

УДК 621.372.823

## СДВИГИ ПРЯМОУГОЛЬНЫХ ВОЛНОВОДОВ

*А. М. Лерер, В. П. Ляпин, Г. П. Синявский*

Изложен метод решения задачи дифракции на сдвиге прямоугольного волновода в  $E$ - или  $H$ -плоскости. В решении учитываются краевые особенности поведения поля. Приведены результаты расчетов в широком диапазоне изменения параметров.

Смещения прямоугольных волноводов (рис. 1) применяются в различных СВЧ устройствах, например, при создании полосовых фильтров [1]. Их исследованию посвящен ряд работ [1-3]. Расчет дифракции волны  $H_{10}$  на смещении волноводов по узкой стенке проводился в работе [2] на основе квазистатического подхода, применимого лишь в одномодовом режиме. В работах [1, 3] такие неоднородности исследовались методом частичных областей (МЧО), который не всегда обеспечивает высокую точность результатов [4, 5].

В настоящей работе рассматриваются задачи о дифракции волн  $H_{p0}$  и  $H_{0p}$  на сдвиге прямоугольных волноводов с идеально проводящими стенками, размер которых в плоскости смещения неодинаков. В предлагаемом способе решения не накладываются ограничения на частотный параметр и, благодаря учету краевых особенностей поведения поля, обеспечивается быстрая сходимость результатов расчета.

### 1. ИНТЕГРАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Будем полагать, что падающая волна приходит к неоднородности из левого волновода (рис. 1,  $z < 0$ ).

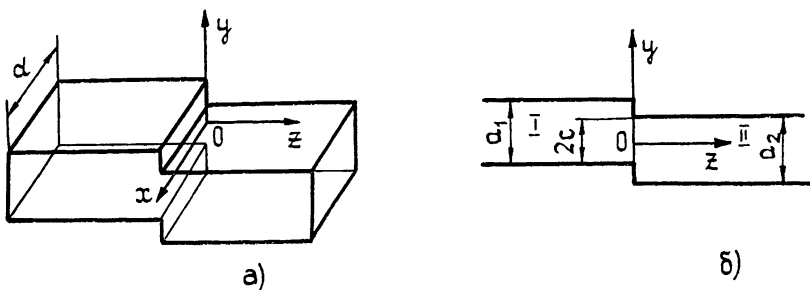


Рис. 1.

*Дифракция волны  $H_{p0}$ .* Разбивая сечение данной структуры (рис. 1б) на две частичные области: I ( $z < 0$ ) и II ( $z > 0$ ), рассматриваемую задачу можно свести к интегральному уравнению относительно функции распределения  $\mathcal{E}_y(y) = E_y|_{z=0}$  — составляющей поля в отверстии связи волноводов:

$$\int_{-c}^c \mathcal{E}_y(y) \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{q=1}^2 \psi_n^q(y) \psi_n^q(y') / \gamma_n^q = 2\psi_0^I(y'). \quad (1)$$

Здесь символ  $q$  описывает принадлежность к волноводу I либо II,  $\gamma_n^q$  — модальные постоянные распространения, а  $\psi_n^q(y)$  — функции разложения  $H_x$ -компоненты поля в  $q$ -волноводе, которые определяются следующим образом:

$$\psi_n^q(y) = \sqrt{(2 - \delta_{0n})/a_q} \cos \alpha_n^q(y + g), \quad \alpha_n^q = n\pi/a_q, \quad (2)$$

$$\gamma_n^q = \sqrt{K^2 - (\alpha_n^q)^2}, \quad K^2 = k^2 - (p\pi/d)^2, \quad g = \begin{cases} c, & q = \text{I} \\ -c, & q = \text{II} \end{cases}$$

$\delta_{0n}$  — символ Кронекера,  $k = 2\pi/\lambda$  — волновое число свободного пространства.

