

УДК 533.95

К ТЕОРИИ ДВУХПУЧКОВОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ В ПЛАЗМЕ

А. И. Рогашкова, Т. И. Шаталова

Проведен теоретический анализ взаимодействия с плазмой медленных однонаправленных электронных пучков в линейном и нелинейном режимах. Выяснена зависимость постоянных усиления и диапазона усиливаемых частот от плотности и скорости пучков и роль двухпучковой моды, благодаря которой становится возможным усиление в системе на частотах, значительно превышающих плазменную. Результаты расчета по нелинейным уравнениям показали, что, меняя скорость и частоту модуляции дополнительного пучка, можно влиять на амплитуду тока основного пучка, длину релаксации волновых процессов и спектр нарастающих волн.

В настоящее время свойства системы пучок — плазма изучены достаточно подробно как в линейном, так и в нелинейном режимах [1–3]. Взаимодействие нескольких пучков с плазмой исследовано главным образом экспериментально. Так, в [4] показано, что введение в плазму второго пучка оказывает существенное влияние на характер развития неустойчивостей. Вместе с тем в вакуумных приборах типа ЛБВ использование второго пучка позволяет значительно расширить полосу усиливаемых частот и повысить коэффициент усиления [5].

В данной работе теоретически рассмотрены особенности взаимодействия с плазмой медленных однонаправленных электронных пучков в линейном и нелинейном режимах. Анализ проведен в рамках следующей модели. Вдоль оси цилиндрического металлического волновода, заполненного холодной однородной плазмой, движутся два электронных пучка с постоянными скоростями v_{01} , v_{02} ($v_0 \ll c$, c — скорость света). Предполагается, что поперечные смещения электронов пучков отсутствуют.

1. ЛИНЕЙНАЯ ТЕОРИЯ

Предположим, что радиусы пучков равны радиусу волновода. В этом случае дисперсионное уравнение предложенной системы в квазистатическом приближении будет иметь вид

$$\sqrt{-\epsilon_z/\epsilon_{z0}} \gamma a = \rho_\nu, \quad (1)$$

где γ — продольное волновое число, ρ_ν — корни функции Бесселя: $J_0(\rho_\nu) = 0$,

$$\epsilon_{z0} = 1 - \frac{\omega_p^2}{(\omega - i\nu)^2}, \quad (2)$$

$$\epsilon_z = 1 - \frac{\omega_p^2}{(\omega - i\nu)^2} - \frac{\omega_{pb1}^2}{(\omega - \gamma v_{01})^2} - \frac{\omega_{pb2}^2}{(\omega - \gamma v_{02})^2}$$

— диэлектрическая проницаемость плазмы и плазмы с пучками соответственно, ω_p , $\omega_{pb1,2}$ — плазменные частоты плазмы и пучков соответственно, ν — частота соударений электронов. Выражение (1) представляет собой обобщение известного дисперсионного уравнения [6] на случай двух пучков в плазме.

Дисперсионное уравнение (1) представляет собой полином шестой степени относительно (γa) . Корни полинома вычислялись с помощью ЭВМ следующим методом: над гауссовой комплексной числовой плоскостью строилась поверхность модуля полинома $|P(\gamma)| = \left| \sum_{k=0}^{k=6} a_k \gamma^k \right|$ и отыскивались точки абсолютного минимума, которые и являлись искомыми корнями. Этот метод позволяет отыскать решения γ с любой степенью точности.

Уравнение (2) имеет три пары комплексно-сопряженных корней, причем одна пара описывает нераспространяющиеся волны, и в дальнейшем не рассматриваются. Две другие пары корней описывают дисперсию и усиление волн пространственного заряда пучков в плазме.

