

УДК 621 372 85

## РАСЧЕТ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ И КРИТИЧЕСКИХ ЧАСТОТ ВОЛНОВОДОВ СЛОЖНЫХ СЕЧЕНИЙ

Г. Ф. Заргано, В. П. Лялик, В. С. Михалевский, Г. П. Синяевский

Излагается методика расчета электромагнитных полей и критических частот различных типов волн волноводов сложных сечений методом частичных областей с учетом особенностей на ребре. Анализируется сходимость метода и особенности численной реализации его на ЭВМ. Оценивается точность полученных результатов и сшиваемость полей на линии раздела частичных областей. Исследуются характеристики некоторых волноводов сложных сечений.

Волноводы с Г-, П-, Н-, Т-, О- и крестообразной формой поперечного сечения (рис. 1) находят разнообразное применение в устройствах СВЧ диапазона. Сложность экспериментальной отработки устройств на таких волноводах обуславливает актуальность развития эффективных методов достаточно точного расчета полей и критических частот. Широкое распространение при анализе подобных структур получил метод частичных областей (МЧО). Обычно при его реализации не учитывается существующая особенность поведения поля вблизи острого ребра, что является причиной его медленной сходимости. Этот недостаток можно устранить, аппроксимируя поле на границе сшивания полной и ортогональной системой функций, каждая из которых учитывает особенность.

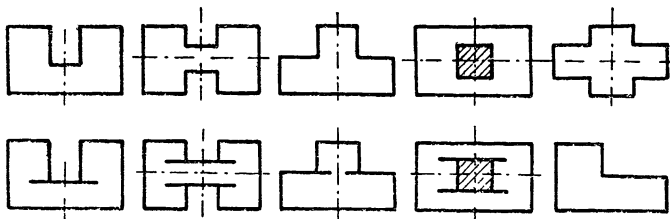


Рис. 1.

Ограничимся рассмотрением только Г-образной области (рис. 2). Задавая определенные граничные условия на контуре этой области, можем получить соответствующий тип волны в определенном волноводе [1]. Для описания конкретных типов волн в перечисленных волноводах введем индексы  $n_i$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ), обозначающие граничные условия на контуре этой области. Если на  $i$ -м отрезке контура задано граничное условие типа электрической стенки,  $n_i = 0$ , если типа магнитной,  $-n_i = 1$ . Рассматриваемая задача заключается в определении решения уравнения Гельмгольца для Г-образной области:

$$\Delta W + k_c^2 W = 0, \quad W = \begin{cases} H_z & \text{для } H\text{-волн} \\ E_z & \text{для } E\text{-волн} \end{cases}, \quad (1)$$

где  $k_c = 2\pi/\lambda_c$  — критическое волновое число.

Согласно МЧО разбиваем Г-образную область на две частичные прямоугольные области. Решение уравнения (1) в частичных областях ищем в виде

$$W^a = \sum_{m=0}^{\infty} A_m^{av} X_m^{av}(x) Y_m^{av}(y), \quad (2)$$

где индекс  $a=I, II$  обозначает принадлежность к I или II частичной области,  $v=e, h$  — принадлежность к E- или H-волнам.

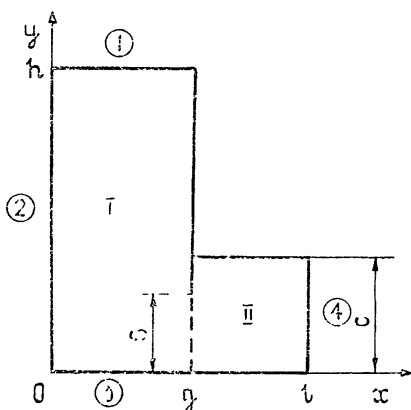


Рис. 2.

Рассмотрим вначале расчет критических частот H-волн. Функции разложения в (2) определяются следующим образом:

$$Y_m^{ah}(y) = \mu_m^a \cos(\alpha_m^a y - 0,5\pi n_3), \quad \mu_m^I = \sqrt{(2 - \delta_{0aI})/h}, \quad \mu_m^{II} = \sqrt{(2 - \delta_{0aII})/c},$$

$$\alpha_m^I = (\pi/h)(m + 0,5 | n_1 - n_3 |), \quad \alpha_m^{II} = (\pi/c)(m + 0,5 n_3), \quad (3)$$

$$\delta_{0a^a} = \begin{cases} 1, & 0 = \alpha^a \\ 0, & 0 \neq \alpha^a \end{cases}, \quad X_m^{Ih}(x) = \cos(p_m^I x - 0,5\pi n_2),$$

$$X_m^{IIh}(x) = \cos[p_m^{II}(l - x) - 0,5\pi n_4], \quad (p_m^a)^2 = k_c^2 - (\alpha_m^a)^2.$$