Коэффициенты отражения  $R$  и прохождения  $T$  падающей волны связаны с искомой функцией  $\mathcal{E}_y$  соотношениями

$$R = A^I - 1, \quad T = A^{II}, \quad A^q = \int_{-c}^c \mathcal{E}_y(y) \psi_0^q(y) dy / K. \quad (3)$$

*Дифракция волны  $H_{0p}$ .* В этом случае решение задачи может быть определено через функцию распределения  $\mathcal{E}_x(y) = E_x|_{z=0}$  — компоненты поля, удовлетворяющей уравнению

$$\sum_{n=1}^{\infty} \int_{-c}^c \mathcal{E}_x(y) \sum_{q=1}^2 \gamma_n^q \varphi_n^q(y) \varphi_n^q(y') dy = 2\varphi_p^I(y') \gamma_p^I, \quad (4)$$

где  $\varphi_n^q(y) = \sqrt{2/a_q} \sin[\alpha_n^q(y + g)]$ , а величина  $K$ , входящая в формулу для вычисления  $\gamma_n^q$ , совпадет с волновым числом свободного пространства  $k$ .

Постоянные  $A^q$  (3) определяются здесь следующим образом:

$$A^q = \int_{-c}^c \mathcal{E}_x(y) \varphi_p^q(y) dy. \quad (5)$$

## 2. АЛГЕБРАИЗАЦИЯ ЗАДАЧИ

Для решения уравнений (1), (3) воспользуемся методом Галеркина. При выборе аппроксимирующих функций необходимо учитывать, что на концах интервала  $[-c, c]$  подлежащие определению функции  $\mathcal{E}_y$ ,  $\mathcal{E}_x$  имеют характерные особенности поведения. Известно, [7], что вблизи прямоугольного металлического ребра компоненты электрического поля ведут себя как

$$\mathcal{E}_y \sim \rho^{-1/3}, \quad \mathcal{E}_x \sim \rho^{2/3}, \quad (6)$$

где  $\rho$  — расстояние до ребра.

Поэтому в качестве функции разложения будем использовать полиномы Гегенбауэра  $C_i^v(x)$  [7], весовые множители которых ведут себя подходящим образом на концах интервала:

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_y(y) &= [1 - (y/c)^2]^{-1/3} \sum_{i=1}^N u_i C_{i-1}^{1/6}(y/c), \\ \mathcal{E}_x(y) &= [1 - (y/c)^2]^{2/3} \sum_{i=1}^N v_i C_{i-1}^{7/6}(y/c). \end{aligned} \quad (7)$$

Такая аппроксимация приводит к следующим системам линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) относительно неизвестных коэффициентов разложения  $u_i$  и  $v_i$ :

$$\sum_{i=1}^N v_i B_{ik} = S_k, \quad \sum_{i=1}^N u_i D_{ik} = R_k; \quad (8)$$

$$B_{ik} = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{q=1}^2 L_{i+1, k+1}^q(\alpha_n^q) \gamma_n^q / (\alpha_n^q)^2, \quad (9)$$

$$D_{ik} = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{q=1}^2 L_{ik}^q(\alpha_n^q) / \gamma_n^q,$$

$$S_k = \gamma_p^1 \Phi_{k+1}^1(\alpha_p^1) [S(\alpha_p^1) \Delta_k + C(\alpha_p^1) \Omega_k] / \alpha_p^1,$$

$$R_k = \frac{2}{\sqrt{a_1}} \left( \frac{c}{2} \right)^{1/6} \frac{\delta_{1k}}{\Gamma(7/6)}, \quad \Phi_k^q(\alpha) = \sqrt{\frac{2 - \delta_{0\alpha}}{a_q}} \frac{J_{k-5/6}(\alpha)}{\alpha^{1/6}},$$

$$S(\alpha) = \sin \alpha c, \quad C(\alpha) = \cos \alpha c,$$

$$L_{ik}^q(\alpha) = \Phi_i(\alpha) \Phi_k(\alpha) [C^2(\alpha) \Delta_i \Delta_k + S^2(\alpha) \Omega_i \Omega_k - (-1)^q S(\alpha) C(\alpha) (\Delta_i \Omega_k + \Delta_k \Omega_i)],$$

$\Gamma(x)$  — гамма-функция Эйлера,  $J_\nu(x)$  — функция Бесселя 1-го рода,  $\Omega_i = 1 - \Delta_i$ , а постоянные  $\Delta_i$  определяются в соответствии с правилом:  $\Delta_i = 1$  для четных значений  $i$ , в противном случае  $\Delta_i = 0$ .