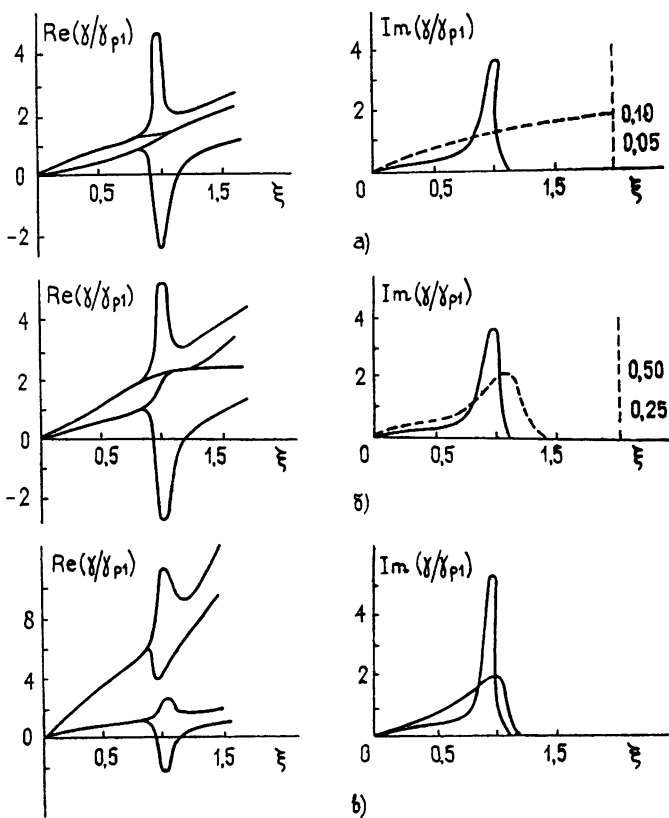


Рис. 1. Зависимость $\text{Re}(\gamma/\gamma_{p1})$ и $\text{Im}(\gamma/\gamma_{p1})$ от приведенной частоты $\xi = \omega/\omega_p$ для двух пучков, движущихся в одном направлении. (Пунктирная шкала — для пунктирных кривых.)

На рис. 1 представлены дисперсионные диаграммы (зависимость $\text{Re}(\gamma/\gamma_{p1})$ от приведенной частоты $\xi = \omega/\omega_p$) и соответствующие зависимости постоянной усиления $\text{Im}(\gamma/\gamma_{p1})$ от ξ , характерные для системы два пучка — плазма. Здесь $\gamma_{p1,2} = \omega_p/v_{01,2}$. Расчеты приведены для следующих значений параметров: $v_{01}/v_{02} = 1,25$ (а), $2,25$ (б), $6,5$ (в); плотности пучков $\sigma_1 = 0,5$, $\sigma_2 = 0,1$ ($\sigma = \omega_{pb1,2}/\omega_p$); эффективная частота соударений $s = v/\omega = 0,01$, $\gamma_{p1} = 1 \text{ см}^{-1}$.

Характерно, что в области плазменного резонанса ($\xi \approx 1$) дисперсионные кривые расщепляются на две ветви, описывающие быструю

и медленную волны пространственного заряда. Если скорости пучков достаточно близки, то, как следует из рис. 1а, в определенной области частот наблюдается слияние ветвей, принадлежащих разным пучкам, т. е. в этой области происходит двухпучковое взаимодействие. Область взаимодействия пучков по частотам зависит от плотности пучков плазмы и от отношения v_{01}/v_{02} . В рассмотренном случае с ростом v_{01}/v_{02} область взаимодействия пучков сужается и при $v_{01}/v_{02} = 6,25$ вообще отсутствует. Значение v_{01}/v_{02} , при котором срывается «двухпучковый» механизм, при $\sigma \ll 1$ можно оценить из выражения

$$(1 + \sigma) \left| \frac{v_{01} - v_{02}}{v_0} \right| \leq \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{\sqrt{s}} \quad (3)$$

(в данном случае v_0, σ — скорость и плотность более медленного из пучков).

Соотношение (3) в простейшем случае при $a \rightarrow \infty$ получается согласно (1) из условия синхронизма волн разных пучков. Таким образом, чем меньше σ_1, σ_2 , тем меньше должна быть разница между скоростями. Напомним, что в вакууме, в отличие от плазмы, взаимодействие пучков возможно в широком диапазоне значений отношений $\omega_{pb1}/\omega_{pb2}, v_{01}/v_{02}$.