Неизвестные коэффициенты разложения  $A_m^{ah}$  можно выразить через функцию, определенную на линии шивания  $x=g$ ,  $f(y) = \partial H_z / \partial x \sim \sim E_y(y)$ :

$$A_m^{ah} = F_m^a \int_0^c f(y) Y_m^{ah}(y) dy, \quad F_m^a = \left[ \frac{\partial X_m^{ah}(x)}{\partial x} \Big|_{x=g} \right]^{-1}. \quad (4)$$

Сшивая теперь  $H_z$ -составляющую поля, приходим к интегральному уравнению относительно неизвестной функции  $f(y)$ :

$$\int_0^c f(y) \sum_{a=I, II} (-1)^a \sum_{m=0}^{\infty} X_m^{ah}(g) F_m^a Y_m^{ah}(y) Y_m^{ah}(y') dy = 0. \quad (5)$$

Для решения полученного интегрального уравнения воспользуемся методом Галеркина, в соответствии с которым  $f(y)$  ищем в виде

$$f(y) = \begin{cases} \sum_{n=0}^{\infty} V_n \varphi_n(y) & \text{при } 0 \leq y \leq s, \\ 0 & \text{при } s < y \leq c, \end{cases} \quad (6)$$

где  $V_n$  — неизвестные коэффициенты,

$$\varphi_n(y) = \rho(y) Z_n(y).$$

Система функций  $\{Z_n(y)\}$ , заданная на  $[0, s]$ , должна быть полна и ортогональна с весовым множителем  $\rho(y)$ , учитывающим особенность поведения  $f(y)$  при  $y \rightarrow s$  [2], и удовлетворять граничному условию при  $y=0$ . Эти требования выполняются для функций, определенных следующим образом:

— для полуплоскости

$$Z_n(y) = T_{2n+n_3}(y/s), \quad \rho(y) = [1 - (y/s)^2]^{-1/2}, \quad (7)$$

где  $T_{2n+n_3}(y/s)$  — полиномы Чебышева 1-го рода;

— для прямоугольного ребра ( $s=c$ )

$$Z_n(y) = C_{2n+n_3}^{1/6}(y/c), \quad \rho(y) = [1 - (y/c)^2]^{-1/3}, \quad (8)$$

где  $C_{2n+n_3}^{1/6}(y/c)$  — полиномы Гегенбауэра.

Совершая необходимые в соответствии с методом Галеркина преобразования, сводим интегральное уравнение (5) к однородной системе линейных алгебраических уравнений относительно коэффициентов  $V_n$ . Из условия существования нетривиального решения системы получаем уравнение для определения  $k_c$ :

$$\det |D_{nk}(k_c)| = 0 \quad (n, k = 0, 1, 2, \dots), \quad (9)$$

где

$$D_{nk} = \sum_{a=I, II} (-1)^a \sum_{m=0}^{\infty} X_m^{ah}(g) F_m^a \Phi_{nm}^a \Phi_{km}^a,$$

для полуплоскости

$$\Phi_{nm}^a = J_{2n+n_3}(\alpha_m^a s),$$

для прямоугольного ребра

$$\Phi_{nm}^a = J_{2n+1/6+n_3}(\alpha_m^a c) / (\alpha_m^a)^{1/6},$$

$J_\nu(\alpha)$  — функция Бесселя 1-го рода.

Рассмотрим теперь решение задачи для  $E$ -волн. Функции разложения, входящие в (2), имеют следующий вид:

$$Y_m^{ae}(y) = \rho_m^a \sin(\alpha_m^a y + 0,5\pi n_3), \quad (10)$$

$$X_m^{le}(x) = \sin(\rho_m^l x + 0,5\pi n_2), \quad X_m^{lle}(x) = \sin[\rho_m^{ll}(l-x) + 0,5\pi n_4].$$

Неизвестные коэффициенты  $A_m^{ae}$  выражаются через функцию  $f(y) = E_z(y)$  при  $x=g$ . Интегральное уравнение относительно  $f(y)$  получается после сшивания  $H_y$ -компоненты поля. При его решении искомая функция  $f(y)$  аппроксимируется следующей системой функций:

для полуплоскости

$$Z_n(y) = U_{2n+1-n_3}(y/s), \quad \rho(y) = [1 - (y/s)^2]^{1/2}, \quad (11)$$

где  $U_{2n+1-n_3}(y/s)$  — полиномы Чебышева 2-го рода;  
для прямоугольного ребра при  $s=c$

$$Z_n(y) = C_{2n+1-n_3}^{7/6}(y/c), \quad \rho(y) = [1 - (y/c)^2]^{2/3}. \quad (12)$$

