

УДК 538.574.6

О КРИТЕРИЯХ ПРИМЕНИМОСТИ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ДИФРАКЦИИ*

Ю. А. Кравцов, Ю. И. Орлов

Предложены эвристические критерии применимости геометрической теории дифракции, опирающиеся на понятие френелевских объемов дифракционных лучей, т. е. областей, существенных для дифракции. Предлагаемые критерии сводятся к требованию, чтобы в пределах френелевских объемов выполнялись условия практического постоянства тех величин, которые строго постоянны в исходной эталонной дифракционной задаче, из которой берутся коэффициенты дифракции.

Приведены примеры использования предложенных критериев и рассмотрены некоторые смежные вопросы: об оценке полей в областях неприменимости ГТД, о «неустойчивости» дифракционных лучей, о выборе идеализированных моделей дифракции и др.

1. ВВЕДЕНИЕ

Геометрическая теория дифракции (ГТД) имеет дело с дифракционными полями лучевого типа, т. е. с полями, допускающими лучевое истолкование. Типичное выражение для дифракционного поля в ГТД имеет вид (для простоты обсуждаем скалярную задачу)

$$u = u^0 (D/\sqrt{\delta}) \exp(ik\Delta\psi) + O(1/k). \quad (1.1)$$

Здесь $u^0 = A^0 \exp(ik\psi^0)$ — падающее поле в точке дифракции, т. е. в точке зарождения дифракционного луча, $\Delta\psi = \psi - \psi^0$ — эйконал, отсчитываемый от точки дифракции, δ — расходимость дифракционных лучей, D — коэффициент дифракции, определяемый из решения соответствующей канонической (модельной) задачи (например, дифракция на клине, круговом цилиндре и т. д.).

ГТД была предложена Келлером в 50-х годах [1, 2] и быстро заняла ключевые позиции в современной теории дифракции высокочастотных (коротковолновых) полей (нынешнее состояние ГТД отражено в работах [3–8]). Можно смело утверждать, что в настоящее время без приемов ГТД и родственных ей методов, например, метода краевых волн Уфимцева [9], нельзя рассчитать дифракцию коротких волн на больших телах сколько-нибудь сложной формы.

Несмотря на широкое распространение ГТД, универсальные условия ее применимости до сих пор не сформулированы. В данной работе предлагается эвристический подход к вопросу о границах применимости ГТД, в основе которого лежит представление о френелевских объемах дифракционных лучей.

2. ФРЕНЕЛЕВСКИЕ ОБЪЕМЫ ДИФРАКЦИОННЫХ ЛУЧЕЙ И ГРАНИЦЫ ПРИМЕНИМОСТИ ГТД В ОБЩЕМ СЛУЧАЕ

Рассмотрим двухзвенные виртуальные дифракционные лучи, которые состоят из двух отрезков, удовлетворяющих лучевым уравнениям, и имеют излом в точке r' . Предполагается, что первый отрезок при-

* Работа доложена на VIII Всесоюзном симпозиуме по дифракции и распространению волн (Львов, 21–23 сентября 1981 г.)

надлежит первичному семейству дифракционных лучей (краевых, верхних, соскальзывания и т. д.), а второй соединяет точку излома r' с точкой наблюдения r . В качестве примера на рис. 1 показан один из краевых виртуальных лучей $r^0(l') \rightarrow r' \rightarrow r$, покидающий кромку в точке $r^0(l')$.

Границу френелевского объема $F(r') = 0$ в общем случае определим как геометрическое место точек r' , для которых эйконал $\psi_v(r')$ вдоль виртуальных лучей отличается на $\lambda/2$ от эйконала ψ_0 вдоль опорного луча, непосредственно приходящего в точку наблюдения r (на рис. 1 это луч $r^0(l^0) \rightarrow r$):

$$F(r') = |\psi_v(r') - \psi_0| - \lambda/2 = 0. \quad (2.1)$$

По существу, поверхность (2.1) объединяет первые зоны Френеля, «нанизанные» на дифракционный луч*, а ограниченный ею объем представляет собой область, которая формирует поле в точке наблюдения r . В этом можно убедиться на многих примерах, допускающих интегральное представление поля, связанного с дифракционными лучами: сюда относится интеграл Гюйгенса—Кирхгофа, интеграл Браунбека [1], метод эквивалентных токов [15], метод интерференционного интеграла [16], а также метод краевых волн [9, 17].