Когда размеры  $a_1$  и  $a_2$  волноводов одинаковы, каждая из систем (8) распадается на две независимые — относительно коэффициентов с нечетными и четными номерами  $i$ . При этом в задаче о дифракции  $H_{p0}$ -волны система относительно  $u_{2i}$  имеет тривиальное решение  $u_{2i} = 0$ , т. е. в этом случае разложение  $\mathcal{E}_y(y)$  проводится только по четным полиномам Гегенбауэра  $C_{2i}^{1/6}(y/c)$ .

### 3. ОСОБЕННОСТИ РЕАЛИЗАЦИИ АЛГОРИТМА

При проведении расчетов в рядах, входящих в матричные элементы систем (8), обычно учитывают конечное число ( $P$ ) членов. Так как в обоих случаях они убывают достаточно медленно (асимптотически  $\sim n^{-7/3}$  при условии выхода на асимптотику функций Бесселя, которое достигается тем позже, чем меньше  $x$ ), для достижения высокой точности конечных результатов расчета  $P$  необходимо задавать достаточно большим, что ведет к увеличению затрат машинного времени. Уменьшить его можно, улучшив сходимость этих рядов.

Выделяя в (9) статическую часть, можно получить два типа рядов по функциям Бесселя, которые сходятся медленно:

$$Q_{ij}^v(x) = x \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_{i+\nu}(n\pi x) J_{i+\nu+2j}(n\pi x)}{(n\pi x)^{1+2\nu}}; \quad (10)$$

$$S_{ik}^v(x) = x \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_{i+\nu}(n\pi x) J_{k+\nu}(n\pi x)}{(n\pi x)^{1+2\nu}} \begin{cases} \cos \\ \sin \end{cases} 2n\pi x, \quad (11)$$

где  $\cos$  берется, если  $i + k$  — четное, и  $\sin$ , если  $i + k$  — нечетное.

Учитывая, что такие ряды встречаются довольно часто при решении задач электродинамики методом частичных областей с учетом особенности на ребре [8], рассмотрим процедуру их вычисления.

Преобразуем вначале ряд  $Q_{ij}^{\nu}(x)$ . Используя последовательно соотношения 7.7.2 (11), 7.7.2 (5), 7.3.1 (2) из [7], можно получить

$$x \frac{J_{i+\nu}(n\pi x) J_{i+\nu+2j}(n\pi x)}{(n\pi x)^{1+2\nu}} = \frac{4}{n\pi^3 \Gamma(2\nu)} \int_0^{\pi/2} \int_0^{\pi/2} \int_0^{\pi/2} \cos nz \times \\ \times F(\eta, \theta, \varphi) d\theta d\eta d\varphi, \quad (12)$$

где

$$z = 2\pi x \cos \theta \sin \varphi \sin \eta, \quad p = i + j,$$

$$F(\eta, \theta, \varphi) = \cos 2j\theta \cos^{2\nu} \theta \sin^{2p+1} \varphi \cos^{4\nu-1} \varphi \cos 2p\eta.$$

Подставляя (12) в (10) и воспользовавшись выражением [9]

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos nz}{n} = -\ln 2 \left| \sin \frac{z}{2} \right| = -\ln |z| + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\zeta(2m)}{m} \left( \frac{z}{2\pi} \right)^{2m}, \quad (13)$$

где  $\zeta(m)$  — дзета-функция Римана, преобразуем исходный ряд (10) в ряд по степеням  $x$  ( $x < 1$ ) [9]. В результате получим

$$Q_{ij}^{\nu}(x) = -\frac{8}{\pi^3} \left\{ \frac{\pi^2 \delta_{0p}}{\Gamma^2(\nu+1) 4^{\nu+2}} [2 \ln 2\pi x + \psi(1) - \psi(1+2\nu) - \right. \\ \left. - \psi(\nu+1) - \psi(\nu+1/2)] - \frac{\pi}{8} \frac{\Gamma(p+1)}{\Gamma(p+1+2\nu)} \times \quad (14) \right. \\ \left. \times I_j^{\nu} \left( 2\delta_{0p} \ln 2 + \frac{1-\delta_{0p}}{p} \right) - \sum_{m=p+\delta_{0p}}^{\infty} \zeta(2m) \frac{C_m}{m} x^{2m} \right\},$$

