

УДК 533. 591

ДИСПЕРСИЯ И ВОЗБУЖДЕНИЕ ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОЛН В НЕОДНОРОДНОЙ ПОЛУОГРАНИЧЕННОЙ ПЛАЗМЕ

В. М. Воробьев, А. Н. Кондратенко, В. М. Куклин

Показано, что поверхностные колебания в неоднородной плазме могут оказаться обратными, а эффективность возбуждения их пучками малой плотности падает с увеличением степени неоднородности плотности плазмы.

В работах [1, 2] рассмотрены дисперсионные характеристики потенциальных волн поверхностного типа в неоднородных по сечению плазменных волноводах при отсутствии постоянного магнитного поля. Некоторые вопросы остались, однако, невыясненными. Более детальный анализ дисперсионных уравнений показывает, что в неоднородной плазме поверхностные волны могут стать обратными, в то время как в однородной они прямые. Таким образом, при инжекции пучков заряженных частиц в неоднородные по сечению плазменные волноводы следует ожидать развития абсолютных неустойчивостей [3]. Такие неравновесные плазменные волноводы можно использовать в качестве генераторов колебаний.

Кроме того, несомненный интерес представляет изучение дисперсии поверхностных волн и эффективности их возбуждения пучками заряженных частиц в неоднородных магнитоактивных плазменных волноводах, поскольку такая ситуация более близка к экспериментальным условиям. Важное значение имеет также исследование дисперсии поверхностных непотенциальных волн, которые эффективно возбуждаются релятивистскими пучками заряженных частиц. Рассмотрению отдельных аспектов затронутых выше вопросов посвящена настоящая работа.

1. Обратные потенциальные поверхностные колебания. Пусть плазма, граничащая с вакуумом, занимает полупространство $x > 0$. Плотность плазмы в интервале $0 \leq x < a$ изменяется от $n_0(0)$ до $n_0(a)$ ($n_0(a) > n_0(0)$) монотонно и остается постоянной при $x > a$. Ширина этой неоднородной области a предполагается больше или порядка k^{-1} (k — волновое число волны вдоль оси Z)*.

Рассмотрим потенциальные возмущения. Зависимость их от времени и координат ищем в виде $f(x)e^{-i\omega t + ikz}$. Используя уравнения квазигидродинамики и уравнение Пуассона, для потенциала возмущений получим уравнение [4]

$$\epsilon(x) \frac{d^2 \Psi}{dx^2} + \frac{d\epsilon}{dx} \frac{d\Psi}{dx} - k^2 \epsilon(x) \Psi = 0, \quad (1)$$

где

$$\epsilon(x) = 1 - \Omega_e^2(x)/\omega^2, \quad \Omega_e^2(x) = 4\pi e^2 n_0(x)/m_e.$$

* Случай, когда переходная область мала, $[n_0(a) - n_0(0)]a^{-1} \gg n_0(0)k$, соответствует распространению поверхностной волны в полугораниченной однородной плазме, имеющей на границе раздела с вакуумом сильнонеоднородную малую переходную область, и нами не рассматривается.

Уравнение (1) необходимо дополнить граничными условиями, состоящими в непрерывности потенциала и нормальной составляющей вектора электрической индукции на границах неоднородной области $x = 0$, $x = a$:

$$\{\Psi\}_{x=0,a} = 0, \quad \left\{ \varepsilon(x) \frac{d\Psi}{dx} \right\}_{x=0,a} = 0, \quad (2)$$

где $\{f(x)\}_{x=x_0}$ — скачок величины $f(x)$ при переходе через $x=x_0$.

Уравнение (1) имеет точное аналитическое решение только для линейного слоя, однако даже в этом случае его исследование для произвольных значений k и ω затруднено [1]. Кроме того, линейный слой редко реализуется в эксперименте. Для других распределений плотности уравнение (1) с граничными условиями (2) предпочтительней решать численно. Для этого замены переменной приведем его к такому виду:

$$\frac{dy}{dx} = k^2 \varepsilon(x) - \frac{y^2}{\varepsilon(x)}, \quad (3)$$

где $y(x) = \varepsilon(x) \Psi^{-1}(d\Psi/dx)$.