Из диаграмм $\text{Im}(\gamma/\gamma_{p1})$ в зависимости от ξ следует, что усиление в системе два пучка — плазма описывается двумя кривыми, одна из которых имеет такой же характер зависимости от ξ , как и в случае одного пучка в плазме (однопучковая мода): максимальное усиление происходит на частоте $\omega \approx \omega_p$, полоса усиления тем шире, чем больше частота соударений s . Характер второй кривой определяется наличием «двухпучкового» механизма. Из анализа приведенных данных следует, что, когда созданы условия для взаимодействия пучков, усиление возможно на частотах, превышающих плазменную: чем меньше разница скоростей, тем больше превышение. При отсутствии двухпучкового механизма (в данном случае при $v_{01}/v_{02} = 6,25$) обе кривые качественно повторяют ход кривой усиления, характерной для одного пучка в плазме.

Система два пучка — плазма по своим дисперсионным и усилительным характеристикам значительно отличается как от случая одного пучка в плазме, так и от случая взаимодействия двух пучков в вакууме. При введении в плазму дополнительного пучка наряду с резистивным механизмом, не требующим синхронизма скоростей, возможен двухпучковый механизм, когда созданы условия для синхронизма волн пространственного заряда пучков. Резистивный механизм обеспечивает неустойчивость в области частот $\omega \leq \omega_p$, благодаря двухпучковому взаимодействию система становится неустойчивой на частотах $\omega > \omega_p$. При этом необходимо подчеркнуть существенное влияние плазмы на характеристики двухпучкового взаимодействия.

На рис. 2 показана зависимость постоянной усиления $\text{Im}(\gamma/\gamma_{p1})$ от ξ (сплошные кривые), обусловленного двухпучковым взаимодействием, в сравнении со случаем взаимодействия пучков в вакууме (пунктирные кривые), для ряда значений v_{01}/v_{02} : I — 1,25, II — 1,75, III — 6,5. Из анализа приведенных кривых следует, что влияние плазмы невелико, когда скорости пучков отличаются незначительно, так как в этом случае двухпучковое взаимодействие происходит в области частот, значительно превышающих ω_p , т. е. для которых $\epsilon_{z0} \approx 1$. С увеличением разности скоростей область максимального усиления приближается к плазменной частоте и влияние плазмы становится очевидным: оно проявляется в увеличении максимального значения постоянной усиления и в смещении области усиливаемых частот. Это объясняется тем,

что на частотах, для которых $0 < \epsilon_{z0} < 1$, влияние плазмы сводится фактически к повышению эффективной плотности. Действительно, из (1), поделив обе части (1) на ϵ_{z0} , нетрудно получить дисперсионное уравнение, аналогичное уравнению в вакууме, но для пучков с плотностью $\sigma_{\text{эфф}} = \sigma_{1,2}(\epsilon_{z0})^{-1/2}$, $\sigma_{\text{эфф}} > \sigma_{1,2}$, если $\epsilon_{z0} < 1$.

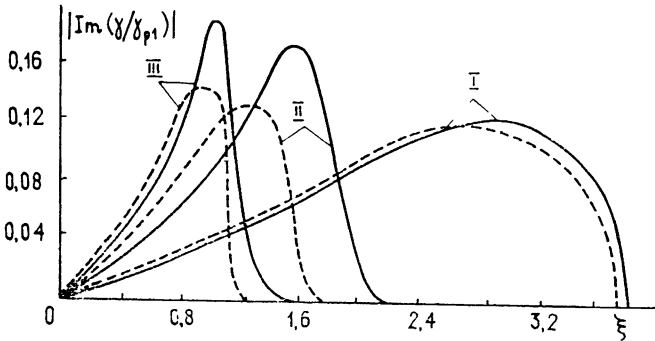


Рис. 2. Влияние плазмы на постоянные усиления при двухпучковом взаимодействии: $\omega_{pb2}/\omega_{pb1} = 5$, $s = 0,01$.

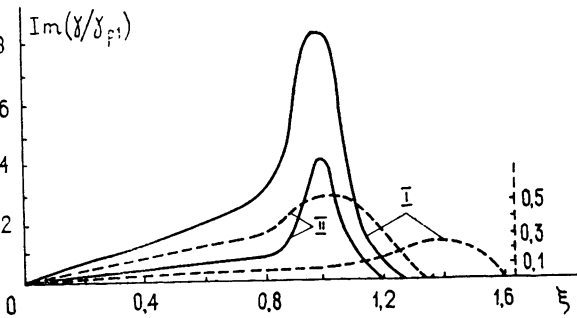


Рис. 3. Влияние плотности пучков на постоянные усиления: $\gamma_{p1} = 1$ (1/см), $\gamma_{p2} = 2,25$ (1/см). (Пунктирная шкала — для пунктирных кривых.)

