ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

Том XXV, № 8 РАДИОФИЗИКА 1982

УДК 535.4

РАСПРОСТРАНЕНИЕ УЗКОГО МОДУЛИРОВАННОГО ПУЧКА СВЕТА В РАССЕИВАЮЩЕЙ СРЕДЕ С УЧЕТОМ ФЛУКТУАЦИЙ ПУТЕЙ ФОТОНОВ ПРИ МНОГОКРАТНОМ РАССЕЯНИИ

В. С. Ремизович, Д. Б. Рогозкин, М. И. Рязанов

Рассмотрено распространение узкого пучка света в мутной среде. На основе решения уравнения переноса с учетом совместного влияния поглощения и флуктуаций путей фотонов на прохождение света через мутную среду получено простое аналитическое выражение для интенсивности излучения в узком пучке света. Подробно проанализированы случаи стационарного и синусоидально-модулированного потоков излучения.

1. Как известно, распространение модулированного светового сигнала через мутную среду сопровождается его искажением из-за многократного рассеяния света и связанных с ним флуктуаций путей, проходимых фотонами от источника излучения до точки наблюдения. При этом совместное действие поглощения и многократного рассеяния света приводит к тому, что фотоны, отклонившиеся на бо̀льшие углы при рассеянии на частицах мутной среды, проходят больший путь и с большей вероятностью поглощаются средой. В результате их вклад в интенсивность проходящего излучения уменьшается.

Ниже рассматривается случай, когда размеры рассеивающих частиц значительно больше длины световой волны, а относительный показатель преломления света в них не очень отличается от единицы. В этой ситуации рассеяние носит резко анизотропный характер и происходит в основном на малые углы [1, 2]. Это обстоятельство позволяет использовать при вычислении интенсивности излучения малоугловое приближение [2–5]. На основе такого подхода в работах [6–8] с учетом флуктуаций путей фотонов было получено выражение для интенсивности синусоидально-модулированного светового пучка, проходящего через мутную среду, в виде бесконечного ряда по системе собственных функций уравнения переноса диффузионного типа. Однако громоздкость решения делает его практическое использование достаточно сложным и требует на конечном этапе расчетов применения ЭВМ. В более поздней работе [9] влияние флуктуаций путей фотонов на распространение света в мутной среде рассматривалось на основе уравнения переноса с интегралом столкновений общего вида. Была развита итерационная процедура решения уравнения переноса, использующая малость угла однократного рассеяния. Предложенный метод наиболее эффективен в области не слишком больших глубин, когда для получения решения уравнения переноса достаточно ограничиться двумя-тремя итерациями. На основе этого метода в [9] были получены простые выражения для интенсивности излучения на небольших глубинах и были сделаны качественные выводы о влиянии поглощения и многократного рассеяния на характер распространения света в мутной среде.

В настоящей работе предложен простой аналитический метод решения уравнения переноса, позволяющий корректно учесть совместное влияние поглощения и флуктуаций путей фотонов на распространение света в мутной среде. На основе предложенного метода получено сравнительно простое выражение для интенсивности излучения в узком модулированном пучке. Определены зависимости средних квадратов угла отклонения и поперечного смещения фотонов от глубины их проникновения в вещество. Подробно исследованы случаи стационарного и синусоидально-модулированного пучков света. Проанализировано влияние поглощения и модуляции на характер распространения узкого пучка света в мутной среде.

2. Пусть на плоский слой мутной среды по нормали к его поверхности (вдоль оси z) падает бесконечно узкий пучок света. Если размеры рассеивающих частиц превышают длину волны света, а относительный показатель преломления света в них мало отличается от единицы, то индикатриса рассеяния света на таких частицах сильно вытянута вперед [1, 2]: $\langle \gamma^2 \rangle \ll 1$ ($\langle \gamma^2 \rangle$ — средний квадрат угла однократного рассеяния). Это обстоятельство позволяет в области глубин, где $\langle \theta^2 \rangle_z \gg \langle \gamma^2 \rangle$ ($\langle \theta^2 \rangle_z$ — средний квадрат угла многократного рассеяния на глубине z), использовать для определения интенсивности излучения $I(\boldsymbol{r}, t, \boldsymbol{\Omega})$ (t — время, $\boldsymbol{r}$ — координата точки наблюдения, $\boldsymbol{\Omega}$ — единичный вектор направления движения фотонов) уравнение переноса в диффузионном приближении [4, 5]

$$\left[\frac{\partial}{c\partial t} + \boldsymbol{\Omega}\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{r}} + \varkappa\right] I = D\Delta_{\Omega} I, \tag{1}$$

где $\varkappa$ и D — коэффициенты истинного поглощения и диффузии излучения соответственно, c — скорость света.