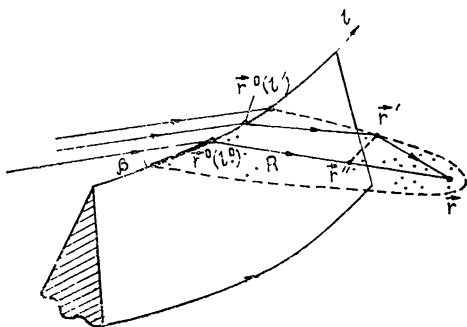


Рис. 1.

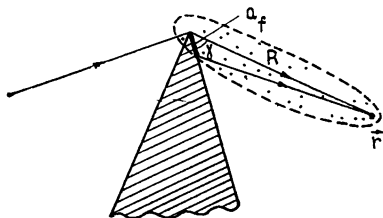


Рис. 2.

Основанные на френелевских объемах эвристические условия применимости ГТД сводятся к требованию, чтобы внутри френелевских объемов дифракционных лучей были практически постоянны те величины, которые строго постоянны в исходной модельной задаче дифракции. Если b_f — одно из сечений френелевского объема, а L — соответствующий этому сечению характерный масштаб изменения того или иного параметра задачи (амплитуды падающей волны, дифракционного коэффициента и т. д.), постоянного в модельной задаче, то сформулированный выше критерий применимости сводится к неравенству

$$b_f \ll L. \quad (2.2)$$

Кроме того, в случае многолучевости, в частности, при наличии каустик дифракционных лучей, необходимо наложить вспомогательное требование различимости лучей [10–13]:

$$k|\psi_1 - \psi_2| > \pi, \quad (2.3)$$

где ψ_1 и ψ_2 — эйконалы двух лучей, приходящих в точку наблюдения.

* Что касается высших зон Френеля, заданных уравнением $|\psi_v(r') - \psi_0| = m\lambda/2$, $m = 2, 3, \dots$, то можно ожидать, что они, как и в случае обычных лучей, в совокупности дают малый вклад в результирующее поле.

Предлагаемые здесь критерии применимости ГТД (2.2) и (2.3) удобны тем, что они позволяют решить вопрос о пригодности тех или иных формул ГТД фактически до решения задачи дифракции по методу ГТД. Иными словами, они дают априорные условия применимости ГТД. Для их формулировки необходимы лишь геометрические построения в духе ГТД, так что мы имеем дело с внутренними критериями применимости.

Имея в виду положительные результаты, полученные при помощи аналогичных критериев в обычной геометрической оптике [10-13], можно надеяться, что условия (2.2) и (2.3) являются достаточными условиями применимости ГТД. Не занимаясь здесь доказательством достаточности этих условий, мы ориентируемся прежде всего на их физическую обоснованность, подкрепленную рядом примеров*, относящихся преимущественно к неравномерным (лучевым) асимптотическим формулам вида (1.1) для краевых волн (п. 3) и волн соскальзывания (п. 4). Изложение разнообразных примеров в рамках данной журнальной статьи неизбежно оказалось конспективным. Более подробное рассмотрение конкретных задач дано в работе [14], к которой мы отсылаем читателя за деталями вычислений.