где

$$I_j^{\nu} = \pi / [2^{2\nu+1} (2\nu+1) B(\nu+1+j, \nu+1-j)],$$

$$C_m = (-1)^p \times$$

$$\times \frac{\pi^2 \Gamma(2m+2\nu+1) \Gamma(2m+1)}{2^{2m+2\nu+3} \Gamma(m+p+1+2\nu) \Gamma(m+\nu+1+j) \Gamma(m+\nu+1-j) \Gamma(m-p+1)},$$

а  $B(x, y)$  и  $\psi(x)$  — бета- и пси-функции Эйлера.

Так как  $C_m$  убывает, как  $1/m^{1+2\nu}$ , то коэффициенты полученного степенного ряда стремятся к нулю, как и члены исходного ряда по функциям Бесселя (10), однако  $C_m$  с учетом соотношения

$$C_{m+1} = C_m \times$$

$$\times \frac{(m+\nu+1)(m+\nu+1/2)(m+1)(m+1/2)}{(m+p+1+2\nu)(m+\nu+1+j)(m+\nu+1-j)(m-p+1)} \quad (15)$$

вычислить значительно проще.

В силу (13) изложенный способ вычисления ряда учитывает логарифмическую особенность ядра интегрального уравнения (1). Заметим, что аналогичное преобразование рядов в частном случае  $\nu = 0$  проводилось в [10].

Второй ряд  $S_{ik}^{\nu}(x)$  преобразуем, воспользовавшись теорией вычетов, применение которой в данном случае более эффективно.

Рассмотрим интеграл

$$I_{nk} = \int_G \frac{J_{n+\nu}(zx) J_{k+\nu}(zx)}{z^{1+2\nu} \sin z} \frac{\cos z(1-2x)}{\sin z} dz \equiv \int_G F(z) dz, \quad (16)$$

где контур  $G$  состоит из отрезка  $[-R_0, R_0]$  мнимой оси комплексной плоскости  $z$  и полуокружности радиуса  $R_0$ , лежащей в правой полу-плоскости.

Подынтегральная функция  $F(z)$  при  $n = k = 0$  имеет в точке  $z = 0$  полюс второго порядка с вычетом, равным нулю, и при любых  $n, k$  полюсы первого порядка, лежащие на действительной оси в точках  $z = m\pi$ ,  $m = 1, 2, 3, \dots$  с вычетами

$$\text{Res}(F(z), m\pi) = \frac{J_{n+\nu}(m\pi x) J_{k+\nu}(m\pi x)}{(m\pi)^{1+2\nu}} \left\{ \frac{\cos 2m\pi x}{\sin} \right\}. \quad (17)$$

Так как  $|zF(z)| \rightarrow 0$  при  $|z| \rightarrow \infty$ , интеграл (16) вдоль полу-окружности при  $R_0 \rightarrow \infty$  будет стремиться к нулю [11] и останется лишь интеграл по мнимой оси. В результате получаем

$$S_{nk}^\nu = \frac{(-1)^{n+k+1} x^{-2\nu}}{2\pi i} \int_{-i\infty}^{i\infty} F(z) dz. \quad (18)$$

Для вычисления (18) воспользуемся разложением произведения функций Бесселя в степенной ряд [7]:

$$J_{n+\nu}(2x) J_{k+\nu}(2x) = \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^m a_m (2x/2)^{n+k+2m+2\nu}, \quad (19)$$

$$a_m = \frac{\Gamma(2m+1+n+k+2\nu)}{\Gamma(n+k+2\nu+m+1) \Gamma(n+\nu+m+1) \Gamma(k+\nu+m+1) m!}.$$