Если, кроме того, эффективные углы многократного рассеяния невелики ($\langle \theta^2 \rangle_z \ll 1$), то при решении уравнения (1) можно воспользоваться малоугловым приближением. Введем новую переменную $\Delta = ct - z$, которая представляет собой разность между длиной пути, пройденного фотоном, и глубиной проникновения в среду, а затем, разлагая коэффициенты уравнения (1) в ряд по малым величинам θ_x и θ_y (θ_x и θ_y — углы между направлением движения фотона и плоскостями yz и xz соответственно, плоскость xy перпендикулярна оси z) и удерживая только первые неисчезающие слагаемые, для функции $\tilde{I} = e^{\varkappa z} I$ получим уравнение

$$\frac{\partial \tilde{I}}{\partial z} + \left(\frac{\theta_x^2 + \theta_y^2}{2}\right)\left(\frac{\partial}{\partial \Delta} + \varkappa\right)\tilde{I} + \theta_x \frac{\partial \tilde{I}}{\partial x} + \theta_y \frac{\partial \tilde{I}}{\partial y} = D\left[\frac{\partial^2}{\partial \theta_x^2} + \frac{\partial^2}{\partial \theta_y^2}\right]\tilde{I} \tag{2}$$

с граничным условием

$$\tilde{I}(z=0, \Delta, \rho, \theta) = I_0(\Delta/c)\,\delta(\rho)\,\delta(\theta), \tag{3}$$

где $\rho = (x, y)$, $\theta = (\theta_x, \theta_y)$, $I_0(t)$ — поток излучения на границе среды в момент времени t.

Для решения уравнения (2) с граничным условием (3) воспользуемся преобразованием Фурье по переменной Δ. В результате получим следующее уравнение для фурье-образа $\tilde{I}_\omega(z, \rho, \theta)$:

$$\frac{\partial \tilde{I}_\omega}{\partial z} + \left(\frac{\theta_x^2 + \theta_y^2}{2}\right)(\varkappa + i\omega)\tilde{I}_\omega + \theta_x \frac{\partial \tilde{I}_\omega}{\partial x} + \theta_y \frac{\partial \tilde{I}_\omega}{\partial y} = D\left[\frac{\partial^2}{\partial \theta_x^2} + \frac{\partial^2}{\partial \theta_y^2}\right]\tilde{I}_\omega; \tag{4}$$

$$\tilde{I}_\omega(z=0, \rho, \theta) = cI_0(c\omega)\,\delta(\rho)\,\delta(\theta), \quad I_0(c\omega) = \frac{1}{c}\int_{-\infty}^{\infty} d\Delta\, e^{i\omega\Delta} I_0\left(\frac{\Delta}{c}\right). \tag{5}$$

Решение уравнения (4) с граничным условием (5) будем искать в виде

$$\tilde{I}_\omega(z, \rho, \theta) = cI_0(c\omega)\,\frac{1}{A_0}\,\frac{1}{\pi^2\sigma^2}\exp\left(-\frac{A_1\rho^2 - 2A_2\rho\theta + A_3\theta^2}{\sigma^2}\right); \tag{6}$$

$$\sigma^2 = A_1A_3 - A_2^2. \tag{7}$$

Подставляя выражение (6) в (4) и приравнивая коэффициенты при одинаковых степенях θ_x и θ_y, получим следующую систему уравнений для определения A_i $(i = 0, 1, 2, 3)$:

$$\begin{gathered}
(d^2/dz^2)\,A_0 - 2pDA_0 = 0, \quad A_0(z = 0, p) = 1, \quad A_0'(z = 0, p) = 0,\\
(d/dz)\,A_1 + (p/2)\,A_1^2 = 4D, \quad A_1(z = 0, p) = 0,\\
(d/dz)A_2 + (p/2)A_1A_2 - A_1 = 0, \quad A_2(z = 0, p) = 0,\\
(d/dz)\,A_3 + (p/2)\,A_2^2 - 2A_2 = 0, \quad A_3(z = 0, p) = 0,\\
p = \varkappa + i\omega.
\end{gathered} \tag{8}$$