Граничные условия для уравнения (3) состоят в непрерывности y на границах неоднородной области $x=0$, $x=a$. Их можно записать следующим образом:

$$y(0) = k, \quad y(a) = -k \varepsilon(a). \quad (4)$$

Анализ уравнения (3) с граничными условиями (4) проводился для следующих двух типов распределения плотности в неоднородной области:

$$n_0(x) = [n_0(a) - n_0(0)] \sin(0,5\pi xa^{-1}) + n_0(0); \quad (5)$$

$$n_0(x) = n_0(a) - [n_0(a) - n_0(0)] e^{-5x/a}. \quad (5a)$$

Результаты численного счета представлены на рис. 1. Видно влияние неоднородности плотности плазмы на дисперсию поверхностных квазипотенциальных волн. В согласии с результатами работы [1] наблюдается увеличение частоты при возрастании степени неоднородности. Наиболее существенным, однако, является обратный характер дисперсии. Вследствие того, что характер дисперсии поверхностной волны одинаков для различных распределений плотности, в дальнейшем ограничимся анализом дисперсионных уравнений, проводимым для профиля плотности (5).

Качественно обратный характер дисперсии поверхностных колебаний можно показать на следующей простой модели. Пусть неоднородность плотности плазмы мала: $(dn_0(x)/n_0 dx) = \alpha \ll 1$ (для простоты будем считать, что плазма неоднородна в области $0 \leq x \leq \infty$). Тогда диэлектрическую проницаемость можно представить в виде

$$\varepsilon(x) = \varepsilon_0 + \alpha x(\varepsilon_0 - 1), \quad \varepsilon_0 = \varepsilon(x=0). \quad (6)$$

В случае достаточно слабой неоднородности $|\varepsilon_0 k| \gg |\alpha(\varepsilon_0 - 1)|$ решение (1) имеет вид $\Psi = \Psi_0 \exp(-k_1 x)$, где $k_1 = k + \alpha(\varepsilon_0 - 1)/2\varepsilon_0$.

Используя граничные условия (2) при $x=0$, получим дисперсионное уравнение

$$\varepsilon_0 + k [k + \alpha(\varepsilon_0 - 1)\varepsilon_0^{-1}]^{-1} = 0. \quad (7)$$

При $\alpha=0$ (однородная полуограниченная плазма) $\omega = \Omega_e(0)/\sqrt{2}$. Если же $\alpha \neq 0$, тогда

$$\omega = \frac{\Omega_e(0)}{\sqrt{2}} \left(1 + \frac{\alpha}{4k} \right). \quad (8)$$

В зависимости от знака α дисперсия может оказаться как нормальной ($\alpha < 0$), так и аномальной ($\alpha > 0$). Частота волны при $k \rightarrow \infty$ приближается к граничной частоте однородной плазмы ($\Omega_e(0)/\sqrt{2}$) как снизу ($\alpha < 0$), так и сверху ($\alpha > 0$).

Обратный характер волны в неоднородной плазме можно пояснить следующим образом. Частота поверхностной волны определяется средним значением плотности на глубине проникновения поля этой волны в плазму. Длинноволновые колебания имеют большую глубину проникновения поля в плазму и, следовательно, большую частоту. С возрастанием волнового числа k уменьшается средняя плотность плазмы на глубине проникновения поля. Уменьшается также и частота поверхностной волны, стремясь к значению $\Omega_e(0)/\sqrt{2}$.

Эффективность возбуждения поверхностных колебаний пучками заряженных частиц рассмотрена в [1].