Переходя к интегрированию по действительной оси (заменой переменной  $z = it$ ) и учитывая, что

$$\frac{\left[ \frac{\text{ch } t(1-2x)}{\text{sh } t} \right]}{\text{sh } t} = \frac{e^{-2tx}}{1-e^{-2t}} \pm \frac{e^{-2t(1-x)}}{1-e^{-2t}}, \quad (20)$$

получим

$$S_{nk}^\nu(x) = -\frac{2 \ln 2 \sin \pi x}{\pi \Gamma^2(1+\nu)} \delta_{0n} \delta_{0k} - P_{nk} - \frac{2}{\pi} (-1)^l \times$$

$$\times \sum_{m=q}^{\infty} a_m \left( \frac{x}{4} \right)^{n+k+2m} \Gamma(n+k+2m) \left\{ [(1+x)^{n+k+2m}]^{-1} + \right. \quad (21)$$

$$\left. + \frac{(-1)^{n+k}}{(1-x)^{n+k+2m}} + \zeta'(2m+n+k, x) + (-1)^{n+k} \zeta'(2m+n+k, -x) \right\},$$

где

$$P_{nk} = \frac{(-1)^l}{\pi} 2 \sum_{m=q}^{\infty} a_m \frac{\Gamma(n+k+2m)}{4^{n+k+2m}}, \quad q = \delta_{0n+k},$$

$\zeta'(n, x) = \zeta(n, x) - 1/x^n - 1/(1+x)^n$ ,  $\zeta(n, x)$  — дзета-функция Римана,  $l = \text{entier}[(n+k+2)/2]$ .

Следует принять во внимание, что при  $n + k = 1$  и  $m = 0$  каждая из дзета-функций  $\zeta(1, x)$ ,  $\zeta(1, -x)$  представляет собой расходящийся ряд, однако

$$\lim_{v \rightarrow 1} [\zeta(v, x) - \zeta(v, -x)] = 1/x + \pi \operatorname{ctg} \pi x. \quad (22)$$

В полученное выражение для  $S_{nk}^v(x)$  входят два ряда. Члены первого —  $P_{nk}$  убывают, как  $m^{-7/3}$ , т. е. так же, как и в исходном ряде (11), однако в этот ряд не входят функции Бесселя. Кроме того,  $P_{nk}$  не зависят от  $x$ , поэтому их можно вычислить один раз и протабулировать. В табл. 1 представлены элементы  $P_{ik}$ ,  $i, k \in [0, 5]$ , вычисленные с погрешностью менее  $10^{-5}$ .

Таблица 1

$k$	$i$					
	0	1	2	3	4	5
0	4,89967 $10^{-2}$	8,42630 $10^{-2}$	-1,69053 $10^{-2}$	-5,83619 $10^{-3}$	2,69908 $10^{-3}$	1,48708 $10^{-3}$
1	8,42630 $10^{-2}$	-2,58160 $10^{-2}$	-9,87587 $10^{-3}$	4,48714 $10^{-3}$	2,34541 $10^{-3}$	-1,36788 $10^{-3}$
2	-1,69053 $10^{-2}$	-9,87587 $10^{-3}$	5,42052 $10^{-3}$	3,06181 $10^{-3}$	-1,82569 $10^{-3}$	-1,15329 $10^{-3}$
3	-5,83619 $10^{-3}$	4,48714 $10^{-3}$	3,06181 $10^{-3}$	-2,02752 $10^{-3}$	-1,35297 $10^{-3}$	9,24385 $10^{-4}$
4	2,69908 $10^{-3}$	2,34541 $10^{-3}$	-1,82569 $10^{-3}$	-1,35297 $10^{-3}$	9,87309 $10^{-4}$	7,22518 $10^{-4}$
5	1,48708 $10^{-3}$	-1,36788 $10^{-3}$	-1,15329 $10^{-3}$	9,24385 $10^{-4}$	7,22518 $10^{-4}$	-5,59807 $10^{-4}$

Члены второго ряда убывают не хуже  $(x/(1-x))^{2m} m^{-7/3}$ . Так как  $x \in (0, 1/2)$ , этот ряд сходится достаточно быстро, причем сходимость тем лучше, чем меньше отверстие связи волноводов (тем лучше, чем хуже сходится исходный ряд (11)).

