

УДК 621 372 82

ИЗЛУЧЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН ИЗ ОТКРЫТОГО КОНЦА ПЛАЗМЕННОГО ВОЛНОВОДА

В. Г. Рухлин, Е. Г. Соловьев

Рассматривается задача о прохождении электромагнитной волны в полубесконечном плазменном цилиндрическом волноводе через его открытый конец. Найдены коэффициенты прохождения и отражения, длины затухания отраженной и прошедшей волны, а также диаграмма направленности излучаемой в открытое пространство поверхностной волны плазменного волновода.

Вопросу об электромагнитном излучении из открытого конца волновода посвящено большое количество статей и монографий (см., например, [1-3] и цитируемую там литературу). При этом рассматривались в основном диэлектрические волноводы, либо волноводы, полностью заполненные плазмой в отсутствие внешних полей. В подобных системах, как известно, не могут распространяться низкочастотные волны с частотой ниже критической. Излучение волны типа ТЕМ из коаксиальной системы с бесконечным внутренним идеальным проводником рассмотрено в работе [4]. Аналогичная система, но с диэлектрическим покрытием внутреннего проводника, учитываемым с помощью импедансного (индуктивного) граничного условия, изучалась в [5].

В последние годы в связи с развитием плазменной СВЧ электроники большой интерес представляют задачи о возбуждении плазменных волноводов и излучении электромагнитных волн из таких систем [6]. Одним из важных параметров при этом является коэффициент отражения волны от выходного устройства системы. Он, в частности, определяет величину стартового тока при возбуждении генератора (плазменного волновода) электронным пучком.

В настоящей работе исследуется распространение электромагнитной волны в полубесконечном цилиндрическом волноводе, вдоль оси которого расположен неограниченный плазменный цилиндр меньшего радиуса. При этом низкочастотное излучение может распространяться в виде поверхностной волны. В различных СВЧ приборах плазменный столб используется в качестве внутреннего проводника коаксиала. Потери обусловлены столкновениями электронов плазмы.

Итак, рассмотрим металлический волновод радиуса R , занимающий полупространство $z < 0$. Вдоль оси системы расположен плазменный столб радиуса $r_0 < R$ и неограниченной длины. На открытый конец волновода ($z = 0$) набегают из области $z < 0$ E -волна, являющаяся собственной волной этой системы. Задача заключается в определении рассеянного поля.

Пусть собственная волна системы возбуждена на частоте ω . Считая возбуждение стационарным и аксиально симметричным, будем искать все компоненты поля в виде

$$f(t, r, z) = f(r, z)e^{-i\omega t}. \quad (1)$$

Полное поле $f^{(t)}$ представим в виде суперпозиции падающего $f^{(i)}$ и рассеянного f полей:

$$f^{(t)} = f^{(i)} + f. \quad (2)$$

Из уравнений Максвелла удобно выразить электрическое поле в рассеянной волне через магнитное:

$$E_r = -\frac{i}{k\varepsilon} \frac{\partial}{\partial z} H_\varphi, \quad E_z = \frac{i}{k\varepsilon} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r H_\varphi. \quad (3)$$

Здесь $k = \omega/c$, c — скорость света, $\varepsilon = 1 - \omega_p^2 / (\omega(\omega + i\nu))$ — диэлектрическая проницаемость плазмы в пренебрежении возмущением ионов в волне, $\omega_p = (4\pi N e^2 / m)^{1/2}$ — плазменная частота электронов с плотностью N , зарядом e и массой m , а ν — их частота столкновений. В системе с потерями удобно представить k в виде $k = k_1 + ik_2$, где $k_1 > 0$, $k_2 > 0$. В случае малых потерь можно положить $k_2 \rightarrow 0$.

Задачу будем решать методом Винера—Хопфа [1, 3]. При этом удобно считать, что падающее поле задано в пространстве $-\infty < z < \infty$, $r < R$. Рассеянное поле ищется в виде разложения в интеграл Фурье:

$$f(r, z) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\alpha}{2\pi} f(r, \alpha) e^{-i\alpha z}, \quad (4)$$

где функция $f(r, \alpha)$ определяется по формулам односторонних преобразований Фурье:

$$f_+(r, \alpha) = \int_0^{\infty} dz f(r, z) e^{i\alpha z}, \quad f_-(r, \alpha) = \int_{-\infty}^0 dz f(r, z) e^{i\alpha z}, \quad (5)$$

причем $f_+(r, \alpha)$ и $f_-(r, \alpha)$ — функции, регулярные по крайней мере в полуплоскостях соответственно $\text{Im } \alpha > -k_2$ и $\text{Im } \alpha < k_2$.

