводниковый генераторный диод (лавинопролетный диод или диод Ганна) или несколько диодов, помещенных в одну из щелей решетки. В связи с этим возникла необходимость теоретического исследования электродинамических свойств отдельных элементов, составляющих такие генераторы.

Периодические структуры широко применяются в антенной технике. В теории антенных решеток представляет интерес исследование поля сосредоточенного источника, находящегося вблизи решетки или на одном из периодов внутри нее.

Бесконечная периодическая решетка, образованная идеально проводящими цилиндрами и возбуждаемая локальным источником (E-поляризация), уже рассматривалась рядом авторов (см., например, [2]), однако ими исследовались только амплитудные характеристики поля вне решетки. В некоторых же случаях кроме амплитудных характеристик важно знать энергетические характеристики излученного такой структурой поля, а также амплитудно-фазовые характеристики поля в щелях решетки.

Рассмотрим двумерную задачу о возбуждении периодической решетки, образованной идеально проводящими брусьями прямоугольного поперечного сечения, током, текущим поперек одной из щелей (см. рис. 1). Будем считать $j = c/2\pi$. Тогда поле источника, возбуждающего структуру, имеет вид:

$$H_x^{(i)}(y, z) = \mathrm{sign}(z - a_0)\,\Omega_0(y)\exp(ik|z - a_0|), \qquad (1)$$

где $z = a_0$ — плоскость, в которой задан ток, $k = 2\pi/\lambda$ — волновое число, $\Omega_s(y)$ — характеристическая функция щели с номером s (нумерация ведется от возбуждаемой щели, у которой $s=0$):

$$\Omega_s(y) = \begin{cases} 1 \text{ при } |z| \leqslant h, & |y - sl| < 0{,}5d \\ 0 \text{ во всей остальной области} \end{cases}.$$

Рассеянное структурой поле будем искать в следующем виде:

$$H_x(y, z) = \begin{cases} \int\limits_{-\infty}^{\infty} f(\xi) \exp\left\{ik\left[y\xi + (z-h)\sqrt{1-\xi^2}\right]\right\} d\xi, \quad z > h, \\ \sum\limits_{s=-\infty}^{\infty} \Omega_s(y) \left[\sum\limits_{m=0}^{\infty} (x_m^s \exp(\gamma_m z) + y_m^s \exp(-\gamma_m z)) \times \right. \\ \left. \times \cos(\pi m/d)(y - sl + 0{,}5d)\right], \quad -h < z < h, \\ \int\limits_{-\infty}^{\infty} g(\xi) \exp\left\{ik\left[y\xi - (z+h)\sqrt{1-\xi^2}\right]\right\} d\xi, \quad z < -h. \end{cases} \tag{2}$$

Здесь $f(\xi)$, $g(\xi)$ — неизвестные амплитуды Фурье поля вне решетки x_m^s, y_m^s — неизвестные амплитуды собственных волн, возбужденных в s-й щели током, текущим в щели с индексом $s=0$, параметр ξ имеет смысл синуса угла, под которым распространяется отдельная пространственная составляющая поля в области $|z|>h$, $\gamma_m = i[k^2 - (\pi m/d)^2]^{1/2}$.

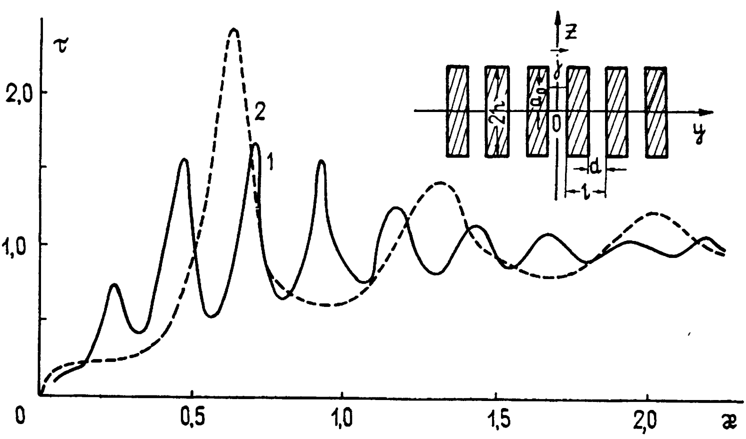

Рис. 1.