Вычисление на ЭВМ функций  $\zeta'(n, x)$ , связанных с дзета-функцией Римана, не вызывает затруднений, если воспользоваться приемом улучшения сходимости определяющего  $\zeta'(n, x)$  ряда. Выделяя  $N$  первых членов разложения  $(x+m)^{-n}$  в ряд Тейлора и суммируя их,  $\zeta'(n, x)$  можно представить в виде

$$\zeta'(n, x) = \sum_{m=2}^{\infty} (x+m)^{-n} = \sum_{k=0}^N (-1)^k C_k^n x^k [\zeta(k+n) - 1] + \sum_{m=2}^{\infty} \left\{ (m+x)^{-n} - \sum_{k=0}^N (-1)^k C_k^n x^k m^{-k-n} \right\}, \quad (23)$$

где  $C_k^n$  — биномиальные коэффициенты.

Итак, мы рассмотрели способы суммирования медленно сходящихся рядов (10) и (11). Члены остаточных рядов, являющихся разностями между исходными рядами (9) и выделенными (10), (11), убывают достаточно быстро, как  $n^{-13/3}$ , и при вычислениях в них можно учитывать конечное число членов ( $M$ ).

#### 4. ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

На основе изложенного подхода для ЭВМ БЭСМ-6 была разработана программа (язык Алгол, объем  $\approx 2200$  слов, среднее время счета одной точки менее  $1,5 c$ ), с помощью которой проведены расчеты, позволяющие судить о сходимости метода в рассматриваемых задачах.

В табл. 2, 3 представлены результаты расчета, иллюстрирующие зависимость от параметров приближения  $M$  и  $N$  (7). В процессе вычислений элементы матриц  $Q_{ij}^y(x)$ ,  $S_{ik}^y(x)$  находились при этом с погрешностью менее  $10^{-8}$ .

Табл. 2 содержит результаты расчета мнимой части шунтирующей проводимости смещения  $Y = G + jB = (1 - R)/(1 + R)$  при дифракции волны  $H_{10}$  ( $a_1 = a_2 = 4c$ ,  $Ka_1 = 2,5$ ). Величина действительной части получалась при всех  $N$  и  $M$  равной единице. В этой таблице приведены также значения логарифма числа обусловленности  $L_c = \lg \text{cond}(B_{ik})$  [12] матрицы итоговой СЛАУ (8).

Таблица 2

N	M					L <sub>c</sub>
	10	20	30	50	100	
1	0,888743	0,888746	0,888747	0,888747	0,888747	0
2	0,888377	0,888381	0,888381	0,888381	0,888381	1,106
3	0,888370	0,888373	0,888374	0,888374	0,888374	1,536
4	0,888369	0,888373	0,888373	0,888373	0,888373	1,792
5	0,888369	0,888373	0,888373	0,888373	0,888373	1,976

Как видно, при учете (20) членов ( $M$ ) стабилизируется пять-шесть значащих цифр результата. Сходимость метода по количеству функций ( $N$ ), аппроксимирующих поле на границе сшивания (7), весьма высока — уже в первом приближении ( $N = 1$ ) при  $M = 10$  погрешность не превосходит  $0,01\%$ . Обусловленность системы практически не зависит от  $M$  и ухудшается с увеличением порядка приближения. В используемых для практических расчетов приближениях ( $N = 2 \div 3$ ) полученная система имеет такую же обусловленность, как и в методе полуобращения, и значительно лучшую по сравнению с МЧО без учета особенности [12].

При переходе в многомодовый режим характер сходимости повторяется, начиная с номеров приближения, превышающих количество распространяющихся типов волн.