Магнитное поле набегающей волны имеет вид

$$H_\varphi^{(i)} = h^{(i)}(r) \exp(i\alpha_i z), \quad (6)$$

где

$$h^{(i)}(r) = A \begin{cases} I_1(\alpha_i r), & r < r_0 \\ \gamma_i r_0 Q_1(r, \alpha_i), & r_0 < r < R \end{cases}. \quad (7)$$

Здесь

$$\begin{aligned} Q_n(r, \alpha) &= a I_n(\gamma r) - (-1)^n b K_n(\gamma r), \\ a &= I_1(\alpha r_0) K_0(\gamma r_0) + I_0(\alpha r_0) K_1(\gamma r_0) \kappa / \varepsilon \gamma, \\ b &= I_1(\alpha r_0) I_0(\gamma r_0) - I_0(\alpha r_0) I_1(\gamma r_0) \kappa / \varepsilon \gamma, \\ \alpha_i &= \alpha(\alpha_i), \quad \gamma_i = \gamma(\alpha_i), \quad \kappa(\alpha) = \sqrt{\alpha^2 - \varepsilon k^2}, \\ \gamma(\alpha) &= \sqrt{\alpha^2 - k^2}, \quad \text{Re } \kappa > 0, \quad \text{Re } \gamma > 0, \end{aligned}$$

I_n и K_n — функции Бесселя мнимого аргумента, A — амплитудный множитель, задаваемый мощностью генератора. Волновое число $\alpha_i = \alpha_i(\omega)$ находится из дисперсионного уравнения поверхностных волн плазменного волновода (условие $E_z^{(i)}(R) = 0$):

$$Q_0(R, \alpha) = 0. \quad (8)$$

Выражение для фурье-образа магнитного поля имеет вид

$$H_\varphi(r, \alpha) = \begin{cases} A_1 I_1(\alpha r), & r < r_0 \\ A_2 I_1(\gamma r) + A_3 K_1(\gamma r), & r_0 < r < R, \\ A_4 K_1(\gamma r), & r > R \end{cases}, \quad (9)$$

где

$$A_1 = -\frac{ikE_{z+}(R, \alpha)}{\gamma^2 r_0 Q_0(R, \alpha)}, \quad A_2 = \gamma r_0 a A_1, \quad (10)$$

$$A_3 = \gamma r_0 b A_1, \quad A_4 = \frac{ikE_{z+}(R, \alpha)}{\gamma K_0(\gamma R)}.$$

Функция $E_{z+}(R, \alpha)$ находится с помощью факторизации функции

$$\varphi(\alpha) = a^{-1} K_0(\gamma R) Q_0(R, \alpha) = \varphi_+(\alpha) \varphi_-(\alpha) = \varphi_+(\alpha) \varphi_+(-\alpha) \quad (11)$$

и имеет вид

$$E_{z+}(R, \alpha) = -h^{(1)}(R) \frac{R}{k} \frac{\alpha + k}{\alpha + \alpha_i} (k + \alpha_i) \varphi_+(\alpha_i) \varphi_+(\alpha).$$

Здесь

$$\varphi_+(\alpha) = \sqrt{\varphi(\alpha)} \Phi(\alpha) \prod_{n,p} \left(\frac{\alpha_n + \alpha}{\alpha_n - \alpha} \frac{\alpha_p - \alpha}{\alpha_p + \alpha} \right)^{1/2},$$

$$\Phi(\alpha) = \exp \left\{ \frac{1}{2} \int_0^\infty d\omega K(\omega) \ln \left[\frac{(V\bar{k}^2 - \omega^2 + \alpha)}{(V\bar{k}^2 - \omega^2 - \alpha)} \right] \right\},$$