Для отыскания функций $f(\xi)$, $g(\xi)$ и коэффициентов возбуждения собственных волн x_m^s, y_m^s необходимо сшить поля в плоскостях $z = \pm h$. Так как неизвестные функции $f(\xi)$ и $g(\xi)$ входят в подынтегральное выражение, процедура сшивания значительно усложняется по сравнению с задачей, в которой рассматривается дифракция плоской волны. Однако решение рассматриваемой задачи значительно упрощается, если воспользоваться методом, предложенным в работах [3, 4]. Суть метода заключается в том, что вначале решается задача о периодическом возбуждении, а затем, путем действия на поля при периодическом возбуждении некоторым простым линейным оператором, находятся поля, соответствующие апериодическому возбуждению.

2. ВОЗБУЖДЕНИЕ РЕШЕТКИ БЕСКОНЕЧНЫМ НАБОРОМ РАСПРЕДЕЛЕННЫХ ТОКОВ, ТЕКУЩИХ В КАЖДОЙ ЩЕЛИ

Пусть решетка из брусьев возбуждается токами, текущими в плоскости $z=a_0$ в каждой из щелей. Токи имеют одинаковые амплитуды

$j=c/2\pi$, их фазы изменяются вдоль решетки линейно и в двух соседних щелях отличаются на u. Первичное поле токов внутри щелей имеет вид

$$H_x^{(pi)}(y,\ z) = \operatorname{sign}(z-a_0)\sum_{s=-\infty}^{\infty}\Omega_s(y)\exp(ik|z-a_0|)\times$$
$$\times\exp(isu),\quad -h<z<h. \tag{3}$$

Величиной u при таком способе возбуждения решетки определяется направление распространения ϑ основной пространственной гармоники:

$$u = kl\sin\vartheta.$$

Рассеянное поле в случае периодического возбуждения решетки будем искать в виде

$$H_x^{(p)}(y,\ z) = \begin{cases} \sum\limits_{n=-\infty}^{\infty} v_n(u)\exp[p_n(z-h)]\exp(i\alpha_n y), & z>h, \\ \sum\limits_{s=-\infty}^{\infty}\Omega_s(y)\left\{\sum\limits_{m=0}^{\infty}\left[c_m^s(u)\exp(\gamma_m z)+d_m^s(u)\times\right.\right. & \\ \left.\left.\times\exp(-\gamma_m z)\right]\cos(\pi m/d)(y-sl+0{,}5d)\right\}, & \\ -h<z<h, & \\ \sum\limits_{n=-\infty}^{\infty} w_n(u)\exp[-p_n(z+h)]\exp(i\alpha_n y), & z<-h, \end{cases} \tag{4}$$

где

$$p_n = i\sqrt{k^2-\alpha_n^2},\quad \alpha_n = k\sin\vartheta + 2\pi nl^{-1}.$$

Подчиняя поля, описываемые выражениями (3) и (4), граничным условиям, и учитывая, что в силу периодичности структуры и возбуждающего поля амплитуды волноводных волн должны удовлетворять условиям Флоке, можно получить систему функциональных уравнений, описывающих связь между амплитудами пространственных гармоник и амплитудами волноводных волн в щели с номером $s=0$. Применяя к полученным системам метод переразложений [5], можно получить две системы линейных алгебраических уравнений:

$$X_n^{\pm} - \sum_{s=-\infty}^{\infty} A_{ns}^{\pm}X_s^{\pm} = B_n^{\pm},\quad n=0,\ \pm1,\ \pm2,\ \ldots, \tag{5}$$

где матричные элементы $A_{ns}^{\pm}$ имеют такой же вид, как и в задаче о дифракции плоской электромагнитной волны (см., например, [5]), $X_n^{\pm} = v_n(u) \pm w_n(u)$,

$$B_n^{\pm} = -\frac{kd}{p_n l}\exp(ikh)\frac{\sin(\alpha_n d/2)}{\alpha_n d/2}\begin{cases}\sin(ka_0)\,[1-i\operatorname{tg}(kh)] \\ \cos(ka_0)\,[i-\operatorname{ctg}(kh)]\end{cases}.$$