В итоге решение задачи сводится к уравнению (9), матричные элементы которого определяются выражениями

$$D_{nk} = \sum_{a=1, 11}^{\infty} (-1)^a \sum_{m=0}^{\infty} [X_m^{ae}(g)]^{-1} [\partial X_m^{ae}(x)/\partial x|_{x=g}] \Psi_{nm}^a \Psi_{km}^a; \quad (13)$$

для полуплоскости

$$\Psi_{nm}^a = J_{2n+2-n_3}(\alpha_m^a s) / \alpha_m^a,$$

для прямоугольного ребра

$$\Psi_{nm}^a = J_{2n+13/6-n_3}(\alpha_m^a c) / (\alpha_m^a)^{7/6}.$$

При проведении расчетов определитель (9) находился приближенно с помощью метода редукции ( $\max(n, k) = N$  — номер приближения). Ряды, входящие в матричные элементы, вычислялись при учете конечного числа ( $M_a$ ) членов. Для нахождения функций Бесселя при аргументах  $x \geq 5$  использовался алгоритм, изложенный в работе [3]; при  $x < 5$  функции вычислялись с помощью определяющего степенного ряда. Следует заметить, что функции Бесселя не зависят от волнового числа, поэтому их достаточно вычислить один раз и запомнить.

На основе разработанного подхода для ЭВМ БЭСМ-6 на языке Алгол была составлена программа расчета полей и критических частот волноводов перечисленных сложных сечений. Так как функция  $G(\xi) = \det |D_{nk}(\xi)|$  кроме нулей имеет также разрывы 2-го рода, координаты которых определяются нулями  $F_m^a$  для  $H$ -волн и  $X_m^{ae}(g)$  для  $E$ -волн, с целью сокращения времени счета в программе было предусмотрено устранение этих разрывов. Среднее время счета одной критической частоты с погрешностью  $10^{-3}$  составляет 1 с.

Табл. 1 и 2 иллюстрируют сходимость результатов расчета критических волновых чисел  $H$ - и  $E$ -волн по параметрам  $M_a$  и  $N$ . В табл. 1 представлены результаты расчета  $k_{cl}$  первой и четвертой  $E$ -волн Г-образного волновода с размерами  $h=l$ ,  $c=g=0,5l$ . Для этого примера в работе [4] с гарантированной высокой точностью методом конечных элементов получено  $k_{1l}=6,20958$ ,  $k_{4l}=12,88014$ . Следовательно, при увеличении  $M_a$  и  $N$  результаты (табл. 1) сходятся к точному значению и уже третье приближение ( $N=2$ ) при  $M_a=20$  обеспечивает погрешность менее 0,1%.

В табл. 2 приведены в зависимости от параметров  $M_a$  и  $N$  результаты расчета  $k_{cl}$  волн  $H_{10}$  и  $H_{01}$ ,  $H_{12}$  и  $H_{21}$  крестообразного волновода ( $h=l$ ,  $g=c=0,206l$ ), которые при данных размерах являются попарно вырожденными. Из таблицы видно, что результаты 1,6645 и 4,9274 стабилизируются уже при  $N=2$ ,  $M_a=50$ . Аналогичные значения при использовании МЧО без учета особенности достигаются при  $N=10$ ,  $M_a=60$ [5].

Из выполненного численного анализа следует, что при проведении практических расчетов достаточно использовать второе-третье приближение метода при  $M_a=20 \div 30$ .

Наряду с анализом сходимости критических частот была проведена проверка «сшиваемости» решений на границе раздела частичных областей для различных типов волн. Для этого были вычислены  $x$ -,  $y$ -,  $z$ -компоненты электромагнитного поля на границе сшивания.

Таблица 1

N	$M_a$				
	20	50	100	500	1000
0	6,23712 13,27490	6,24373 13,27536	6,24541 13,27518	6,24638 13,27555	6,24645 13,27556
1	6,20537 13,01253	6,20851 13,02184	6,20928 13,02406	6,20973 13,02533	6,20977 13,02543
2	6,20453 12,89107	6,20816 12,89271	6,20902 12,89301	6,20952 12,89318	6,20956 12,89319
3	6,20421 12,87500	6,20814 12,87893	6,20902 12,87983	6,20952 12,88034	6,20956 12,88038
4	6,20377 12,87498	6,20809 12,87884	6,20901 12,87965	6,20952 12,88009	6,20956 12,88012