$$K(\omega) = \frac{2}{\pi^2 \omega} \left[\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} \frac{q}{a_1 a_2} - \frac{1}{J_0^2(\omega R) + N_0^2(\omega R)} \right], \quad (12)$$

$$q = I_1^2(\Gamma r_0) + (2k^2/\omega^2 r_0 \Gamma) I_1(\Gamma r_0) I_0(\Gamma r_0) + [(\omega^2 - k^2)/\omega^2 \varepsilon] I_0^2(\Gamma r_0),$$

$$a_{1,2} = I_1(\Gamma r_0) H_0^{(1,2)}(\omega r_0) - I_0(\Gamma r_0) H_1^{(1,2)}(\omega r_0) \Gamma / \omega \varepsilon, \quad \Gamma = \sqrt{k^2(1-\varepsilon) - \omega^2},$$

$J_n, N_n, H_n^{(1,2)}$ — цилиндрические функции, $\alpha_{n,p}$ являются, соответственно, нулями ($Q_0(R, \alpha) = 0$) и полюсами ($a = 0$) функции $\varphi(\alpha)$ в верхней полуплоскости α . В выражении для $\varphi_+(\alpha)$ произведение распространяется на все эти нули и полюса.

Ниже будет рассмотрено поле излучения в открытое пространство, а также найдены коэффициенты отражения и прохождения волны через открытый конец волновода. Поле отраженной волны определяется вычетами в полюсах $\alpha = \alpha_n$, поле прошедшей волны — вычетами в полюсах $\alpha = -\alpha_{p,i}$ (вычет в точке $\alpha = -\alpha_i$ компенсирует поле падающей волны), а поле излучения на больших расстояниях определяется интегрированием по малой области α вблизи точки перевала

$$\alpha_s = -k \cos \theta, \quad 0 < \theta < \pi, \quad (13)$$

где полярные координаты ρ, θ связаны с цилиндрическими r, z соотношениями $r = \rho \sin \theta, z = \rho \cos \theta$.

Исследуем более подробно рассеяние длинноволновой низкочастотной поверхностной волны, для которой $\gamma R \ll 1, v \ll \omega \ll \omega_p, c/R$. В этих условиях функция $\varphi(\alpha)$ имеет в верхней полуплоскости только по одному нулю α_n и полюсу α_p , причем α_n и α_p являются соответственно корнями дисперсионных уравнений поверхностных волн волновода с плазменным столбом вдоль оси

$$\alpha_n \equiv \alpha_i \approx k(1 + \tilde{\xi} \ln^{-1} R/r_0)^{1/2} \quad (14)$$

и плазменного столба в свободном пространстве. Полюс α_p находится из решения трансцендентного уравнения

$$\gamma^2 \ln c_0 r_0 \gamma + k^2 \tilde{\xi} = 0. \quad (15)$$

Здесь

$$\tilde{\zeta} = \frac{I_0(\tilde{y})}{\tilde{y}I_1(\tilde{y})}, \quad \tilde{y} = \frac{r_0}{\lambda} \left(1 - \frac{i y}{2\omega}\right), \quad \lambda = \frac{c}{\omega_p}, \quad c_0 = 0,890 \dots$$

Считается также выполненным условие $\omega^2 \ll (c^2/R^2) (\ln Rr_0^{-1}/\zeta)$.

Приближенно α_p можно аппроксимировать выражением

$$\alpha_p \simeq k(1 + \tilde{\zeta} |\ln^{-1} c_0 k r_0 \sqrt{\tilde{\zeta}}|)^{1/2}, \quad (16)$$

где $\zeta = I_0(y)/yI_1(y)$, $y = r_0/\lambda$.

Из (14) и (16) следует, что $\text{Re } \alpha_{n,p} > k$, а потому фазовые скорости рассматриваемых поверхностных волн $v_\phi = \omega/\text{Re } \alpha$ меньше скорости света.

Радиальную зависимость магнитного поля падающей волны (7) можно представить в виде

$$h^{(i)}(r) \approx A \begin{cases} I_1(x_i r), & r < r_0 \\ I_1(x_i r_0) r_0/r, & r_0 < r < R \end{cases}, \quad (17)$$

где $\kappa_i \approx (\alpha_i^2 + \lambda^{-2})^{1/2}$. Таким образом, это поле возрастает от нулевого значения на оси до максимального на границе плазменного цилиндра ($r = r_0$), а затем спадает пропорционально r^{-1} .