2. Магнитоактивная плазма. Пусть плазма находится в постоянном магнитном поле, вектор напряженности которого $H_0 = (0, 0, H_0)$ параллелен ее границе. Уравнение для потенциала возмущений в магнитоактивной неоднородной плазме имеет вид [4]

$$\varepsilon_1(x) \frac{d^2\Psi}{dx^2} + \frac{d\varepsilon_1}{dx} \frac{d\Psi}{dx} - k^2\varepsilon_3(x)\Psi = 0, \quad (9)$$

где

$$\varepsilon_1(x) = 1 - \Omega_e^2(x)(\omega^2 - \omega_e^2)^{-1}, \quad \varepsilon_3 = \varepsilon, \quad \omega_e = eH_0(mec)^{-1}.$$

Граничные условия для уравнения (9) аналогичны (2) при замене

$$\varepsilon \rightarrow \varepsilon_1.$$

Уравнение (9) имеет аналитическое решение для линейного закона изменения плотности плазмы $n_0(x) = n_0(0) + x[dn_0(x)/dx] |_{x=0}$ [5]. Дисперсионное уравнение для поверхностных волн в полуограниченной ($x \geq 0$) плазме имеет вид

$$1 + \varepsilon_1(0)\sqrt{1 - \omega_e^2\omega^{-2}} \left[1 + (1 + 2W) \frac{G(1,5 + W, 2, z_0)}{G(0,5 + W, 1, z_0)} \right] = 0, \quad (10)$$

где

$$W = \frac{1}{4} \frac{z_0}{\varepsilon_1(0)} \frac{\omega_e^2}{\omega^2 - \omega_e^2}, \quad z_0 = -2\sqrt{1 - \omega_e^2\omega^{-2}} \frac{\varepsilon_1(0)}{\kappa} \frac{\omega^2 - \omega_e^2}{\Omega_e^2(0)},$$

$\kappa = (kn_0(0))^{-1}(dn_0/dx) |_{x=0}$, $G(\alpha, \beta, \gamma)$ — вырожденная гипергеометрическая функция [6].

В пределе сильной неоднородности ($\kappa > 1$) из уравнения (10) можно определить граничную частоту поверхностной волны

$$\omega_{rp} = \sqrt{\Omega_e^2(0) + \omega_e^2}. \quad (11)$$

Как и следовало ожидать, это значение больше граничной частоты в случае однородной плазмы $\omega_{rp}/\sqrt{2}$.

Приведем выражения для инкрементов неустойчивости в магнитоактивной полуограниченной плазме, возбуждаемой холодным электронным пучком малой плотности $n_b \gg n_0(0)$, занимающим полупространство $x < 0$ и движущимся вдоль оси Z со скоростью v . Максимальный инкремент пучковой неустойчивости в случае сильной неоднородности определяется выражением

$$\text{Im } \omega = \delta_n = \frac{\sqrt{3}}{4} \left[\frac{n_b}{2n_0(0)} \right]^{1/3} \Omega_e(0) \kappa^{2/3} e^{-\kappa/3}. \quad (12)$$

В условиях аномального эффекта Доплера при $\kappa > 1$ инкремент возбуждения колебаний равен

$$\text{Im } \omega = \delta_a = \frac{1}{2} \left[\frac{n_b}{2n_0(0)} \right] \Omega_e(0) \left[\frac{\Omega_e(0)}{\omega_e} \right]^{1/2} \kappa e^{-\kappa/2}. \quad (13)$$

Очевидно, $\delta_a < \delta_n$ для различных значений κ . Отметим, что в отличие от случая однородной плазмы (см., например, [7]) эффективность возбуждения в неоднородной плазме заметно падает с ростом κ . При $\kappa < 1$ отличия от случая однородной плазмы незначительные.

Используя замену $u(x) = \varepsilon_1 \Psi^{-1} (d\Psi/dx)$, уравнение (9) запишем в виде

$$du/dx = k^2 \varepsilon_3 - u^2/\varepsilon_1 \quad (14)$$

с граничными условиями

$$u(0) = k, \quad u(a) = k \sqrt{\varepsilon_1(a) \varepsilon_3(a)}. \quad (15)$$

Численное решение уравнения (14) с граничными условиями (15) и для профиля плотности (5) также приводит к обратным колебаниям поверхностного типа (рис. 2).