Решая эту систему, находим

$$A_0(z, p) = \operatorname{ch} z\sqrt{2Dp}, \quad A_1(z, p) = 2\sqrt{\frac{2D}{p}}\operatorname{th} z\sqrt{2Dp}; \tag{9}$$

$$A_2(z, p) = \frac{2}{p}\left(1 - \frac{1}{\operatorname{ch} z\sqrt{2Dp}}\right), \quad A_3(z, p) = \frac{2z}{p}\left(1 - \frac{\operatorname{th} z\sqrt{2Dp}}{z\sqrt{2Dp}}\right). \tag{10}$$

Теперь, выполняя обратное преобразование Фурье, для интенсивности излучения в пучке $I(\Delta, z, \rho, \theta)$ получим

$$I(\Delta, z, \rho, \theta) = \int_{-\infty}^{\infty} d\tau I_0(t - \tau)\, G(z, c\tau - z, \rho, \theta), \tag{11}$$

где функция $G(z, c\tau - z, \rho, \theta)$ определяется соотношением

$$\begin{gathered}
G(z, c\tau - z, \rho, \theta) = ce^{-\varkappa c\tau}\frac{1}{2\pi i}\int_{-i\infty}^{i\infty} dp\,\frac{e^{p(c\tau - z)}}{\operatorname{ch} z\sqrt{2Dp}} \times\\
\times \frac{1}{\pi^2\sigma^2(z, p)}\exp\left[-\frac{A_1(z, p)\rho^2 - 2A_2(z, p)\rho\theta + A_3(z, p)\theta^2}{\sigma^2(z, p)}\right].
\end{gathered} \tag{12}$$

Таким образом, интенсивность излучения в узком пучке на глубине z в момент времени t определяется сверткой двух функций: интенсивности падающего излучения $I_0(t)$ и функции $G(z, ct - z, \rho, \theta)$, которая описывает распространение в мутной среде бесконечно узкого, мононаправленного δ-импульса света единичной интенсивности, т. е. является функцией Грина уравнения переноса (2).

Важно подчеркнуть, что формулы (7)—(12) позволяют полностью решить задачу о пространственно-угловом распространении интенсивности света в узком пучке, проходящем через мутную среду, при произвольной временной зависимости $I_0(t)$.

Ниже мы ограничимся подробным исследованием интенсивности света в стационарном ($I_0(t) \equiv I_0 = \mathrm{const}$) и синусоидально-модулированных сигналах ($I_0(t) = I_0(1 + \varepsilon\cos\omega_0 t)$).

3. Стационарный сигнал ($I_0(t) \equiv I_0 = \mathrm{const}$). В этом случае интегралы (11), (12) легко вычисляются, и интенсивность излучения в узком стационарном пучке света, распространяющемся в мутной среде, имеет вид

$$I(z, \rho, \theta) = I_0 \frac{e^{-\varkappa z}}{\operatorname{ch} z\sqrt{2D\varkappa}} \frac{1}{\pi^2\sigma^2} \exp\left[-\frac{A_1\rho^2 - 2A_2\rho\theta + A_3\theta^2}{\sigma^2}\right], \tag{13}$$

где

$$A_i = A_i(z, p = \varkappa), \quad i = 1, 2, 3. \tag{14}$$

Следует отметить, что это соотношение является обобщением (с учетом флуктуаций путей частиц) на случай поглощающей среды хорошо известного распределения Ферми [10], впервые полученного для быстрых заряженных частиц и часто применяемого для описания распространения света в мутных средах.

Флуктуации путей фотонов, возникающие из-за многократного рассеяния на частицах мутной среды, могут привести при наличии поглощения к изменению характера распространения света в такой среде. Действительно, поскольку вероятность поглощения фотона пропорциональна длине пройденного им пути, то при многократном рассеянии света в мутной среде эффективно (с большой вероятностью) выживают те фотоны, которые, достигнув глубины z, прошли меньший путь, т. е. испытали рассеяние на малые углы и тем самым мало отклонились от оси пучка. Таким образом, в случае значительного поглощения возможна существенная перестройка углового и пространственного распределения света.