Системы (5) решены численно с помощью метода усечения. Для проверки правильности решения контролировалась точность выполнения закона сохранения энергии, который для рассматриваемой структуры, как нетрудно показать, имеет вид

$$2kd = 2kd\,[\cos(ka_0)\,\mathrm{Re}\,(c_0^0 - d_0^0) - \sin(ka_0)\,\mathrm{Im}\,(c_0^0 + d_0^0)] -$$

$$- \mathrm{Re}\,[i \sum_{n=-\infty}^{\infty} p_n l\,(|v_n|^2 + |w_n|^2)].$$

Погрешность не превосходила 0,03%.

3. АНАЛИЗ ЗАДАЧИ ОБ АПЕРИОДИЧЕСКОМ ВОЗБУЖДЕНИИ

Выразим функцию $H_x^{(i)}(y, z)$, определяющую первичное поле при апериодическом возбуждении, через $H_x^{(pi)}(y, z)$, определяющую первичное поле при периодическом возбуждении. Сравнивая выражения (1) и (3), находим, что

$$H_x^{(i)}(y, z) = 0{,}5\pi^{-1} \int_{-\pi}^{\pi} H_x^{(pi)}(y, z)\, du = U\,[H_x^{(pi)}(y, z)],$$

где U — линейный оператор, действие которого состоит в интегрировании по переменной u. Из принципа суперпозиции следует, что и рассеянные поля (в щелях и вне решетки), отвечающие двум рассматриваемым видам возбуждения, должны быть связаны посредством линейного оператора U, т. е.

$$H_x = U\,[H_x^{(p)}] \tag{6}$$

для всех y и z.

Действуя оператором U на поле, излучаемое решеткой при периодическом возбуждении и определяемое выражением (4) в плоскости $z = \pm(h+0)$, находим связь между амплитудами пространственных гармоник $v_n(u)$, $w_n(u)$ и амплитудами Фурье $f(\xi)$, $g(\xi)$ соответственно в виде

$$f(\xi) = 0{,}5kl\,\pi^{-1}\,v_n(kl\,\xi - 2\pi n), \quad g(\xi) = 0{,}5kl\,\pi^{-1}\,w_n(kl\,\xi - 2\pi n), \tag{7}$$

где n — целая часть величины $(\varkappa\xi + 0{,}5)$, $\varkappa = l/\lambda$. В случае, когда длина волны значительно больше периода решетки $(\varkappa \ll 1)$ и щель мала по сравнению с периодом $(\theta = d/l \ll 1)$, функции $f(\xi)$ и $g(\xi)$ имеют вид

$$\left\{\begin{matrix} f(\xi) \\ g(\xi) \end{matrix}\right\} \simeq -\,2\varkappa\theta\,\sin(\pi\varkappa\theta\xi)\,(\pi\varkappa\theta\xi)^{-1} \times$$

$$\times \left\{ \frac{\sin(2\pi\varkappa\Delta\varepsilon)}{\sqrt{1-\xi^2}\,[\cos(2\pi\varkappa\Delta) - Q\sin(2\pi\varkappa\Delta)] - i\,Q\sin(2\pi\varkappa\Delta)} \pm \right.$$

$$\left. \pm \frac{\cos(2\pi\varkappa\Delta\varepsilon)}{\sqrt{1-\xi^2}\,[\sin(2\pi\varkappa\Delta) + Q\cos(2\pi\varkappa\Delta)] + iQ\cos(2\pi\varkappa\Delta)} \right\},$$

где $\Delta = h/l, \quad \varepsilon = a_0/h, \quad Q = 2\varkappa\theta\ln(\sin 0{,}5\pi\theta)$.