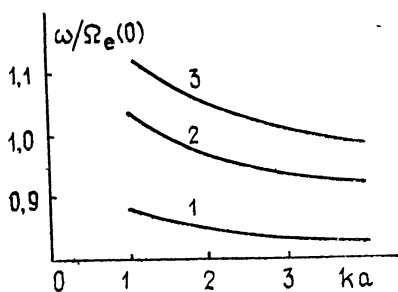


Рис. 2.

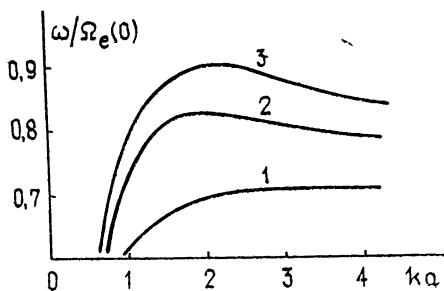


Рис. 3.

Рис. 2. Дисперсионная зависимость потенциальной поверхностной волны, распространяющейся в неоднородной магнитоактивной плазме. Кривая 1 рассчитана для $n_0(a)/n_0(0) = 1,5$, кривая 2 — для $n_0(a)/n_0(0) = 3$, кривая 3 — для $n_0(a)/n_0(0) = 5$.

Рис. 3. Дисперсионная зависимость поверхностной E-волны. Кривая 1 соответствует случаю однородной плазмы, кривая 2 получена для $n_0(a)/n_0(0) = 3$, кривая 3 — для $n_0(a)/n_0(0) = 5$.

3. Непотенциальные поверхностные волны. Рассмотрим влияние неоднородности плотности плазмы на дисперсию непотенциальных поверхностных волн. В холодной плазме в отсутствие постоянного магнитного поля система уравнений для определения компонент полей E-волны (E_x , E_z , H_y), распространяющейся вдоль оси Z , имеет вид [4]

$$\varepsilon(x) \frac{d}{dx} \left[\frac{1}{\varepsilon(x)} \frac{dH_y}{dx} \right] - \lambda^2(x) H_y = 0; \quad (16)$$

$$E_z = \frac{ic}{\omega \varepsilon(x)} \frac{dH_y}{dx}, \quad (17)$$

где

$$\lambda^2(x) = k^2 - \varepsilon(x) \omega^2/c^2.$$

Граничные условия состоят в непрерывности тангенциальных компонент полей на границах неоднородной области $x=0$, $x=a$. Система уравнений (16), (17) не имеет аналитического решения ни при каких распределениях плотности плазмы в неоднородной области.

Рассмотрим численное решение этой системы уравнений. Для этого введем новую переменную

$$z_1(x) = -i \frac{\omega}{c} \frac{E_z(x)}{H_y(x)} = \frac{1}{\varepsilon(x)} \frac{1}{H_y} \frac{dH_y}{dx}. \quad (18)$$

При этом (16), (17) можно свести к одному уравнению для $z_1(x)$:

$$dz_1/dx = \lambda^2(x)/\varepsilon(x) - \varepsilon(x) z_1^2 \quad (19)$$

с граничными условиями

$$z_1(0) = \sqrt{k^2 - \omega^2/c^2}, \quad z_1(a) = -\varepsilon^{-1}(a)^{-1} \sqrt{k^2 - \varepsilon(a) \omega^2/c^2}. \quad (20)$$

Решая уравнение (19) с граничными условиями (20) для профиля плотности (5) численно, получим дисперсионные характеристики поверхностной E -волны (см. рис. 3). В области, где волна квазипотенциальна, наблюдается обратная дисперсия. В области фазовых скоростей, сравнимых со скоростью света, отличия от случая однородной плазмы невелики (см. [4, 8]).

Таким образом, неоднородность плазмы, слабо меняя частоты поверхностных колебаний, может существенно изменить характер дисперсионных соотношений: поверхностные волны становятся обратными.