Интегрируя выражение (13) по поперечным координатам или по углам, получим соответственно угловое или чисто пространственное распределение света на глубине z при распространении узкого светового пучка в мутной среде:

$$I(z, \theta) = \frac{I_0}{2\pi} e^{-\varkappa z} \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\varkappa}{2D}} \frac{2}{\operatorname{sh} z\sqrt{2D\varkappa}} \times \exp\left(-\frac{\theta^2}{2}\sqrt{\frac{\varkappa}{2D}} \frac{1}{\operatorname{th} z\sqrt{2D\varkappa}}\right); \tag{15}$$

$$I(z, \rho) = \frac{I_0}{2\pi} e^{-\varkappa z} \frac{2}{\operatorname{ch} z\sqrt{2D\varkappa}} \left[\frac{2z}{\varkappa}\left(1 - \frac{\operatorname{th} z\sqrt{2D\varkappa}}{z\sqrt{2D\varkappa}}\right)\right]^{-1} \times \exp\left\{-\rho^2 \left[\frac{2z}{\varkappa}\left(1 - \frac{\operatorname{th} z\sqrt{2D\varkappa}}{z\sqrt{2D\varkappa}}\right)\right]^{-1}\right\}. \tag{16}$$

Как следует из (15), (16), средние квадраты соответственно угла многократного рассеяния и поперечного смещения определяются соотношениями

$$\langle\theta^2\rangle_z = 2\sqrt{2D/\varkappa}\operatorname{th} z\sqrt{2D\varkappa}; \tag{17}$$

$$\langle\rho^2\rangle_z = \frac{2z}{\varkappa}\left(1 - \frac{\operatorname{th} z\sqrt{2D\varkappa}}{z\sqrt{2D\varkappa}}\right). \tag{18}$$

При наличии поглощения возможны две различные ситуации: «слабое» поглощение, $\varkappa \ll D$ или $l_a \gg l_{\mathrm{tr}}$ ($l_a = \varkappa^{-1}$ — длина поглощения, $l_{\mathrm{tr}} = (2D)^{-1}$ — транспортная длина) и «сильное» поглощение, $\varkappa \gg D$ или $l_a \ll l_{\mathrm{tr}}$. В случае «слабого» поглощения малоугловое приближение применимо только на глубинах $z \ll l_{tr}$. Поэтому в этой ситуации аргументы гиперболических функций в выражениях (13)—(18) малы, и поглощение практически не меняет общего характера распространения света в мутной среде.

Что касается «сильного» поглощения ($l_a \ll l_{tr}$), то в этом случае малоугловое приближение справедливо на любых глубинах, где оправдано применение диффузионного приближения ($\langle \theta^2 \rangle_z < 2\sqrt{2D/\varkappa} \ll 1$), и наличие поглощения существенно изменяет характер распространения света в мутной среде. В то время как на «малых» глубинах ($z \ll \sqrt{l_a l_{tr}}$) выражения (17), (18) ничем не отличаются от обычных соотношений, вытекающих из распределения Ферми, $\langle \theta^2 \rangle_z \cong 4Dz$, $\langle \rho^2 \rangle_z \cong (1/3)(4D)z^3$, на «больших» глубинах ($z \gg \sqrt{l_a l_{tr}}$) зависимость средних квадратов угла рассеяния и поперечного смещения от глубины z существенно отличается от традиционной: $\langle \theta^2 \rangle_z \cong 2\sqrt{2D/\varkappa} \ll 1$, $\langle \rho^2 \rangle_z \cong 2z/\varkappa$. Таким образом, средний квадрат угла рассеяния становится постоянной величиной, а средний квадрат поперечного смещения (или площадь поперечного сечения пучка света) линейно растет с глубиной.

Следует особо отметить, что впервые вопрос об изменении закона роста поперечного сечения пучка на больших глубинах по сравнению с законом z^3 был поставлен в работе Долина [4]. При этом было справедливо отмечено, что на значительных глубинах наличие поглощения уменьшает расходимость пучка в рассеивающей среде. Однако качественное рассмотрение, проведенное в [4], не позволило получить правильную степень зависимости поперечного сечения пучка от глубины. В отличие от линейной зависимости $\langle \rho^2 \rangle_z$ от глубины z, оценка в [4] привела к закону z^2.