3. УСЛОВИЕ ПРИМЕНИМОСТИ ГТД В ЗАДАЧАХ ДИФРАКЦИИ ВОЛН НА КРОМКАХ

3.1. Продольный и поперечный масштабы френелевского объема. Пусть ψ^0 — эйконал падающей волны на кромке, нормальное уравнение которой $r = r^0(l)$, l^0 — точка срыва опорного луча $r^0(l^0) \rightarrow r$, а $l' -$ точка срыва виртуального двухзвенного луча $r^0(l) \rightarrow r' \rightarrow r$ (рис. 1). В этих условиях уравнение (2.1) принимает вид

$$\begin{aligned} & |\psi^0[r^0(l^0)] + |r - r^0(l^0)| - \psi^0[r^0(l')] - \\ & - |r' - r^0(l')| - |r - r'| - \lambda/2 = 0. \end{aligned} \quad (3.1)$$

Используя (3.1), получим сначала оценку продольного (т. е. вдоль кромки) сечения френелевского объема. Приближенное уравнение границы френелевского объема получается разложением (3.1) в ряд Тейлора по разности $r' - r''$, где r'' — ближайшая к r' точка на опорном луче. Оставляя в (3.1) только квадратичные члены разложения по $r' - r''$, для сечения b_f френелевского объема непосредственно кромкой получим выражение

$$b_f = \frac{1}{\sin \beta} \sqrt{\lambda \left| \frac{1}{R} + \frac{1}{\rho_1} \right|^{-1}}, \quad (3.2)$$

где $R = |r - r^0(l^0)|$ — расстояние от кромки до точки наблюдения r вдоль опорного луча, β — угол дифракции, ρ_1 — главный радиус кривизны фазового фронта краевой волны (явное выражение для ρ_1 дано в [14]).

Если точка наблюдения попадает на каустику краевых лучей, то (3.2) дает $b_f = \infty$. В этом случае в (3.1) следует сохранить высшие члены разложения по $r' - r''$, что дает

$$b_f = \left(\frac{\lambda \rho_1^2 m!}{2 \sin^2 \beta |\Delta_m|} \right)^{1/m}, \quad \Delta_m = \frac{\partial^{m-3}}{\partial l^{m-3}} \left(\cos \beta - \frac{\partial \rho_1}{\partial l} \right), \quad (3.3)$$

где $m \geq 3$ — число производных $F(r')$, обратившихся в нуль.

* Здесь уместно отметить, что сама ГТД в значительной мере является эвристической теорией, основанной на физических оправданных допущениях, подкрепленных решениями большого числа волновых задач.

Френелевский масштаб a_f в направлении поперек кромки (рис. 2) также можно найти из уравнения (3.1):

$$a_f = \lambda/2(1 - \cos \alpha), \quad (3.4)$$

где α — угол между краевым лучом и затененной гранью, $\cos \alpha = \sqrt{\cos^2 \beta + \sin^2 \beta \cos^2 \gamma}$, угол γ показан на рис. 2. Общая конфигурация френелевского объема краевого луча показана на рис. 3.

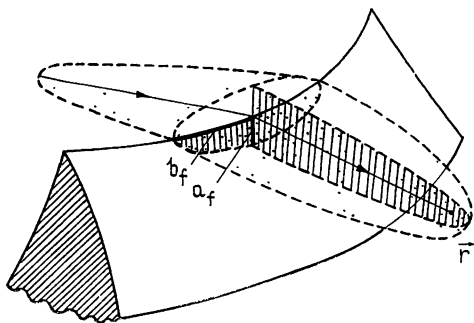


Рис. 3.

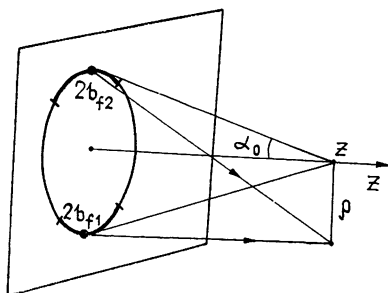


Рис. 4.