Кроме того, дисперсионные диаграммы и значения постоянных усиления существенно изменяются при изменении плотности пучков. На рис. 3 показана зависимость $\text{Im}(\gamma/\gamma_{p1})$ от ξ для двух значений σ_1 и σ_2 : 1) $\sigma_1=0$, $\sigma_2=0,5$; 2) (кривая I) $\sigma_1=0,5$, $\sigma_2=0,1$ (кривая II). Плотность плазмы и скорость пучков в обоих случаях остаются неизменными. Из рис. 3 следует, что значения постоянных усиления для «однопучковой» и «двухпучковой» мод уменьшаются с уменьшением плотностей более медленного и более быстрого из пучков соответственно. Во втором случае смещается также и область усиливаемых частот.

2. НЕЛИНЕЙНАЯ ТЕОРИЯ

Предположим, что $\omega_{pb1,2} \ll \omega_p$ и нелинейные эффекты в системе обусловлены пучками. Плазма остается линейной средой. В плоскости $z=0$ пучки модулируются сложным сигналом с эквидистантным спектром частот. Самосогласованная система уравнений, описывающая пространственную эволюцию волн, возбуждаемых пучком в плазменном волноводе, приведена в [2]. Обобщая ее на случай двух пучков, получим

$$\frac{\partial^2 \Phi_{1,2}}{\partial \theta^2} = - \left(1 + \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} \right)^3 \operatorname{Re} \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} 2i \left[\frac{q_{n1} I_{n1}}{n(1+\alpha)} + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{\alpha q_{n2} I_{n2}}{n(1+\alpha)} \right] \exp(in\Phi_{1,2}) \right\}, \quad (4)$$

$$I_{n1,2} = \pi^{-1} \int_0^{2\pi} \exp(-in\Phi_{1,2}) d\varphi_0,$$

$I_{n1,2} = i_{n1,2}/I_{01,2}$ — безразмерная амплитуда тока на частоте $n\Omega$, где $i_{n1,2}$ — комплексная амплитуда n -й гармоники тока, $I_{01,2}$ — постоянная составляющая первого и второго пучков соответственно,

$$\Phi_{1,2} = \Omega t - \gamma_e z, \quad \gamma_e = \Omega v_0^{-1}, \quad v_0 = 0,5(v_{01} + v_{02}),$$

$$\theta = \gamma_e z, \quad \alpha = v_{02}/v_{01},$$

φ_0 — фаза влета электрона в пространство взаимодействия, $q_{n1,2} = \Gamma_{n1,2} \omega_{pb1,2} \varepsilon_{zn}^{-1} \Omega^{-2}$, $\Gamma_{n1,2}$ — коэффициент депрессии на частоте $n\Omega$, ε_{zn} — диэлектрическая проницаемость плазмы на частоте $n\Omega$. Уравнения (4) были получены из уравнения движения заряда, усредненного по поперечному сечению пучков в поле кулоновских сил волн пространственного заряда пучков, поскольку собственные волны в плазменном волноводе не распространяются при $\omega_H = 0$ [6]. Система (4) была решена на ЭВМ для 100 частиц в каждом пучке, равномерно влетающих в пространство взаимодействия, для следующих граничных условий:

$$\theta = 0, \quad \frac{\partial \Phi_1}{\partial \theta} = \frac{1-\alpha}{2} - \frac{1+\alpha}{2} \beta_p^{(1)} \sin p\Omega, \quad (5)$$

$$\frac{\partial \Phi_2}{\partial \theta} = \frac{\alpha-1}{2\alpha} - \frac{1+\alpha}{2\alpha} \beta_l^{(2)} \sin l\Omega.$$

Предполагается, что пучки модулируются на частотах $p\Omega$ и $l\Omega$, где p и l — целые числа, $\beta_p^{(1)}$, $\beta_l^{(2)}$ — коэффициенты модуляции первого и второго пучков на частотах $p\Omega$, $l\Omega$ соответственно.