Как уже отмечалось ранее, причиной изменения зависимостей $\langle \theta^2 \rangle_z$ и $\langle \rho^2 \rangle_z$ от глубины z в поглощающей среде являются флуктуации путей фотонов при многократном рассеянии и более вероятное поглощение фотонов, отклонившихся на большие углы и прошедших большой путь. Такое простое рассуждение находит свое отражение и в формуле для полной интенсивности света на глубине z:

$$I(z) = I_0 \frac{e^{-\varkappa z}}{\operatorname{ch} z \sqrt{2D\varkappa}} = I_0 \exp(-\varkappa \langle S \rangle_z), \tag{19}$$

где

$$\langle S \rangle_z = z + \frac{1}{2} \int_0^z \langle \theta^2 \rangle_{z'} \, dz' = z + \frac{1}{\varkappa} \ln \operatorname{ch} z \sqrt{2D\varkappa} \tag{20}$$

— средний путь, пройденный фотонами, достигшими глубины z [11].

Соотношения (19), (20) свидетельствуют о том, что затухание происходит как раз вдоль пути фотона и определяется средним путем, пройденным фотоном в слое мутной среды толщиной z.

4. Модулированный сигнал ($I_0(t) = I_0(1 + \varepsilon \cos \omega_0 t)$, $\varepsilon (\varepsilon < 1)$ — — глубина модуляции, ω_0 — частота модуляции).

Воспользовавшись соотношениями (11), (12), для зависящей от времени части интенсивности модулированного сигнала получим следующее выражение:

$$I_t(z, \Delta, \rho, \theta) = I_0 e^{-\varkappa z} \frac{\varepsilon}{\pi^2} \operatorname{Re} \Big\{ \left(\operatorname{ch} z \sqrt{2Dq}\right)^{-1} \times$$
$$\times (\sigma^2(z, q))^{-1} \exp\left[i \frac{\omega_0}{c} \Delta - \frac{A_1(z, q)\rho^2 - 2A_2(z, q)\rho\theta + A_3(z, q)\theta^2}{\sigma^2(z, q)} \right] \Big\}, \tag{21}$$

$$q = i\omega_0/c + \varkappa.$$

Вычисление реальной части (21) вполне элементарно, но весьма громоздко. Поэтому проанализируем здесь выражение (21) для зависящей от времени части интенсивности модулированного сигнала только в наиболее интересном и простом, с точки зрения вычислений, случае, когда велики поглощение или частота модуляции: $D \ll \alpha$ $(\alpha = \sqrt{\omega_0^2/c^2 + \varkappa^2} + \varkappa)$. В этой ситуации ширина углового распределения фотонов в той области пучка, где сохраняется модуляция, ограничена величиной $4\sqrt{D/\alpha} \ll 1$ и малоугловое приближение для описания модулированной части сигнала справедливо на любых глубинах.

На больших глубинах $(z\sqrt{D\alpha} \gg 1)$ выражение (21) упрощается:

$$I_t(z, \Delta, \rho, \theta) \cong I_0 e^{-\varkappa z} \frac{\varepsilon}{\pi^2} \operatorname{Re}\left\{2e^{-z\sqrt{2Dq}} \left[\frac{4}{q^2}(z\sqrt{2Dq} - 2)\right]^{-1} \times \right.$$
$$\left. \times \exp\left[i\frac{\omega_0}{c}\Delta - \frac{2\sqrt{\dfrac{2D}{q}}\rho^2 - \dfrac{4}{q}\rho\theta + \dfrac{2z}{q}\left(1 - \dfrac{1}{z\sqrt{2Dq}}\right)\theta^2}{(4/q^2)(z\sqrt{2Dq} - 2)}\right]\right\}. \tag{22}$$

Интегрируя (22) по углам, с учетом соотношения (16) получим следующее выражение для потока излучения $I(z, \Delta, \rho)$:

$$I(z, \Delta, \rho) \cong \frac{I_0}{\pi} \exp\left[-\varkappa\left(z + \frac{\rho^2}{2z}\right)\right]\left[\frac{\varkappa}{z}\exp\left(-z\sqrt{2D\varkappa} - \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\varkappa}{2D}} \times \right.\right.$$
$$\left.\left. \times \frac{\rho^2}{z^2}\right) + \frac{\varepsilon}{z}\sqrt{\frac{\omega_0^2}{c^2} + \varkappa^2}\exp\left(-z\sqrt{D\alpha} - \frac{1}{4}\sqrt{\frac{\alpha}{D}}\frac{\rho^2}{z^2}\right)\cos(\omega_0(t - \delta))\right]. \tag{23}$$