Поле отраженной волны найдем из формулы (4), где интеграл определяется вычетом в полюсе $\alpha = \alpha_n$. Учитывая уравнения (9)–(11), (17), получим

$$H_\varphi(r < R, z < 0) = \bar{R} h^{(i)}(r) \exp(-i\alpha_n z), \quad (18)$$

где

$$\bar{R} = \frac{k + \alpha_n}{k - \alpha_n} \frac{\alpha_n - \alpha_p}{\alpha_n + \alpha_p} \Phi^2(\alpha_n). \quad (19)$$

Аналогично из (2), (4), (9)–(11), (17) с помощью вычетов в полюсах $\alpha = -\alpha_{i,p}$ находится поле прошедшей через открытый конец волновода поверхностной волны

$$H_\varphi^{(t)}(z > 0) \approx 2A \exp(i\alpha_p z) \Phi(-\alpha_p) \left[\bar{R} \frac{k - \alpha_p}{k + \alpha_p} \frac{\alpha_n^2}{\alpha_n^2 - \alpha_p^2} \times \right. \\ \left. \times \frac{\ln R/r_0}{\ln(c_0 \gamma_p r_0)^{-1} - 0,5} \right]^{1/2} \frac{I_1(x_n r_0)}{I_1(x_p r_0)} \begin{cases} I_1(x_p r), & r < r_0 \\ \gamma_p r_0 I_1(x_p r_0) K_1(\gamma_p r), & r > r_0 \end{cases}. \quad (20)$$

Описываемое этой приближенной формулой поле непрерывно при $r = r_0$ в силу условия $1 \ll (\gamma_p r_0)^{-1} \approx K_1(\gamma_p r_0)$.

Коэффициент прохождения определим как модуль отношения составляющих усредненных по времени и проинтегрированных по поперечному сечению векторов Пойнтинга прошедшей поверхностной и падающей волн, взятых при $z = 0$:

$$D = \left| \frac{\int_0^\infty dr r \text{Re}(H_\varphi^{(t)*}(z > 0) E_r^{(t)}(z > 0))}{\int_0^R dr r \text{Re}(H_\varphi^{(i)*} E_r^{(i)})} \right|_{z=0}.$$

Используя соотношения (3), (6) и (20), получим

$$D = 4 \left| \frac{\alpha_p - 1}{\alpha_p + 1} \frac{\alpha_n \alpha_p}{\alpha_n^2 - \alpha_p^2} \frac{\ln R/r_0}{\ln(c_0 \gamma_p r_0)^{-1} - 0,5} \frac{2 \ln(c_0 \gamma_p r_0)^{-1} - \psi}{2 \ln R/r_0 + 1 - \psi} \Phi^2(-\alpha_p) \bar{R} \right|, \quad (21)$$

где

$$\psi = I_0(y) I_2(y) I_1^{-2}(y).$$

Соответственно коэффициент отражения (по мощности) равен $R_0 = |\bar{R}|^2$.

Отраженная и прошедшая волны экспоненциально затухают из-за столкновений электронов плазмы. Длины затухания этих волн (расстояния, на которых амплитуды полей уменьшаются в e раз) равны соответственно

$$L_{0, \pi} = (\text{Im } \alpha_{n, p})^{-1} \approx 4 \frac{c}{v} \frac{\mu_{0, \pi}}{y |d\zeta/dy|} \left(1 + \frac{\zeta}{\mu_{0, \pi}}\right)^{1/2}, \quad (22)$$

где

$$\mu_0 = \ln R/r_0, \quad \mu_\pi = |\ln c_0 k r_0 \sqrt{\zeta}|.$$

Поле излучения в дальней зоне ($k\rho \sin^2\theta \gg 1$) находится, как отмечалось выше, методом перевала. Мощность излучения в единицу телесного угла (диаграмма направленности излучения) описывается формулой

$$I(\theta) = \frac{c\rho^2}{8\pi} |H_\varphi|^2 = |A|^2 \frac{c r_0^2}{8\pi} I_1^2(x_n r_0) |\bar{R}| \frac{\alpha_n^2}{k^2} f(\theta) \ln^2 \frac{R}{\rho}, \quad (23)$$