3.2. Достаточные критерии применимости ГТД в случае краевых волн. Исходя из общего критерия (2.2), достаточные условия применимости ГТД в случае краевых волн, испускаемых клиновидной кромкой тела, можно представить в виде неравенств

$$b_f \ll L_{\parallel}, \quad a_f \ll L_{\perp}, \quad (3.5)$$

где L_{\parallel} и L_{\perp} — характерные масштабы изменения параметров кромки и волнового поля соответственно вдоль и поперек кромки. Величина L_{\parallel} определяется скоростью изменения амплитуды падающей волны A^0 , коэффициента дифракции D , расходимости δ , ортов падающего (t_0) и краевого (t_1) лучей вдоль кромки:

$$L_{\parallel} = \min \left\{ \left| \frac{\partial \ln A^0}{\partial l} \right|^{-1}, \left| \frac{\partial \ln |\delta|}{\partial l} \right|^{-1}, \left| \frac{\partial \ln D}{\partial l} \right|^{-1}, \left| \frac{\partial t_{0,1}}{\partial l} \right|^{-1} \right\}. \quad (3.6)$$

В электромагнитной задаче к масштабам (3.6) следует добавить еще масштаб $|\partial e^0 / \partial l|^{-1}$ изменения вектора поляризации падающей волны.

Из условия $b_f \ll L_{\parallel}$ вытекают еще условия малости кривизн падающего ($1/\rho_{\text{пад}}$) и краевого ($1/\rho_1$, $1/R$) фазовых фронтов и кривизны кромки $1/\rho$ по сравнению с $1/b_f$, а также медленности изменения этих величин вдоль кромки:

$$b_f \ll \{ |\rho_{\text{пад}}|, |\rho_1|, \rho, R \}, \quad (3.7)$$

$$b_f \left| \frac{1}{\rho_1} \frac{\partial \rho_1}{\partial l} \right| \ll 1, \quad b_f \left| \frac{\partial \Phi}{\partial l} \right| \ll 1, \quad b_f \left| \frac{\partial \nu_{1,2}}{\partial l} \right| \ll 1,$$

где Φ — угол раствора клиновидной кромки, $\nu_{1,2}$ — орты нормалей к граням клина.

Сходные требования к параметрам задачи предъявляет и второе неравенство (3.5), из которого, в частности, вытекает требование, чтобы главные радиусы кривизны граней клина $R_{1,2}$ были велики по сравнению с a_f : $a_f \ll |R_{1,2}|$. При наличии многих краевых лучей, приходящих в точку r , должно еще выполняться неравенство (2.3).

Заметим, что аналогичные критерии могут быть распространены на случаи соответствующих равномерных асимптотик в ГТД, являющихся обобщением лучевых формул на окрестность границ тени и каустик.

3.3. Примеры. а) Допустимая степень близости краевых лучей. Условие (2.3) независимости лучей, приводящих в одну и ту же точку r , можно толковать как условие непересечения френелевских объемов двух соседних лучей. В случае краевых лучей это сводится к требованию, чтобы расстояние между лучами Δl вдоль кромки было больше суммы их френелевских радиусов:

$$\Delta l > b_{f1} + b_{f2}. \quad (3.8)$$

В случае кругового отверстия (или диска), облучаемого плоской волной, величины $b_{f1,2}$ вычисляются в явном виде [14], а условие (3.8), если под Δl понимать половину периметра отверстия $\Delta l = \rho a$, примет вид

$$\rho > 2,54/k \sin \alpha_0 \equiv \rho_{гр}, \quad (3.9)$$

где ρ — расстояние от оси z , проходящей через центр отверстия, $\alpha_0 = \arctg(a/z)$ (рис. 4).

При $\rho < \rho_{гр}$ ГТД теряет силу вследствие приближения к осевой каустике, которая совпадает с осью z . Граничное значение $\rho = \rho_{гр} = 2,54/k \sin \alpha_0$ хорошо согласуется с расстоянием $\rho_0 = 2,41/k \sin \alpha_0$ до первого нуля известной в данном случае асимптотики волнового поля

$$u(\rho, z) = \sqrt{2\pi k} \sin \alpha_0 DA^0 J_0(k\rho \sin \alpha_0) \exp(ikR - 0,25i\pi), \quad (3.10)$$

которая выражается через функцию Бесселя.

