Степень влияния облачности на рефракцию зависит от высоты расположения облака и его мощности. Чем ниже основание облака и чем больше его мощность, тем значительнее это влияние, при прочих равных условиях. Отчасти это соответствует морфологической классификации облачности, в основу которой входит высота расположения нижней границы облака [3] Рис. 1 подтверждает этот вывод, за исключением случая с облаком St.

Для июля соответствие ΔR морфологической классификации прослеживается в меньшей степени Это может быть связано с тем обстоятельством, что сильная облачность (в нашем случае в 8—10 баллов) — характерный признак изменения всего высотного профиля коэффициента преломления и его градиента. Не случайно $\max \Delta R$ достигается в тех моделях облачной атмосферы, для которых Δn_0 имеет максимальное значение, а заметное изменение величины ΔR происходит до высоты 6—7 *км* для большинства облаков. Только в январе ΔR «формируется» в основном в слое воздуха высотой 4 *км*, а для Ci — до 2 *км* в течение всего года.

Отметим, что результаты расчета несут на себе отпечаток географических и климатических особенностей места радиозондирования. Кроме того, статистические модели атмосферы рассчитаны для стандартных уровней [8]. Если какая-либо метеорологическая величина имеет особенности в диапазоне H, меньше разницы высот между стандартными уровнями, то они никак не проявятся на высотных профилях. Заметим, что форма облаков определялась с земной поверхности, поэтому при сплошной облачности в ряде случаев не исключено присутствие вышележащих слоев [8].

Для оценки изменений величины ΔR, связанной с вариациями метеопараметров, необходимо вычислять моменты более высокого порядка. Эта задача требует знания корреляционных связей между метеорологическими элементами во всем диапазоне высот вдоль трассы распространения радиолуча. Взаимно-корреляционные функции температуры и влажности в зависимости от облачного состояния атмосферы до сих пор изучены слабо, и данные о них практически отсутствуют в литературе [9]. Планируемые дальнейшие исследования флуктуационных характеристик метеопараметров позволят получить более полное представление о влиянии облачности на рефракцию.

Однако уже сейчас можно отметить, что изменение рефракции связано в основном с деформацией метеорологических элементов в атмосфере с облаками относительно безоблачной воздушной среды и достигает заметных величин $\Delta R \approx -4{,}5 \div 5{,}5'$, которые необходимо учитывать при прецизионных исследованиях распространения радиоволн и в практике работы антенн с узкой диаграммой направленности около горизонта .

ЛИТЕРАТУРА

1. Бин Б. Р., Даттон Е. Д. Радиометеорология.— Л.: Гидрометеоиздат, 1971.
2. Казаков Л. Я., Ломакин А. Н. Неоднородности коэффициента преломления воздуха в тропосфере.— М.: Наука, 1976.
3. Матвеев Л. Т. Курс общей метеорологии. Физика атмосферы.— Л : Гидрометеоиздат, 1976.
4. Паршуков В. А.— Радиотехника и электроника, 1978, 23, № 7, с. 1523.
5. Ефанов В. А, Колосов М. А., Моисеев И. Г., Нестеров Н. С, Паршуков В. А., Семенов А. А, Шабельников А. В.— Радиотехника и электроника, 1978, 23, № 9, с. 1969.
6. Жевакин С. А., Каневский М. Б.— Изв. вузов — Радиофизика, 1976, 19, № 4, с. 514.
7 Насилов Д. Н. Радиометеорология.— М : Наука, 1966.
8. Васищева М. А., Щукин Г. Г. Экспериментальные исследования водности облаков. Статистические модели атмосферы.— Обнинск: Информ центр, 1976.
9. Комаров В. С.— Труды ВНИИГМИ—МЦД, 1978, № 57, с. 3.

Институт радиотехники и электроники
АН СССР

Поступила в редакцию
23 ноября 1981 г.

УДК 517 925

О ПОВЕДЕНИИ СПЕКТРА СТРАННОГО АТТРАКТОРА В КРИТИЧЕСКОЙ ТОЧКЕ

А С. Пиковский

Во многих нелинейных диссипативных системах с небольшим числом степеней свободы могут возникать стохастические движения, характеризуемые, в частности, сплошным энергетическим спектром. В фазовом пространстве соответствующей динамической системы этому переходу, который можно рассматривать как фазовый переход «порядок—беспорядок», отвечает появление странного аттрактора (СА) [1]. Одним из наиболее типичных способов возникновения СА, реализующимся в ряде экспериментов

[2, 3], является переход через бесконечную последовательность бифуркаций удвоения периода колебаний. В работах [4–6] для этой ситуации был определен критический индекс для «параметра беспорядка» — энтропии $h : h \sim (r - r_c)^{\gamma}$, где $\gamma = 0{,}449$ ..., а r_c — точка перехода. В данной работе исследуется критическое поведение спектра мощности СА. Спектр состоит из широкополосного «пьедестала» и узких пиков, для ширины которых $\Delta\omega$ определяется критический индекс: $\Delta\omega \sim (r - r_c)^{\rho}$, где $\rho = 2{,}42$ .. (форма пьедестала и критический индекс для его интенсивности, т. е. дисперсии широкополосной части шума, определены в недавних работах [7, 10]).