Перейдем к анализу характеристик электромагнитного поля. Сначала рассмотрим поведение коэффициента излучения энергии из решетки при её возбуждении лентой тока в зависимости от геометрических размеров решетки, положения тока в щели и длины волны. Коэффициент излучения энергии определим как отношение полного усредненного по времени потока энергии, излученного из решетки в одно из полупространств, например $z > h$, к полному усредненному по времени потоку энергии, переносимой электромагнитной волной, которую возбуждает лента тока в плоскопараллельном волноводе высотой d:

$$\tau = \frac{2}{\varkappa\theta} \int_0^1 \sqrt{1-\xi^2} \left\{\begin{matrix} |f(\xi)|^2 \\ |g(\xi)|^2 \end{matrix}\right\} d\xi, \quad \begin{matrix} z > h \\ z < -h \end{matrix}.$$

На рис. 1 представлена зависимость коэффициента излучения для различных параметров решетки от величины $\varkappa$ (кривая *1* — $\theta=0{,}5$, $\Delta=2{,}0$, $\varepsilon=0$; кривая *2* — $\theta=1/3$, $\Delta=2/3$, $\varepsilon=0$).

Проведенный анализ показывает, что при фиксированном положении тока в центре решетки энергия поля, излученного структурой, достигает максимального значения в случае, когда по высоте решетки укладывается целое число длин волн. Из рисунка видно, что при $\varkappa<1$ зависимость $\tau_{z>h}$ $(\tau_{z<-h})$ от $\varkappa$ имеет резко осциллирующий характер, причем в резонансных точках энергия, излученная из возбуждаемой щели, превышает энергию ТЕМ-волны в плоскопараллельном волноводе в 1,5 и более раз. При дальнейшем увеличении $\varkappa$ величина коэффициента излучения энергии, осциллируя, приближается к единице. Это объясняется тем, что при $\varkappa<1$ связь между щелями решетки сильная, а, следовательно, на характер поля в возбуждаемой щели оказывают влияние и поля в соседних щелях. При дальнейшем увеличении $\varkappa$ связь между щелями ослабевает.

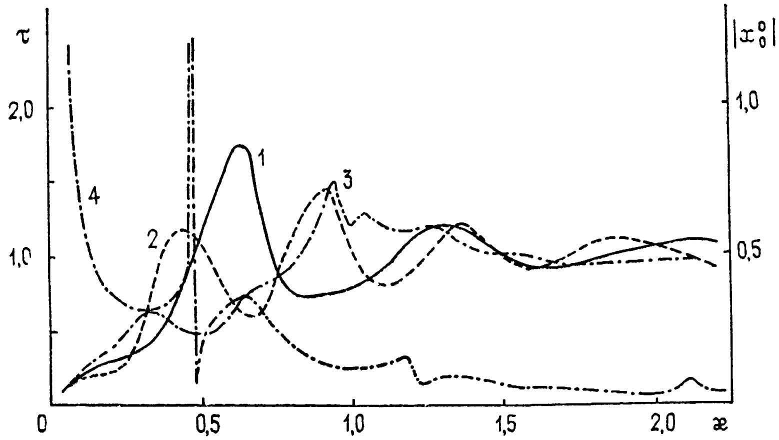

Рис. 2.

Изменение положения тока в щели оказывает существенное влияние на энергетические характеристики излученного решеткой поля: происходит как изменение излученной из решетки энергии, так и перераспределение ее между полупространствами $z>h$ и $z<-h$ (см. рис. 2: кривая *1* — $\tau_{z>h}$ при $\varepsilon=0$; кривая *2* — $\tau_{z>h}$; кривая *3* — $\tau_{z<-h}$ при $\varepsilon=0{,}5$, $\theta=0{,}5$, $\Delta=2/3$). На рис. 3 представлена зависимость коэффициента излучения от положения тока в решетке для фиксированных параметров решетки и длины волны поля, излученного током (сплошные линии — $\tau_{z>h}$, штриховые — $\tau_{z<-h}$). Из рисунка видно, что в случае резонансной решетки (кривые *1* — $x=0{,}625$, $\Delta=2/3$, $\theta=0{,}5$) изменение положения тока в щели оказывает существенное влияние на величину коэффициентов излучения в верхнее и нижнее полупространства и практически не влияет на перераспределение энергии между полупространствами. В случае нерезонансной решетки (кривые *2* — $\varkappa=0{,}735$, $\Delta=2/3$, $\theta=0{,}5$) изменение положения тока влияет и на перераспределение энергии между полупространствами.