где

$$f(\theta) = \frac{(\alpha_p + k \cos \theta)(\alpha_p - k \cos \theta)^{-1} |\Phi(\alpha_s)|^2 \text{tg}^2 \theta / 2}{\sqrt{\frac{\pi^2}{4} + \ln^2 c_0 k R \sin \theta} \sqrt{\frac{\pi^2}{4} \sin^4 \theta + [\zeta + \sin^2 \theta \ln(c_0 k r_0 \sin \theta)^{-1}]^2}}, \quad (24)$$

причем

$$\alpha_p/k - \cos \theta \gg (k\rho)^{-1/2} \sin \theta.$$

Учитывая вещественность подынтегральной функции $K(\omega)$ в приближении вещественной диэлектрической проницаемости ϵ , а также наложенные выше условия на частоту сигнала ω , можно преобразовать $|\Phi(\alpha)|$ к приближенному выражению, содержащему лишь интеграл по конечному промежутку интегрирования:

$$|\Phi(\alpha)| \approx \exp \left\{ \int_0^1 \frac{dx}{4x} \left[\frac{1 + 2\zeta x^{-2}}{\pi^2/4 + (\zeta x^{-2} - \ln c_0 k r_0 x)^2} - \frac{1}{\pi^2/4 + \ln^2 c_0 k R x} \right] \times \right. \\ \left. \times \ln \left| \frac{\sqrt{1-x^2} + \alpha/k}{\sqrt{1-x^2} - \alpha/k} \right| \right\}. \quad (25)$$

Введем безразмерные параметры $a = c/\omega r_0 c_0$, $b = R/r_0$, $y = \omega_p r_0/c$. Результаты численных расчетов коэффициентов отражения (R_0) и прохождения (D) для различных значений параметров a , b , y сведены в табл. 1, а диаграммы направленностей излучения в открытое пространство ($f(\theta)$) для соответствующих значений этих параметров представлены графически на рис. 1, 2. Кривые 5, 6, 7, представленные на рис. 2, при углах $\theta > 120^\circ$ близки к кривой 4 на рис. 1.

Отметим также, что при указанных в табл. 1 параметрах аппроксимационная формула (16) дает для α_p значения, близкие к значениям, определяемым уравнением (15). Так, средняя относительная погрешность (в пренебрежении слагаемыми $\sim v/\omega$) составляет всего 4%, а максимальная (для варианта № 8) — 10%.

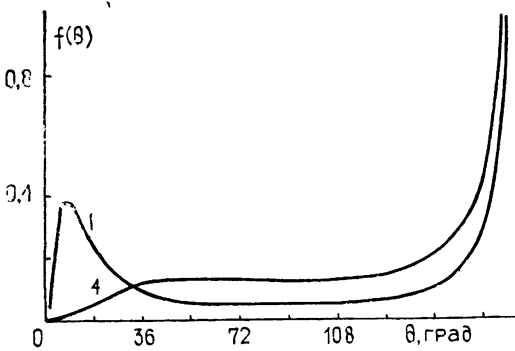


Рис. 1.

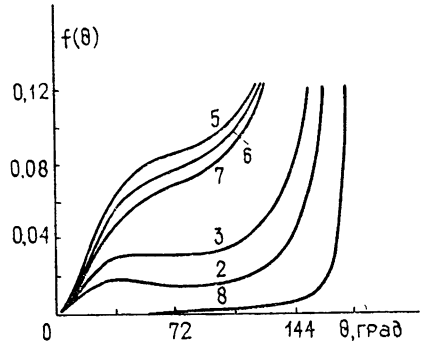


Рис. 2.

Рис. 1. Диаграммы направленности излучения для вариантов № 1, 4 из табл. 1.
Рис. 2. Диаграммы направленности излучения для вариантов № 2, 3, 5—8 из табл. 1

Таблица 1

Значения коэффициентов отражения R_0 и прохождения D для различных значений параметров $y = \omega_p r_0 / c$, $a = c / c_0 \omega r_0$, $b = R / r_0$.