Таблица 2

N	$M_a$	$H_{10}$	$H_{01}$	$H_{21}$	$H_{12}$
0	20	1,6633	1,6649	4,9285	4,9274
0	30	1,6625	1,6645	4,9278	4,9262
0	50	1,6619	1,6643	4,9273	4,9254
1	20	1,6655	1,6652	4,9286	4,9290
1	30	1,6649	1,6648	4,9279	4,9280
1	50	1,6645	1,6645	4,9273	4,9274
2	20	1,6655	1,6653	4,9288	4,9290
2	30	1,6649	1,6649	4,9279	4,9280
2	50	1,6645	1,6645	4,9274	4,9274
3	20	1,6656	1,6654	4,9290	4,9292
3	30	1,6649	1,6649	4,9280	4,9281
3	50	1,6645	1,6645	4,9274	4,9274

Таблица 3

$y/l$	$ 2\Delta H_z / (H_z^I + H_z^{II})  \cdot 100\%$		$ 2\Delta E_z / (E_z^I + E_z^{II})  \cdot 100\%$	
	$H_1$ $k_c l = 1,086002$	$H_2$ $k_c l = 3,170687$	$E_1$ $k_c l = 5,020695$	$E_{10}$ $k_c l = 10,499087$
0,03	0,074	0,044	0,201	0,037
0,07	0,064	0,013	0,039	0,007
0,10	0,034	0,025	0,025	0,005
0,15	0,008	0,050	0,059	0,013
0,18	0,045	0,044	0,074	0,017
0,22	0,057	0,002	0,070	0,018
0,26	0,032	0,055	0,042	0,011
0,30	0,017	0,066	0,037	0,019
0,33	0,013	0,072	0,337	0,187
0,36	0,386	0,310	1,744	1,316

Некоторые результаты расчета относительного расхождения  $H_z$ -компонент полей для стандартного П-волновода с размерами  $h=0,9l$ ,  $c=0,345l$ ,  $g=0,845l$  приведены в табл. 3. Как видно, расхождение минимально вдали от ребра и увеличивается по мере приближения к нему. Максимальное расхождение не превышает 2%, в большинстве случаев меньше 0,1%. Сшиваемость  $x$ - и  $y$ -компонент поля несколько хуже.

На основе изложенного метода были проведены исследования характеристик различных волноводов сложных сечений. Например, на рис. 3 приведен график, показывающий преобразование мод  $H_{20}$  и  $H_{02}$  квадратного волновода в моды  $H_{22}^0$  и  $H_{22}^+$  с ортогональными поляризациями вектора электрического поля в зависимости от величины выступа крестообразного волновода ( $g=c, h=l$ ). Возможность передавать электромагнитные волны с двумя ортогональными поляризациями, позволяющая использовать его в качестве излучающих элементов фазированных антенных решеток, является одним из достоинств крестообразного волновода с такими размерами [5]. Однако, как показали проведенные расчеты, для высших типов волн ортогональность поляризий перестает существовать из-за сильного влияния выступа.

На рис. 4, 5 представлены результаты расчета критических частот и волнового сопротивления волновода с Т-образным выступом. Волновое сопротивление определялось при этом через значения «напряжения» бегущей волны и передаваемой мощности следующим образом:

$$Z_b = U^2/2P, \quad U = \int_0^c E_y|_{x=l} dy, \quad (14)$$

$$P = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \left(\frac{k}{k_c}\right)^2 \sqrt{1 - (k_c/k)^2} \int_{s^*} |H_z|^2 ds^*,$$

$k$  — волновое число свободного пространства,  $s^*$  — площадь поперечного сечения волновода.

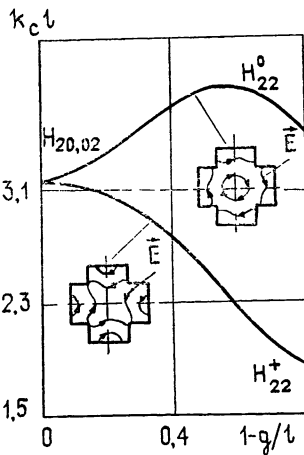


Рис. 3.

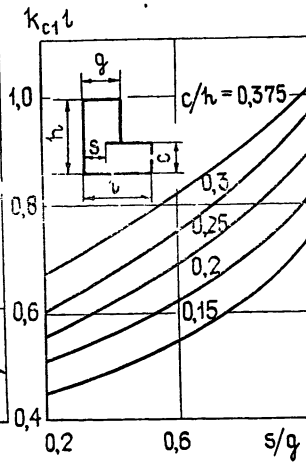


Рис. 4.