Перейдем к исследованию амплитудных характеристик возбужденного поля. Коэффициенты возбуждения собственных волн x_m^s (y_m^s) согласно (6) связаны с c_m^s (d_m^s) соотношением

$$x_m^s = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} c_m^0 \exp(isu)\, du.$$

Коэффициенты $x_0^s (y_0^s)$, определяющие взаимную связь между щелями решетки, представляют значительный практический интерес. На рис. 2 (кривая *4*) представлена зависимость $|x_0^0|$ от $\varkappa$ ($\theta=0{,}5$, $\Delta=2/3$, $\varepsilon=0$). При $\varkappa<0{,}3$ амплитуда собственной волны в щели с индексом $s=0$ резко возрастает, так как при уменьшении $\varkappa$ уменьшается

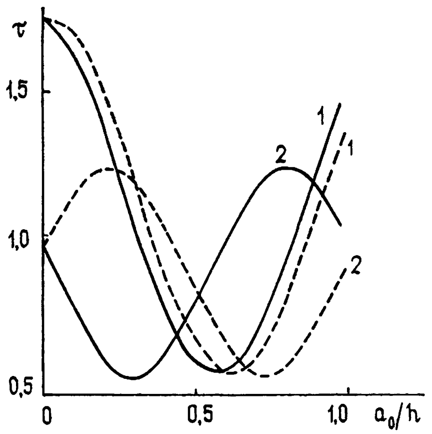

Рис. 3.

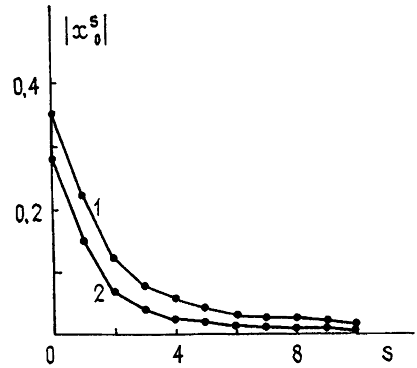

Рис. 4.

ширина щели по сравнению с длиной волны, а следовательно, увеличивается коэффициент отражения от края щели, что ведет к возрастанию амплитуды собственной волны. При $\varkappa \lesssim 0{,}5$, как и в задаче о дифракции плоской волны, возрастают амплитуды пространственных составляющих, распространяющихся под углами, близкими к скользящему, что ведет к резкому увеличению взаимной связи между щелями. При дальнейшем увеличении $\varkappa$ величина $|x_0^0|$, осциллируя, уменьшается.

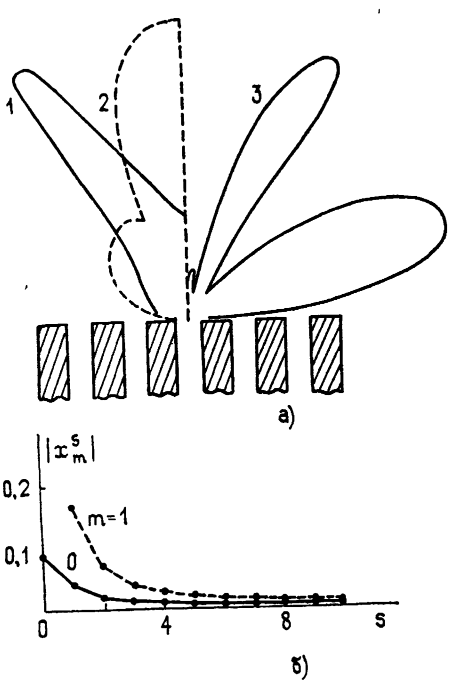

Рис. 5.

Во многих случаях важно знать, как далеко распространяется возбужденное поле вдоль решетки. На рис. 4 представлена зависимость $|x_0^s|$ для различных параметров решетки (кривая *1* — $\varkappa=0{,}625$; кривая *2* — $\varkappa=0{,}735$, $\theta=0{,}5$, $\Delta=2/3$, $\varepsilon=0$). Характер спадания поля с удалением от возбужденной щели для решеток с различными параметрами и для любых длин волн один и тот же, но так как в резонансных точках амплитуды собственных волн выше, то в таких решетках поля простираются на большие расстояния.