№	1	2	3	4	5	6	7	8
y	10	1	1	1	1	1	1	0,1
a	10^7	1000	100	10	10	10	10	100
b	1,5	1,5	1,5	5	2	1,5	1,1	1,5
R_0	0,80	0,73	0,62	0,02	0,22	0,36	0,65	0,20
D	0,07	0,09	0,13	0,81	0,44	0,28	0,07	0,52

Из приведенных данных можно сделать следующие выводы.

1) С увеличением плотности плазмы (варианты № 1, 3, 8) увеличивается коэффициент отражения от 0,20 (№ 8) до 0,80 (№ 1). Соответственно уменьшается коэффициент прохождения. Увеличивается доля излучения вперед. Появляется (для плотной плазмы) локальный максимум у функции $f(\theta)$ (при $\theta = 8^\circ$ в варианте № 1).

2) С уменьшением частоты сигнала (варианты № 2, 3, 6) увеличивается коэффициент отражения от 0,36 (№ 6) до 0,73 (№ 2). Расширяется область плато на графике функции $f(\theta)$, что соответствует более равномерному распределению излучения по углам.

3) С уменьшением радиуса волновода (варианты № 4—7), иначе с увеличением степени заполнения волновода плазмой увеличивается коэффициент отражения от 0,02 (№ 4) до 0,65 (№ 7). Видна тенденция к более монотонному возрастанию доли излучения с ростом θ .

Таким образом, путем вариации плотности плазмы, частоты сигнала и степени заполнения волновода плазмой можно в широких пределах изменять коэффициенты отражения и прохождения низкочастотных поверхностных волн, а также деформировать диаграмму направленности излучения в пространство из открытого конца плазменного волновода.

Авторы выражают благодарность Владимирскому А. Б. за проведение численных расчетов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Нобл Б. Применение метода Винера—Хопфа для решения дифференциальных уравнений.— М.: ИЛ, 1962.
2. Вайнштейн Л. А. Теория дифракции и метод факторизации.— М.: Сов. радио, 1966.
3. Миттра Р., Ли С. Аналитические методы теории волноводов.— М.: Мир, 1974.
4. Справочник по волноводам./Под ред. Я. Н. Фельда— М.: Сов. радио, 1953.
5. Арманд Н. А.— Радиотехника и электроника, 1959, 4, № 10, с. 1609.
6. Богданкевич Л. С., Кузелев М. В., Рухадзе А. А.— УФН, 1981, 133, вып. 1, с. 3.

Московский институт радиотехники,
электроники и автоматики

Поступила в редакцию
4 августа 1981 г.

RADIATION OF ELECTROMAGNETIC WAVES FROM THE OPEN END OF THE PLASMA WAVEGUIDE

V. G. Rukhlin, E. G. Solov'ev

A problem is considered on passing of an electromagnetic wave in a semi-infinite plasma cylindrical waveguide through its open end. Coefficients of passing and reflection, damping lengths of reflected and passed waves as well as the directivity pattern of a surface wave of the plasma waveguide radiated into the open space have been found.

ГЕОМАГНЕТИЗМ И АЭРОНОМИЯ, т. XXII, № 1, 1982 г.

(Окончание)

В. Г. Воробьев, В. Л. Зверев. Влияние скорости солнечного ветра на положение и структуру сияний в полуночном секторе.

Исследуется влияние скорости солнечного ветра на положение границ овала сияний в полуночные часы. Показано, что при отрицательных значениях B_z -компоненты ММП увеличение скорости солнечного ветра приводит к смещению приполюсной границы сияний в более высокие, а экваториальной границы — в более низкие широты относительно их среднего положения. При $B_z > 0$ рост скорости солнечного ветра сопровождается расширением полосы свечения и смещением ее в более низкие широты.

О. А. Молчанов, О. А. Мальцева. Моделирование процесса распространения ОНЧ-волн в магнитосфере Земли.

Предлагается метод определения траекторных и амплитудных характеристик ОНЧ-волн, распространяющихся в магнитосфере Земли, с приложением к интерпретации экспериментальных результатов, полученных на спутниках и на земной поверхности.

Э. З. Горшкова, В. И. Горбунов. О связи низкочастотной составляющей Фединга декаметрового сигнала с геомагнитными пульсациями P_c 3—4.

В. А. Муллаяров. О стимулированной модуляции ОНЧ-излучения.