Так как на границе плазмы часто находится диэлектрик (который также приводит к обратной дисперсии поверхностных колебаний [4]), обсудим совместное действие неоднородности плазмы и диэлектрика. Пусть диэлектрик с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon_0 > 1$ и толщиной d располагается на границе плазмы с характерным размером неоднородности a . Ограничимся рассмотрением потенциальных поверхностных возмущений (k^{-1} , a , $d \ll c/\Omega_e(0)$). Тогда область параметров, где волна обратная, находится из условия

$$k > k_{\min} \sim \min(a^{-1}, d^{-1}), \quad (21)$$

т. е. при $a > d$ k_{\min} определяется неоднородностью плазмы, а при $a < d$ — толщиной диэлектрика. Отметим, что численно совместное влияние неоднородности плазмы и диэлектрической стенки на дисперсию поверхностных волн рассматривалось в работе [9]. Однако обратную волну, полученную в этой работе, можно объяснить существованием диэлектрика на границе плазмы. Поэтому роль неоднородности плазмы в создании обратной волны при этом осталась невыясненной.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кондратенко А. Н., Куклин В. М.— Радиотехника и электроника, 1980, 25, № 7, с. 1477.
2. Кондратенко А. Н., Куклин В. М.— Изв вузов — Радиофизика, 1981, 24, № 3, с. 389.
3. Коцаренко И. Я., Федорченко А. М.— ЖТФ, 1970, 40, вып. 1, с. 41.
4. Кондратенко А. Н. Плазменные волноводы.— М: Атомиздат, 1976, с. 232.
5. Карплюк К. С., Левитский С. М.— Радиотехника и электроника, 1967, 12, вып. 4, с. 655.
6. Никифоров Л. Ф., Уваров В. Б. Основы теории специальных функций.— М.: Наука, 1974, с. 304.
7. Куклин В. М., Пенева И. Х.— Радиотехника и электроника, 1976, 21, вып. 12, с. 2525.
8. Кондратенко А. Н., Куклин В. М., Пенева И. Х.— Изв. вузов — Радиофизика, 1977, 20, № 1, с. 56.
9. Крепак В. И., Якименко И. П.— Радиотехника и электроника, 1968, 13, № 4, с. 579.

Харьковский государственный
университет

Поступила в редакцию
27 мая 1981 г.,
после доработки
3 августа 1982 г.

DISPERSION AND EXCITATION OF SURFACE WAVES IN AN INHOMOGENEOUS SEMI-INFINITE PLASMA

V. M. Vorob'ev, A. N. Kondratenko, V. M. Kuklin

It is shown that surface oscillations in an inhomogeneous plasma may be reverse and the efficiency of their excitation by beams of small density drops with the increase of the inhomogeneity degree of the plasma density.

ГЕОМАГНЕТИЗМ И АЭРОНОМИЯ, т. XXII, № 1, 1982 г.

(Продолжение)

И. Б. Егоров, Н. И. Манаенкова, Е. Е. Цедилина. Сравнение расчета времени распространения декаметровых радиоволн адиабатическим и траекторным методами.

Проведено детальное сравнение расчета времени распространения коротких радиоволн в ионосфере адиабатическим и траекторным методами. Выявлены характерные особенности «погрешности» расчета времени распространения адиабатическим методом. Показано, что максимальная ошибка адиабатического метода не превышает 1,5%.

Г. П. Белоглазова, М. И. Белоглазов. Об одном виде аномалий фазы СДВ-сигналов на авроральных трассах.

Обсуждаются фазовые СДВ-аномалии на трассах Норвегия—Апатиты, возникающие на спокойном геофизическом фоне. Длительность их колеблется от нескольких минут до 0,5—1,0 ч, а характерная величина составляет 3—6 мкс. Показано, что наиболее вероятной причиной отмеченных вариаций являются вторжения электронов релятивистских энергий.

А. В. Михайлов, Г. И. Островский. Использование данных некогерентного рассеяния для определения аэрономических параметров на высотах F_2 -области. Годовые вариации атомного кислорода.

Предложен метод, позволяющий из данных некогерентного рассеяния n_e^m , h_m и v_z определить аэрономические параметры на высотах F_2 -области. Получены выводы о значительных вариациях атомного кислорода в верхней атмосфере в течение года и от дня ко дню, которые не описываются современными моделями, что делает необходимым учет дополнительных факторов при построении моделей нейтрального состава верхней атмосферы.

(Продолжение см. с. 898)