Переход к СА через последовательность бифуркаций удвоения периода происходит в системах, сводящихся к квадратичному отображению отрезка в себя вида

$$x_{i+1} = r\left(1 - 2x_i^2\right). \tag{1}$$

Это преобразование получается в реальных ситуациях как отображение последования: последовательные точки пересечения траектории динамической системы с выбранной секущей поверхностью образуют узкую полоску с канторовской поперечной структурой, а преобразование продольной координаты x имеет вид (1). Заметим, что, как установлено Фейгенбаумом [8], в результате скейлинга свойства системы в критической точке не зависят от конкретной формы отображения (нужно только, чтобы оно было гладким и невырожденным). Так, последовательность значений параметра, при которых происходят бифуркации удвоения периода, сходится к критической точке, как геометрическая прогрессия $r_c - r_n \sim \delta^{-n}$, где $\delta = 4{,}669$ ... — универсальная константа. При $r = r_c$ аттрактор в системе (1) представляет собой канторово множество, чему отвечает почти периодическое движение СА «вырастает» из этого множества через бесконечную последовательность «разбуханий»: при $r = r_n > r_c$ он состоит из $N = 2^n$ отрезков $I_1^{(n)}, \ldots, I_N^{(n)}$, переходящих один в другой, причем $r_n - r_c \sim \delta^{-n}$ [4–6]. Преобразование $I_i^{(n)} \to I_{i+1}^{(n)}$ при $i = 1, \ldots, N-1$ — это просто перекладывание, а $I_N^{(n)} \to I_1^{(n)}$ эквивалентно отображению (1) с $r = 1$, т. е. отрезок $I_N^{(n)}$ растягивается вдвое, складывается пополам и укладывается на $I_1^{(n)}$.

Нас будут интересовать характеристики спектральной линии на основной частоте, поэтому процесс можно представить в виде

$$X(t) = \cos\left(\int_0^t \omega(t)\,dt - \varphi_0\right). \tag{2}$$

Здесь φ_0 — равномерно распределенная в интервале $(0, 2\pi)$ случайная начальная фаза, а $\omega(t)$ — частота, изменяющаяся вследствие неэквидистантности моментов пересечения с секущей*. Частота i-го колебания (участка траектории от i-го до $i+1$-го пересечения с секущей) есть функция точки пересечения: $\omega_i = F(x_i)$.

Используя (2), для автокорреляционной функции процесса получим

$$\langle X(t)\,X(t+\tau)\rangle = 0{,}5\cos\omega_0\tau\,\langle\cos\varphi(M)\rangle, \tag{3}$$

где $\omega_0 = \langle\omega_i\rangle = 2\pi/T_0$ — средняя частота линии, $\varphi(M) = T_0\sum_{i=1}^{M}(\omega_i - \omega_0)$ — стохастический набег фазы, $\tau = MT_0$, а усреднение проводится по инвариантной мере СА. Пусть $r = r_n$. Разобьем сумму в выражении для φ на блоки по N слагаемых:

$$\varphi^{(n)}(M) = T_0\sum_{j=1}^{K}\sum_{l=jN-N+1}^{jN}\left(\omega_l^{(n)} - \omega_0\right) \equiv T_0\sum_{j=1}^{K}\Omega_j^{(n)},$$
$$M = K\cdot N.$$

Если F — непрерывная функция, то последовательные значения $\omega_i^{(n)}$ принадлежат отрезкам $J_1^{(n)} = F\left(I_1^{(n)}\right), \ldots, J_N^{(n)} = F\left(I_N^{(n)}\right)$, которые преобразуются так же, как и отрезки $I_i^{(n)}$. Поэтому при подходящем выборе начального момента времени $\Omega_j^{(n)}$ представляет собой сумму перекладываемых отрезков, а $\Omega_{j+1}^{(n)}$ — сумму тех же отрезков, но растянутых вдвое и сложенных пополам. Следовательно, преобразование $\Omega_j^{(n)} \to \Omega_{j+1}^{(n)}$ при всех n эквивалентно (1) с $r = 1$.