Характер распределения поля в щелях оказывает существенное влияние и на формирование диаграммы направленности излученного решеткой поля. Так, если амплитуды собственных волн в щелях плавно убывают с увеличением номера щели (см. рис. 4), то диаграммы направленности излученного поля у таких решеток (см. рис. 5а, кривые *1* и *2* соответственно) имеют сравнительно гладкий характер. Боковые лепестки у таких диаграмм направленности образованы основными пространственными гармониками, которые распространяются под углами, лежащими в окрестности углов α_n. Последние удовлетворяют уравнению*

$$\sqrt{\varkappa^2-(n+\varkappa\sin\alpha_n)^2}=0,$$

причем, если решетка резонансная, то боковые лепестки значительно превышают основной (см. рис. 5а, кривая *1*). У решеток с иным законом убывания поля в щелях принцип формирования диаграммы направленности более сложный. Например, пусть поле в щелях убывает по закону, представленному на рис. 5б ($\varkappa=1{,}28$, $\theta=0{,}5$, $\Delta=2/3$, $\varepsilon=0$). Тогда, если первые два лепестка диаграммы (считая от вертикали) образованы так же, как и в предыдущем случае, то третий лепесток обусловлен полем, излученным из щелей с индексами $s=\pm1$ (рис. 5а, кривая *3*).

Особенностью рассмотренной задачи дифракции является то, что рассеянное поле в свободном пространстве нельзя представить в виде суперпозиции пространственных гармоник Флоке. Однако удается построить простой линейный оператор, связывающий поля в рассмотренной задаче с полями в задаче о периодическом возбуждении решетки.

В работе исследованы коэффициенты взаимной связи между щелями решетки, которые описывают распределение поля вдоль решетки. Из приведенных в работе результатов следует, что уже в щели с индексом $s=\pm2$ амплитуда собственной волны уменьшилась в e раз по сравнению с амплитудой волны в возбужденной щели.

В работе также исследовался коэффициент излучения энергии. Важно отметить осциллирующий характер зависимости коэффициента излучения от $\varkappa$ при $\varkappa<1$.

Получены диаграммы направленности излученного решеткой поля. Существенно, что, зная диаграмму направленности рассматриваемой структуры при ее возбуждении из одной щели, можно построить диаграмму направленности и при возбуждении из конечного числа щелей простым перемножением диаграмм с учетом фаз возбуждающих токов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бородкин А. И, Булгаков Б. М, Матвеева В. А, Родионов А. В., Смородин В. В., Шестопалов В. П.— Письма в ЖТФ, 1979, вып. 5, с. 285.
2. Галишникова Т. Н — Сб. Прямые и обратные задачи теории антенн.— М.: Гос. ун-т, 1976, с. 39.
3. Миттра Р., Ли С. Аналитические методы теории волноводов.— М.: Мир, 1974.
4. Ильинский А. С.— Сб. Вычислительные методы и программирование.— М.: Гос. ун-т, 1975, вып. 24, с. 220.
5. Шестопалов В П., Литвиненко Л. Н, Масалов С. А., Сологуб В. Г. Дифракция волн на решетках.— Харьков: Гос. ун-т, 1973.

Институт радиофизики и электроники
АН УССР

Поступила в редакцию
11 августа 1981 г.

EXCITATION OF A LATTICE MADE OF METAL BARS BY CURRENT STREAMING TRANSVERSELY TO THE ONE OF THE GAPS

V. N. Kochin, L. N. Litvinenko, S. L. Prosvirnin

A problem is considered on excitation of a periodic structure in the form of a grating made of ideally conducting bars of the rectangular section by an infinite current streaming transversely to the one of the gaps Practically important characteristics of the excited field have been obtained: coefficient of the energy radiation, coefficients of the mutual relation between the lattice gaps as well as directivity patterns of the field radiated by such a structure.

---

* Данное уравнение описывает закон возникновения n-й дифракционной гармоники при условии, что основная распространяется под углом α_n.