Таблица 3

N	M						L <sub>c</sub>
	10		30		100		
	G	B	G	B	G	B	
1	1,00000	5,5787	1,00000	5,5777	1,00000	5,5776	0
2	0,78913	5,3006	0,78911	5,2996	0,78911	5,2995	0
5	0,78980	5,2781	0,78976	5,2773	0,78976	5,2772	0,800
8	0,78974	5,2780	0,78970	5,2772	0,78970	5,2772	0,448
10	0,78974	5,2780	0,78970	5,2772	0,78970	5,2772	0,991

В табл. 3 приведены результаты расчета  $Y$  для случая дифракции волны  $H_{01}$  при  $ka_1 = 4,5$  и тех же размерах структуры. При этом необходимо принять во внимание, что в данном примере решаются две системы. Значения  $L_c$  при четном  $N$  соответствуют поэтому системе от-

носителем коэффициентов  $u_i$  с четными индексами, при нечетном  $N$  — системе с нечетными индексами. Порядки решаемых систем по той же причине не равняются номеру приближения  $N$ , а примерно вдвое меньше его.

Как видно, сходимость результатов в этом случае аналогична сходимости в рассмотренном выше примере. Следует лишь отметить, что мнимая часть  $Y$  сходится лучше действительной.

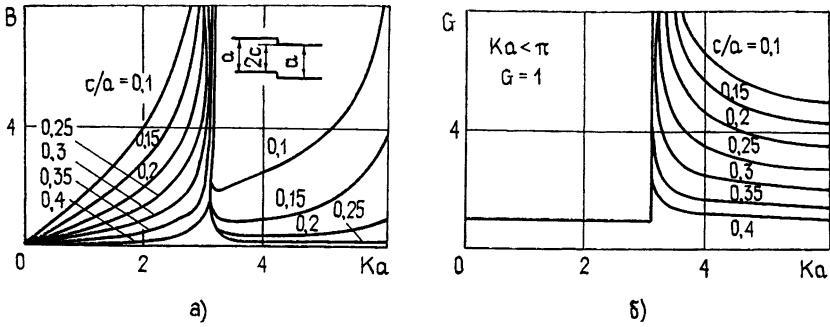


Рис. 2.

На рис. 2 представлена зависимость проводимости  $Y$  от волнового числа и различных смещений волновода при дифракции волны  $H_{10}$ . В отличие от известных результатов, в данном случае диапазон изменения волнового числа включает также и область двухмодового режима.

Как видно, при  $ka < \pi$  действительная часть  $Y$  равна единице, при  $ka \rightarrow 0$  величина мнимой части стремится к нулю, т. е. сдвиг ведет себя как сосредоточенная емкость, включенная в длинную линию с длиной волны, равной длине волны в волноводе. При  $ka = \pi$  неоднородность возбуждает вторую распространяющуюся волну. В связи с этим можно отметить следующее: закон сохранения энергии формулируется в этом случае ( $a_1 = a_2$ ) в виде

$$1 - |R|^2 - |T|^2 - E = 0, \quad (24)$$

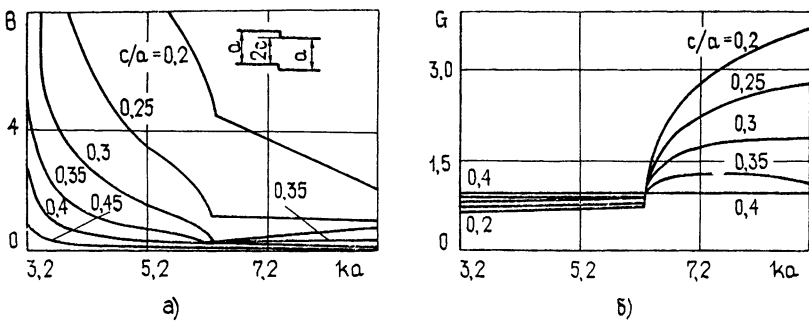


Рис. 3.

где  $E$  — энергия, переносимая высшими распространяющимися типами волн. Можно показать, что  $E$  связана с  $G$  и  $|T|^2$  соотношением  $E = (G - 1)|T|^2$ . В соответствии с этим из рис. 2 следует, что в области возникновения второй волны амплитуда прошедшей основной весьма мала, так как  $E \ll 1$ , а  $G$  велико. Следует отметить также, что, как только  $G > 2$ , энергия преобразования превышает энергию прошедшей основной волны.