б) Условие независимости краевых волн и геометрооптического поля. При дифракции на кромке в каждую точку приходят два луча — краевой и обычный (геометрооптический). Независимость этих лучей, обеспечивающая возможность представления поля в виде суммы $u = u_{кр} + u_{г.о.}$, гарантируется условием (2.3): $k|\psi_{кр} - \psi_{г.о.}| > \pi$.

Интересно сравнить это неравенство с условиями перехода равномерной асимптотики поля, выражающейся через интеграл Френеля $F(\xi) = F(\pm \sqrt{k}|\psi_{кр} - \psi_{г.о.}|)$, к лучевой асимптотике вида $u = u_{кр} + u_{г.о.}$. На рис. 5 представлены графики (для частного случая нормального падения плоской волны на полуплоскость) точного решения $u_{т} = F(\xi)$ (сплошная линия) и лучевой асимптотики $u = u_{кр} + u_{г.о.}$ как функции параметра ξ . Из анализа графиков следует, что при граничных значениях параметра $\xi = \xi_{гр} = \pm \sqrt{\pi}$ погрешность неравномерной асимптотики составляет всего лишь 5%. Иными словами, условие (2.3) позволяет пользоваться формулой $u = u_{кр} + u_{г.о.}$ даже непосредственно на границе об-

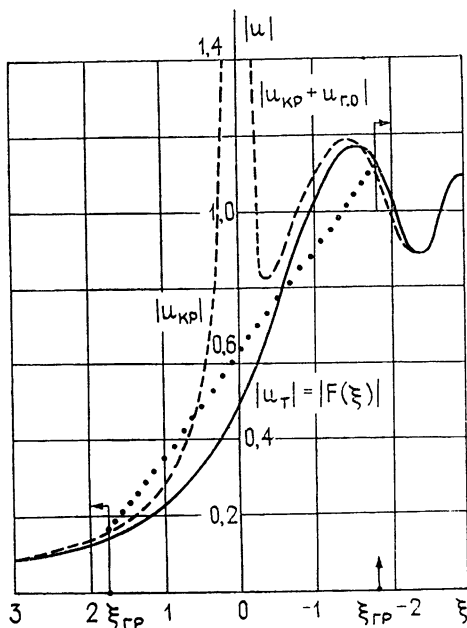


Рис. 5.

ласти неприменимости неравномерной асимптотики ГТД.

в) Условие независимости краевого и вершинного лучей формулируются почти так же, как в примере б): точка отрыва краевого луча должна отстоять от излома кромки, т. е. от места рождения вершинного луча, на расстояние Δl , не меньше, чем b_f (рис. 5).

4. УСЛОВИЯ ПРИМЕНИМОСТИ ГТД В СЛУЧАЕ ДИФРАКЦИИ НА ГЛАДКИХ ТЕЛАХ

4.1. Френелевские масштабы лучей соскальзывания. Рассмотрим двухзвенные виртуальные лучи соскальзывания типа $AB'BCD$ и $ABCC'D$, отличающиеся от опорного луча $ABCD$ наличием одного излома (см. рис. 7, построенный для двумерной задачи дифракции). Условие (2.1) в данном случае принимает вид $F = |R'_0 + \Delta l - R_0| - \lambda/2 = 0$. При достаточно большом удалении источника A от тела ($R_0 \gg \rho$) приближенно имеем $|R'_0 + \Delta l - R_0| \cong \rho\beta^3/6$ (смысл величин β и $\Delta l = \rho\beta$ ясен из рис. 7). Отсюда немедленно получаем оценку продольного (вдоль тела) френелевского масштаба:

$$b_f = \rho\beta \cong (3\lambda\rho^2)^{1/3} \cong 2,11\rho/M, \quad (4.1)$$

где $M = (k\rho/2)^{1/3}$ — стандартный большой параметр задачи, введенный Фоком [18].