Параметр запаздывания δ определяется формулой

$$\delta = \frac{1}{c}\left[z + \frac{\rho^2}{2z} + z\sqrt{\frac{D}{\alpha}} + \frac{\rho^2}{4z^2\sqrt{D\alpha}} - \right.$$
$$\left. - \operatorname{arcctg}\frac{\omega_0}{c}\left(\varkappa + \frac{1}{2z}\sqrt{\frac{\alpha}{D}}\right)^{-1}\right]. \tag{24}$$

Из соотношений (23), (24) следует, что как в затухание, так и в запаздывание входит комбинация $z + \rho^2/2z$. Эта величина является по существу наименьшим возможным пройденным путем фотонов $\sqrt{z^2 + \rho^2} \cong z + \rho^2/2z$ и определяет затухание и запаздывание сигнала, не связанное с рассеянием. Что касается слагаемых, содержащих $\sqrt{D}$, то они описывают затухание и запаздывание сигнала, возникающие в результате флуктуаций путей фотонов при многократном рассеянии на частицах мутной среды.

Как видно из выражения (23), с ростом расстояния от оси пучка света запаздывание увеличивается, а глубина модуляции уменьшается. Увеличение запаздывания связано с возрастанием как наименьшего возможного пути фотонов $(z + \rho^2/2z)$, так и флуктуаций этого пути.

В результате флуктуаций пройденного фотонами пути каждый отдельный максимум модулированного сигнала расплывается, максимумы накладываются друг на друга и модуляция исчезает. Таким образом, многократное рассеяние приводит к уменьшению амплитуды модуляции с ростом как расстояния от оси пучка, так и глубины проникновения в среду. Из (23) следует, что поперечные размеры модулированной части пучка света ограничены величиной $4z^2\sqrt{D/\alpha}$, а глубина, на которой исчезает модуляция, не превышает $1/\sqrt{D\alpha}$.

Интегрируя (22) по поперечным координатам, получим выражение для полного потока излучения на глубине z в момент времени t:

$$I(z, ct - z) \cong I_0 \exp\left(-\varkappa z - z\sqrt{2D\varkappa}\right)\Big\{1 + \varepsilon \exp\left(-z\sqrt{D}\left(\sqrt{\alpha} - \sqrt{2\varkappa}\right)\right) \cos\left[\omega_0\left(t - \frac{z}{c}\left(1 + \sqrt{\frac{D}{\alpha}}\right)\right)\right]\Big\}. \tag{25}$$

Как видно из (25), многократное рассеяние и поглощение света в мутной среде приводят к уменьшению амплитуды модуляции и фазовой скорости сигнала. Фазовая скорость модулированного сигнала на больших глубинах ($z\sqrt{D\alpha} \gg 1$) определяется соотношением

$$v_\text{ф} = c(1 + \sqrt{D/\alpha})^{-1}. \tag{26}$$

Отметим, что увеличение частоты модуляции приводит к росту фазовой скорости и коэффициента затухания амплитуды модуляции сигнала.

5. В заключение сравним результаты, полученные в настоящей работе, с результатами [4, 6–9].

Как отмечено выше, в работе [4] было впервые вычислено поперечное сечение пучка света в мутной среде на больших глубинах с учетом поглощения. Однако учет влияния поглощения только на угловое распределение фотонов привел к закону возрастания поперечного сечения пучка с глубиной пропорционально z^2. В настоящей работе точное решение уравнения переноса, записанного в тех же предположениях, что и в [4], привело к более сложной зависимости поперечных размеров пучка от глубины. При этом в случае «сильного» поглощения ($\varkappa \gg D$) на больших глубинах поперечное сечение пучка света линейно растет с глубиной и определяется только поглощением. Результат, подобный [4], получается для модулированного пучка. В этом случае поперечные размеры области пучка света, где сохраняется модуляция, действительно растут с глубиной, как z^2.