Влияние дополнительного пучка на амплитуду волн, возбуждаемых пучком в процессе взаимодействия с плазмой, продемонстрировано расчетами на рис. 4а, б, на которых дана зависимость амплитуд гармоник тока основного пучка от длины пространства взаимодействия. Рассмотрен случай, когда второй пучок имеет на порядок меньшую концентрацию и движется быстрее или медленнее основного пучка, т. е. выполняет роль управляющего. На рис. 4а рассмотрен случай, когда в плоскости $z=0$ управляющий пучок модулируется сигналом на частоте 3Ω , причем $3\Omega < \omega_p$ и $\varepsilon_{zn} < 0$ для $n \leq 3$, но $4\Omega > \omega_p$.

Основной пучок входит в пространство взаимодействия немодулированным. Параметры выбраны таким образом, что наибольшим значением обладает постоянная усиления для частоты 3Ω : $q_{31,2} < 0$, $|q_{31,2}| > q_{n \neq 31,2}$. В результате из всех гармоник наиболее интенсивной получается третья. Поэтому о влиянии управляющего пучка предполагается судить по амплитуде I_{31} . Из анализа приведенных кривых следует, что под влиянием второго пучка, начиная с некоторого расстояния, происходит группировка электронов первого, так что амплитуда гармоники тока $|I_{31}|$ нарастает в пространстве. Сравнивая кривые, можно видеть,

что группировка получается более плотной и достигается на меньших расстояниях, если управляющий пучок движется быстрее основного. Физически это можно объяснить тем, что под влиянием полей, наведенных в плазме управляющим пучком, электроны основного пучка модулируются. Затем начинается их группировка в сгусток, усиливаемая плазмой, как и в случае одного пучка. Однако, когда скорости пучков не различаются достаточно сильно, вступает в действие «двухпучковый» механизм. За счет торможения более быстрого пучка достигается больший уровень насыщения.

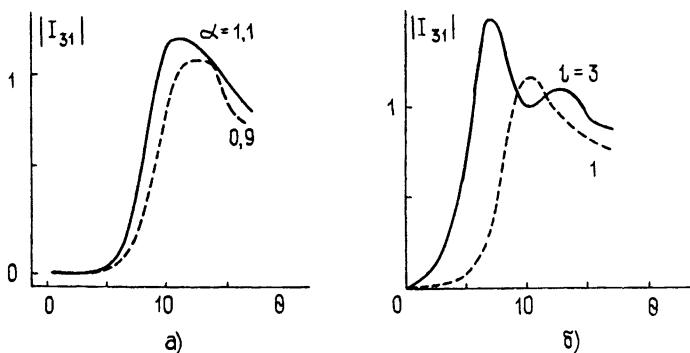


Рис. 4. Зависимость амплитуды тока $|I_{31}|$ от безразмерной длины пространства взаимодействия:

$q_{n1} = -0,1; -0,2; -0,3; 0,1$ ($n \leq 5$); $q_{n1} = 0$ ($n > 5$);
 $q_{n2} = -0,01; -0,02; -0,03; 0,03; 0,01$ ($n \leq 5$); $q_{n2} = 0$
 ($n > 5$); $\beta_n^{(1)} = 0$ для всех n , $\beta_{n=1}^{(2)} = 0,15$, $\beta_{n>1}^{(2)} = 0$;

а) сплошная кривая — $\alpha = 1,1$, пунктирная кривая — $\alpha = 0,9$;
 б) сплошная кривая — $l = 3$, пунктирная кривая — $l = 1$.

На рис. 4б представлена амплитуда $|I_{31}|$ как наиболее интенсивная из гармоник, когда управляющий пучок модулируется разными частотами: 1) $n = 3$ (сплошная кривая) и 2) $n = 1$ (пунктирная кривая). Очевидно что во втором случае амплитуда тока $|I_{31}|$ нарастает значительно быстрее и группировка получается более плотной, чем в первом. Она получается более плотной и в сравнении со случаем одного пучка в плазме. Это связано с тем, что при модуляции на частоте 3Ω колебания во втором пучке нарастают значительно быстрее ($|q_{n \neq 3}| > q_{n \neq 3}$) и существенно влияние двухпучкового механизма.