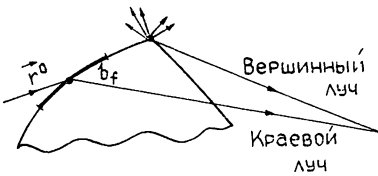


Рис. 6.

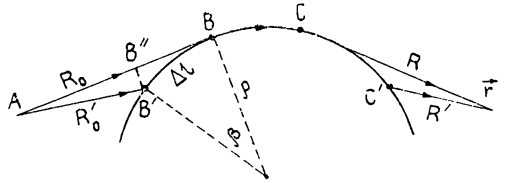


Рис. 7.

Нормальный к поверхности тела френелевский масштаб a_f оценивается как максимальное расстояние $B'B''$ между лучами AB и AB' :

$$a_f \cong \rho(1 - \cos\beta) \cong 0,5(9\lambda^2\rho)^{1/3} \cong 4,45M/k. \quad (4.2)$$

Общий вид сечения френелевского объема в плоскости чертежа показан на рис. 8.

Физическая значимость масштабов a_f и b_f подчеркивается тем, что именно этими масштабами характеризуется поведение функции Фока [18], описывающей дифракцию на гладких телах, т. е. a_f и b_f являются естественными масштабами данной волновой задачи.

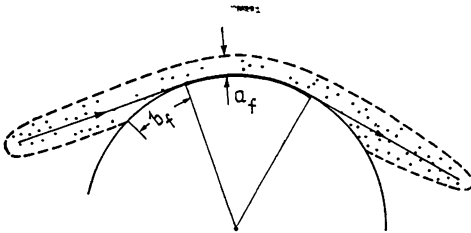


Рис. 8.

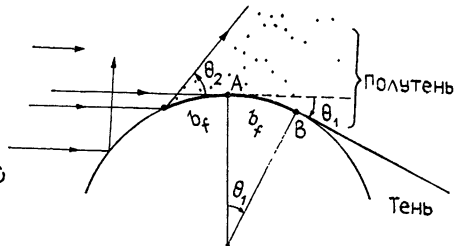


Рис. 9.

Третий френелевский масштаб c_f , характеризующий масштаб френелевского объема на поверхности тела перпендикулярно лучу, определяется выражением $c_f = (\lambda|R^{-1} + \rho_1^{-1}|^{-1})^{1/2}$, аналогичным масштабу

(3.2) в случае краевых лучей. Здесь R — расстояние от точки срыва луча соскальзывания до точки наблюдения, а ρ_1 — главный радиус кривизны фазового фронта дифракционной волны. Оценки величины c_f для случая, когда точка наблюдения попадает в окрестность каустики лучей соскальзывания, даются формулой, подобной формуле (3.3) из [14].

4.2. Неравенства, ограничивающие применимость ГТД для волн соскальзывания, имеют вид (2.2), где под b_f следует понимать один из введенных выше масштабов a_f , b_f , c_f , а под L — совокупность масштабов типа (3.6). Эффективность этих неравенств можно проиллюстрировать на некоторых задачах.

4.3. Примеры. а) Дифракция на цилиндре с переменной кривизной. Используя в формулах типа (1.1) соответствующий коэффициент дифракции D [7], получаемый из решения задачи дифракции на круглом цилиндре, с помощью неравенства (2.2) в рассматриваемом случае можно установить следующие условия применимости приближения ГТД:

$$|\rho_{\text{пад}}| \gg \lambda M^2, \quad \rho \gg \lambda M^2, \quad R \gg \lambda M^2; \quad (4.3)$$

$$\lambda |\partial \ln A^0 / \partial l| \ll M^{-2}, \quad |\partial \rho / \partial l| \ll M, \quad (4.4)$$

где l , в отличие от (3.7), — переменная вдоль скользящего луча.