В работах [6–8] выражения для интенсивности модулированного пучка света были представлены в виде рядов по собственным функциям уравнения переноса, записанного в диффузионном приближении по угловой переменной. Отличие уравнения переноса [6–8] от уравнения (2) настоящей работы заключается в учете слагаемого $-(\theta/2)^2(\partial\tilde{I}/\partial z)$, которое не учитывалось нами как слагаемое более высокого порядка малости по θ^2. Именно учет этого слагаемого привел к тому, что выражения для интенсивности в [6–8] имеют весьма сложный вид. Однако, несмотря на это, численные результаты [6–8] хорошо согласуются с результатами настоящей статьи.

Что касается [9], то соотношения, приведенные в этой работе, в случае применения диффузионного приближения по углам, дают первые члены разложения функций $A_i(z, \varkappa)$ настоящей статьи в ряд по степеням z. Таким образом, на малых глубинах результаты, полученные нами, полностью согласуются с соотношениями [9].

ЛИТЕРАТУРА

1. Ньютон Р. Теория рассеяния волн и частиц /Пер. с англ.— М.: Мир, 1969.
2. Исимару А.— ТИИЭР, 1977, 65, № 7, с. 46.

3. Долин Л С.— Изв. вузов — Радиофизика, 1964, **7**, № 2, с. 380.
4 Долин Л. С.— Изв. вузов — Радиофизика, 1966, **9**, № 1, с. 61.
5. Bremmer H — Radio Sci, 1964, **68D**, № 9, p. 967.
6. Лучинин Л Г., Савельев В. А — Изв вузов — Радиофизика, 1969, **12**, № 2, с 256.
7. Лучинин А Г — Изв вузов — Радиофизика, 1971, **14**, № 12, с. 1925.
8. Лучинин А. Г.— Изв. АН СССР, ФАО, 1974, **10**, №12.
9. Долин Л. С.— Изв. АН СССР, ФАО, 1980, **16**, № 1, с. 55.
10. Калашников Н. П., Ремизович В. С., Рязанов М. И Столкновения быстрых заряженных частиц в твердых телах — М : Атомиздат, 1980.
11. Померанчук И Я Собрание научных трудов.— М : Наука, 1972.— Т. 2, с. 105.

Московский инженерно-физический институт

Поступила в редакцию 14 сентября 1981 г.

PROPAGATION OF A NARROW MODULATED BEAM OF LIGHT IN A SCATTERING MEDIUM TAKING INTO ACCOUNT FLUCTUATIONS OF PHOTON TRACES AT MULTIPLE SCATTERING

V. S. Remizovich, D. B. Rogozkin, M. I. Ryazanov

Propagation of a narrow beam of light in a turbid medium is considered. A simple analytical expression have been derived for the intensity of radiation in a narrow beam of light based on the solution of the transfer equation taking into account the mutual effect of absorption and fluctuations of photon traces on the light passing through the turbid medium. Cases of stationary and sinusoidal-modulated fluxes of radiation are analysed in detail.

ГЕОМАГНЕТИЗМ И АЭРОНОМИЯ, т. XXII, № 1, 1982 г.

(Продолжение)

В. С. Докукин, И. А. Жулин, А. Р. Коломиец, Г. И. Коломиец, Е. В. Мишин, Р. И. Мойся, Ю. Я. Ружин, И. И. Слюсаренко. Двухчастотные радиолокационные наблюдения в эксперименте «Зарница-2».

Приведены результаты радиолокационных наблюдений, полученные в эксперименте «Зарница-2» с помощью двухчастотной когерентной радиолокационной установки. Данные наблюдений позволяют отождествить область локализации источника радиоотражений и высокочастотного радиоизлучения с околоракетной областью. Определен размер вдоль геомагнитного поля плазменного образования, созданного пучком в зависимости от высоты инжекции.

В. М. Сомсиков. Генерация возмущений в нейтральной атмосфере сферическим терминатором.

Исследуются линеаризованные уравнения газовой динамики в сферической системе координат, неподвижной относительно Солнца. Рассматривается влияние температурного градиента в атмосфере на спектр собственных волн атмосферы. Строится модель терминатора в сферической системе координат и с ее помощью ищется возмущение давления атмосферы. Анализируется вклад терминатора в общее возмущение, создаваемое нагревом атмосферы Солнцем.

(Окончание см. с. 917)