* Это верно лишь для автономных систем. Для систем, которые стохастизуются периодической внешней силой, ω есть частота этой силы и спектральные линии бесконечно узки — δ-функции.

Ввиду экспоненциально быстрого расщепления корреляций в подобных преобразованиях [1] набег фазы $\varphi(M)$ как суммы независимых случайных величин растет диффузионно — его дисперсия есть линейная функция времени:

$$\langle (\varphi^{(n)}(M))^2 \rangle \simeq T_0^2 K \langle (\Omega^{(n)})^2 \rangle = T_0^2 M 2^{-n} \langle (\Omega^{(n)})^2 \rangle. \qquad (4)$$

Время затухания корреляционной функции, равное обратной ширине спектральной линии $\Delta\omega$, есть, как следует из (3), то время, за которое дисперсия набега фаз становится порядка единицы. Из (4) имеем

$$\Delta\omega^{(n)} \simeq T_0 2^{-n} \langle (\Omega^{(n)})^2 \rangle. \qquad (5)$$

При $n \to \infty$ вследствие скейлинга квадрат суммы отрезков должен убывать, как геометрическая прогрессия: $\langle (\Omega^{(n)})^2 \rangle \sim \sigma^{-n}$. Это подтвердилось в проведенных нами численных расчетах, причем для универсальной константы σ получено значение $\sigma = 21{,}03...$ Подставляя это в (5) и учитывая, что $r - r_c \sim \delta^{-n}$, сразу получим критический индекс для ширины спектральной линии $\Delta\omega \sim (r - r_c)^\rho$, где $\rho = \ln 2\sigma / \ln \delta = 2{,}42..$

В заключение отметим, что рассмотренная нами характеристика стохастических движений — ширина спектральной линии — в некотором смысле является более подходящим параметром беспорядка, чем энтропия. Во-первых ,она легко определяется экспериментально, а во-вторых, имеет ясный физический смысл и в том случае, когда на странный аттрактор действует внешний шум (который размывает переход к стохастичности аналогично тому, как внешнее поле размывает фазовый переход).

После того, как данная работа была закончена, автору стала известна статья [9], в которой решается та же задача, однако критический индекс ρ определен неверно.

ЛИТЕРАТУРА

1. Рабинович М. И — УФН, 1978, **125**, с 123.
2. Libchaber A., Maurer J. J.— J. de Phys, 1980, **41**, p. 51.
3. Gollub J. P, Benson S. V.— J. Fluid Mech, 1980, **100**, p. 449.
4. Tresser C., Coullet P — Comp. Rand. A. S. Paris, 1978, **287A**, p. 577.
5. Пиковский А. С — Изв. вузов — Радиофизика, 1980, **23**, № 7, с. 883.
6. Huberman B. A, Rudnick J.— Phys. Rev. Lett, 1980, **45**, p. 154.
7. Huberman B A, Zisook A. B.— Phys, Rev. Lett., 1981, **46**, p. 626.
8. Feigenbaum M. J.— J. Stat Phys., 1978, **19**, p. 25.
9. Farmer J. D.— Phys Rev. Lett, 1981, **47**, p. 179.
10. Wolf A., Swift J.— Phys. Lett., 1981, **83A**, p. 184.

Институт прикладной физики
АН СССР

Поступила в редакцию
2 ноября 1981 г.

УДК 621.391 : 519.217

КУМУЛЯНТНЫЙ СИНТЕЗ МАРКОВСКИХ МОДЕЛЕЙ НЕГАУССОВЫХ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ

В Я. Конторович

Синтез марковских моделей непрерывных негауссовых случайных процессов является весьма актуальной задачей. Некоторые соображения по построению процедур синтеза таких моделей изложены в [1, 2]. Цель настоящей статьи состоит в том, чтобы обратить внимание специалистов на тот факт, что результаты кумулянтного анализа случайных процессов [3] можно использовать при решении задачи синтеза одномерных марковских моделей. Действительно, пусть априорно известны $W(x)$ и семейство двухмоментных кумулянтов вида*

$$\left\{ \varkappa_s(0, \tau^{[s-1]}) \right\}_2^k.$$

Пусть также заранее известно [1], что можно ограничиться одномерными марковскими моделями, порождаемыми стохастическими дифференциальными уравнениями (СДУ) первого порядка:

$$\dot{x} = f(x) + g(x)\xi(t), \qquad (1)$$

* Если задана $W_2(x, x_\tau)$, то решение задачи синтеза одномерной марковской модели тривиально .