Неравенства (4.3) требуют, чтобы радиусы кривизны тела ρ , фазового фронта падающей волны $\rho_{\text{пад}}$, а также расстояние R от тела до точки наблюдения были велики по сравнению с $\lambda M^2 \gg \lambda$. Неравенства же (4.4) ограничивают скорость изменения радиуса кривизны тела ρ и амплитуды первичной волны вдоль луча соскальзывания.

Указанные неравенства должны выполняться для применимости неравномерных (лучевых) асимптотик поля как в области света, так и в области тени. Учитывая, что все эти неравенства характеризуют степень отличия от эталонных условий, можно заключить, что они должны выполняться и для применимости более общего асимптотического решения, полученного Фоком [19].

б) Оценка зоны полутени. Неравномерные асимптотические формулы типа (1.1) начинают «работать» с момента, когда точка срыва луча В (рис. 9) удалится от края освещенной зоны на расстояние, не меньшее b_f . Отсюда для угловой ширины θ_1 нижней части зоны полутени имеем простую оценку $\theta_1 \sim b_f / \rho \sim (3\lambda / \rho)^{1/3}$, которая имеет такой же порядок величины, как верхняя часть полутени $\theta_2 \sim (\lambda / 2\rho)^{1/3}$ [10–13]. Обе эти оценки могут быть оправданы сравнением с асимптотикой функции Фока [5].

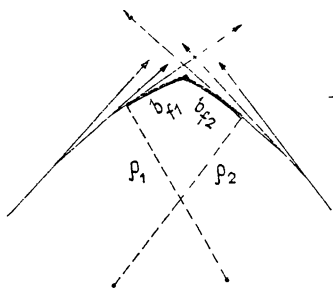


Рис. 10.

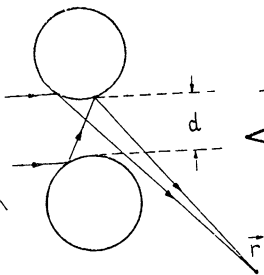


Рис. 11.

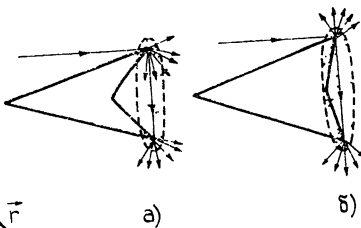


Рис. 12.

в) Дифракция на цилиндре с изломом контура. Дифракция во френелевской окрестности точки излома (рис. 10), т. е. в области с линейными размерами $b_{f1,2} \simeq (3\lambda \rho_{1,2})^{1/3}$ по обе стороны угловой точки, не

может быть описана при помощи лучей соскальзывания, так как в этой окрестности испытывает скачок касательная к границе тела, при этом в месте излома рождаются краевые лучи.

г) Дифракция на гладком теле с точками перегиба и уплощения. В окрестности таких точек нарушается второе условие (4.4), так как там $|\partial\rho/\partial l| \rightarrow \infty$. Пусть кривизна контура $\chi(l)$ в окрестности рассматриваемой точки $l = l_0$ имеет вид

$$\chi(l) = 1/\rho(l) = \alpha_m (\Delta l)^m + O(\Delta l^{m+1}), \quad (4.5)$$

где $\Delta l = l - l_0$ — расстояние от точки перегиба (m — нечетное) или точки уплощения (m — четное).

Продольный размер области неприменимости Δl оценим по формуле $\Delta l \sim b_f \simeq (3\lambda\rho^2)^{1/3}$, подставив в нее разложение (4.5). Разрешив получившееся уравнение относительно Δl , получаем оценку

$$\Delta l_m \simeq (3\lambda/\alpha_m^2)^{1/(2m+3)}. \quad (4.6)$$

Масштаб η_m области неприменимости по нормали к поверхности тела оценим по формуле (4.2) с учетом (4.5) и (4.6):

$$\eta_m \simeq 0,5 [(3\lambda)^{m+2}/|\alpha_m|]^{1/(2m+3)}. \quad (4.7)$$

Оценки (4.6) и (4.7), разумеется, согласуются с выражениями (4.1) и (4.2), которые отвечают отсутствию точек перегиба ($m = 0$). При $m = 1$ имеем выражения

$$\Delta l_1 \cong 1,8 (k\alpha_1^2)^{-1/5}, \quad \eta_1 \cong 2,1 (k^3 |\alpha_1|)^{-1/5}, \quad (4.8)$$

которые в несколько иной форме уже появлялись в работах [20, 21]. Выражения же (4.6), (4.7) в общем случае известны не были.