На рис. 3, 4 представлены некоторые результаты расчетов дифракции на смещении волны  $H_{01}$ , причем рис. 3 соответствует случаю волноводов одинаковой ширины ( $a_1 = a_2$ ), а рис. 4 — разной ( $a_2 < a_1$ ).

Излом зависимости  $\gamma$  (рис. 3), имеющий место при  $ka_1 = 2\pi$ , связан с возникновением второй распространяющейся волны в волноводе.

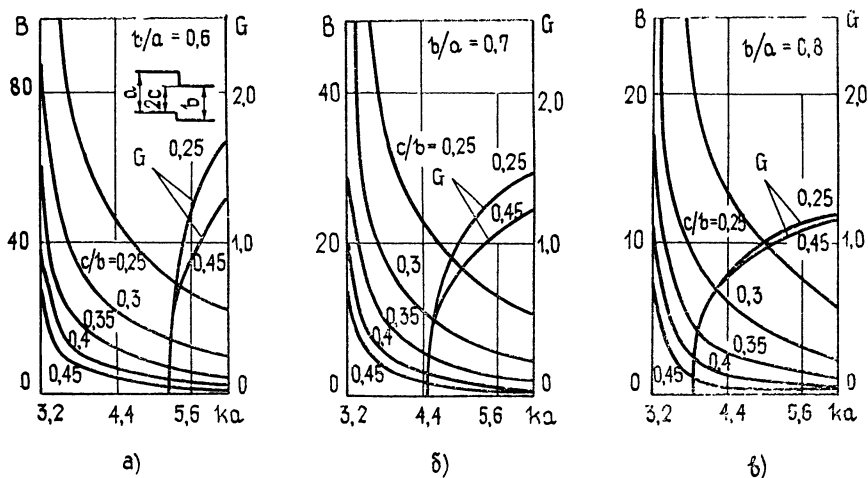


Рис. 4.

На рис. 4 представлены случаи, когда второй волновод может быть запредельным.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Kühn E — Int. J Circuit Appl, 1978, 6, № 1, p. 13.
2. Гитин В. Я. Смещение прямоугольных волноводов в плоскости поляризации основной волны  $H_{10}$ . В кн.: Труды учебных институтов связи, 1965, вып. 25, с. 43.
3. Lucas I. — Arch. Elek. Übertr., 1966, 20, № 12, p. 683
4. Кухтин М. П. К вопросу о критических длинах волн гребневых волноводов. — В кн.: Радиотехника: Респ. межвед. темат. научно-техн. сб. — Харьков: Гос. ун-т, 1972, вып. 22, с. 9.
5. Mittra R, Itoh T, Li T. S — IEEE Trans., 1972, MTT-20, № 2, p. 96.
6. Миттра Р., Ли С. Аналитические методы теории волноводов. — М.: Мир, 1974, 328 с.
7. Бейтмен Г., Эрдейи А. Высшие трансцендентные функции. — М.: Наука, 1974. — Т. 2, 296 с.
8. Заргано Г. Ф., Лерер А. М., Ляпин В. П., Михалевский В. С., Синявский Г. П. Волноводы сложных сечений. — Ростов-на-Дону: Гос. ун-т, 1979. — 80 с.
9. Градштейн И. С., Рыжик И. М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений — М.: Физматгиз, 1953. — 1100 с.
10. Коваленко А. Н. — Изв. вузов — Радиофизика, 1978, 21, № 2, с. 188.
11. Морс Ф. М., Фесхбах Г. Методы теоретической физики — М.: ИЛ, 1960. — Т. 2, 896 с.
12. Кириленко А. А., Сенкевич С. Л. — Радиотехника и электроника, 1979, 24, № 7, с. 1301.

Ростовский-на-Дону государственный университет

Поступила в редакцию  
30 июля 1981 г.

#### SHIFTS OF RECTANGULAR WAVEGUIDES

A. M. Lerer, V. P. Lyapin, G. P. Sinyavskij

A method is given for the solution of the problem of diffraction at a shift of a rectangular waveguide in  $E$ - or  $H$ -planes. The solution takes into account boundary peculiarities of the field behaviour. Calculation results are given in a wide range of the parameter variation.