Таким образом, проведенные расчеты показали, что дисперсионные характеристики пучково-плазменной системы значительно изменяются при введении дополнительного пучка. При этом, меняя плотность и скорость пучков, можно существенно влиять на постоянные усиления и область усиливаемых частот. При определенном соотношении скоростей пучков появляется двухпучковая мода, благодаря которой усиление в системе становится возможным на частотах, значительно превышающих плазменную.

Под влиянием плазмы двухпучковая мода по сравнению со случаем взаимодействия пучков в вакууме также изменяется: повышаются значения постоянной усиления и смещается область усиливаемых частот.

Результаты расчета по нелинейным уравнениям показали, что, меняя скорость и частоту модуляции дополнительного пучка, можно в значительной степени влиять на амплитуду тока основного пучка.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кислов В. Я., Богданов Е. В.—Радиотехника и электроника, 1960, 5, с. 1974.
2. Рогашкова А. И., Цейтлин М. Б., Харченко И. Ф., Цицонь И. Т.—ЖТФ, 1973, 13, с. 95.
3. Рогашкова А. И., Шаталова Т. И.—Радиотехника и электроника, 1977, 22, с. 2592.
4. Федорченко В. Д., Мазалов Ю. П., Бакай А. С., Руткевич Б. Н.—ЖЭТФ, 1973, 65, с. 2225.
5. Викулов И. К., Тагер А. С.—Радиотехника и электроника, 1962, 7, с. 826.
6. Трайвеллис, Гоулд. Колебания сверхвысоких частот в плазме.—М.: ИЛ, 1961, с. 173.

Институт радиотехники и электроники
АН СССР

Поступила в редакцию
29 июня 1981 г.

TO THE THEORY OF TWO-BEAM INSTABILITY IN PLASMA

A. I. Rogashkova, T. I. Shatalova

A theoretical analysis has been made of interaction between a plasma and slow unidirectional electron beams in a linear and nonlinear regimes. A dependence is found for constants of amplification and the range of amplified frequencies on the density and the beam velocities as well as the role of two-beam mode due to which the amplification in the system at frequencies exceeding considerably the plasma one becomes possible. Calculation results made according to the nonlinear equations show that changing the modulation velocity and frequency of an additional beam one may effect the amplitude of the principle beam current, the lengthy of the wave process relaxation and the spectrum of growing waves.

ГЕОМАГНЕТИЗМ И АЭРОНОМИЯ, т. XXII, № 1, 1982 г.

(Продолжение)

И. Н. Бардеев, А. В. Гуревич, Я. С. Димант, И. Н. Капустин, А. М. Ройзен, А. А. Ульянов. Нестационарные процессы при возмущении радиоволнами ночной полярной ионосферы

Исследуются движения плазмы в F -слое ночной полярной ионосферы, возникающие при воздействии мощных радиоволн. Экспериментально обнаружено доплеровское смещение частот пробного радиосигнала, прошедшего возмущенную область. Проведен теоретический расчет эффекта, показано достаточное согласие теории с экспериментом

Н. Д. Борисов, И. П. Золотарев. Возбуждение токов в диапазоне геомагнитных пульсаций мощным радиоизлучением.

Исследованы структура дополнительной токовой системы и структура возмущения концентрации, возникающие при воздействии на ионосферу мощного модулированного КВ излучения. Показано, что в случае, когда частота модуляции лежит в диапазоне геомагнитных пульсаций, возможны возникновение возмущения концентрации в сопряженной части ионосферы другого полушария и эффект выноса плазмы из области прогрева, связанный с внешним электрическим полем.

В. В. Куликов. О генерации акустико-гравитационных волн авроральными электроструями

Получены аналитические решения линеаризованной задачи генерации АГВ двумя авроральными электроструями. Оценены размеры области преимущественной эффективности генерации АГВ пондеромоторной силой и джоулевым нагревом. Приведены расчетные формулы как для источника, гармонического во времени, так и для непериодического источника в виде серии импульсов различной амплитуды и продолжительности

(Продолжение см. с. 872)