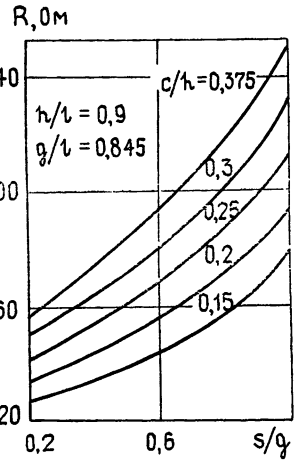


Рис. 5.

Величина  $R$ , представленная на рис. 5, связана с волновым сопротивлением соотношением  $Z_b = R/\sqrt{1 - (k_c/k)^2}$ . Как видно, пластина на гребне волновода уменьшает критическую частоту и волновое сопротивление волновода.

Таким образом, в работе изложен эффективный метод расчета широкого круга волноводов сложных сечений, который может быть распространен для расчета несимметричных волноводов, замедляющих систем и других волноводных структур.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Заргано Г. Ф., Лерер А. М., Ляпин В. П., Михалевский В. С., Синявский Г. П. Волноводы сложных сечений.— Ростов-на-Дону: Гос. ун-т, 1979.
2. Миттра Р., Ли С. Аналитические методы теории волноводов — М.: Мир, 1974.
3. Ключниченко В. А. В сб.: Пьезоэлектрические материалы и преобразователи.— Ростов-на-Дону: Гос. ун-т, 1971, с. 36.
4. Стренг Г., Фикс Дж. Теория метода конечных элементов.— М.: Мир, 1977.
5. Feng-Ling Cheng Lin—IEEE Trans., 1977, MTT-25, № 9, p. 756.

Ростовский-на-Дону государственный университет

Поступила в редакцию  
6 июля 1981 г.

### CALCULATION OF ELECTROMAGNETIC FIELDS AND CRITICAL FREQUENCIES OF WAVEGUIDES WITH COMPLEX SECTIONS

G. F. Zargano, V. P. Lyapin, V. S. Mikhalevskij, G. P. Sinyavskij

A methodics is presented for calculation of electromagnetic fields and critical frequencies of different wave types of waveguides with complex sections by the method of partial regions taking account of peculiarities at the edge. Convergence of the method and peculiarities of its computer numerical realization are analyzed. The accuracy of the results obtained and the field matching at the line of partial region separation are estimated. Characteristics of some waveguides of complex sections are studied.

УДК 621.372 209

### ИЗЛУЧЕНИЕ КОЛЬЦЕВОГО СГУСТКА С ТОКОМ, ДВИЖУЩЕГОСЯ ВДОЛЬ ОСИ ПОЛУБЕСКОНЕЧНОЙ КОАКСИАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ

А. Ш. Иркегулов, Э. И. Уразаков, А. Б. Швачка

Исследовано возбуждение полубесконечной системы кольцевым сгустком с азимутальным током, движущимся вдоль оси ускорительного тракта. Система двух парных интегральных уравнений типа Винера—Хопфа—Фока, к которой сводится краевая задача, решена методом факторизации матрицы ядра системы  $\hat{L}(2 \times 2)$ . Решение получено путем разложения матрицы  $\hat{L}$  по проекционным операторам. Проекторы построены с помощью матриц Паули. Получены аналитические выражения для поля излучения, плотности и потока энергии, а также радиационной силы, действующей на сгусток. Выполнены численные расчеты на БЭСМ-6 для конкретных конфигураций каналов. Найдена зависимость потока энергии и радиационной силы от скорости движения сгустка.

Статья депонирована в ВИНТИ,  
рег. № 4508—82. Деп. от 16 августа 1982 г.

УДК 621.371.4

### ИССЛЕДОВАНИЕ РАССЕИВАЮЩИХ СВОЙСТВ ЗЕМНЫХ ПОКРОВОВ В МИЛЛИМЕТРОВОМ ДИАПАЗОНЕ ВОЛН

Г. А. Андреев, Б. Д. Замаев, В. Г. Колесников, Л. Ф. Черная

Рассмотрены методика и аппаратура измерений удельных ЭПР земных покровов на ММВ с летательного аппарата. Приведены экспериментальные данные по удельным ЭПР пашни, луга, бетона, их вариациям при различных погодных условиях. Характеристики рассеяния калибровочной поверхностью-бетоном сопоставляются с теоретическими результатами. Полученные данные не противоречат опубликованным ранее для углов падения, близким к нормали. Результаты могут быть использованы при проектировании радиотехнических систем, а также при исследовании природных ресурсов радиофизическими методами.

Статья депонирована в ВИНТИ,  
рег. № 4509—82. Деп. от 16 августа 1982 г.