5. СМЕЖНЫЕ ПРОБЛЕМЫ

5.1. Оценки поля в области неприменимости ГТД. В работах [10–13] были предложены два метода оценки полей в области неприменимости геометрической оптики: по значениям поля непосредственно на границе неприменимости и на основе энергетических соображений. Оба этих приема хорошо оправдывают себя и в рамках ГТД.

В качестве примера на рис. 5 пунктирной линией отмечена линейная интерполяция поля дифракции на полуплоскости (см. выше п. 3.3б) в области неприменимости неравномерной асимптотики $u = u_{кр} + u_{г.о.}$ Линейная интерполяция получена простым соединением значений полного поля $u = u_{кр} + u_{г.о.}$ на краях области неприменимости $\xi = \pm \sqrt{\pi}$. Отличие от точного решения в данном случае не превышает 40–50%.

5.2. «Неустойчивость» дифракционных лучей по отношению к малым возмущениям начальных данных или формы поверхности выражается в том, что малые вначале возмущения, скажем, синусоидального типа, могут привести к кардинальной перестройке лучевой картины, тогда как само волновое поле может испытывать лишь незначительные вариации. Несоответствие между лучевой картиной и реальными изменениями поля разрешается просто тем, что лучевое описание становится непригодным из-за того, что во френелевский объем луча попадает много отдельных неоднородностей. (Аналогичные соображения высказывались, в частности, еще Гореликом [22].)

5.3. Допустимая степень близости расположения объектов и выбор идеализированных моделей дифракции. В рамках ГТД объектом рассмотрения являются волны, испытывающие локализованную дифрак-

цию на теле или элементе тела, а затем свободно распространяющиеся в пространстве. Именно такое разделение актов дифракции и распространения и придает конструктивность ГТД.

Хотя указанное разбиение процесса дифракции на отдельные элементы используется в ГТД очень широко, четкие критерии справедливости разбиения до сих пор отсутствовали. Между тем, такие критерии легко сформулировать на основе представления о френелевских объемах дифракционных лучей: в сущности, необходимо, чтобы френелевские объемы, отвечающие двум соседним телам (или участкам тел), не пересекались и чтобы во всех участках пространства, ответственных за формирование поля в данной точке r , не нарушались условия применимости ГТД.

Приведем два примера, иллюстрирующие это утверждение. Рассмотрим дифракцию на двух сферах, поверхности которых удалены друг от друга на расстояние d (рис. 11). С точки зрения ГТД, в промежутке между двумя сферами происходят последовательные акты дифракции. Эти акты можно считать независимыми, если расстояние между сферами превышает поперечный френелевский масштаб: $d > a_f \sim (9\lambda^2\rho)^{1/3}/2$. В противном случае, т. е. при $d < a_f$, совокупность двух сфер следует рассматривать как единый, хотя и сложный объект дифракции.

Другим примером может служить выбор идеализированной модели дифракции для конического тела с впадиной в основании (рис. 12). Если френелевский объем не охватывает впадину (рис. 12а), то вторичную дифракцию краевых волн можно рассматривать как дифракцию на клине, используя обычные коэффициенты дифракции. Если же данная часть конуса попадает во френелевский объем краевого луча (рис. 12б), то практически реализуется скользящее падение первичной краевой волны на вторую кромку, а в этом случае в дифракционный коэффициент необходимо ввести множитель $1/2$ (см. [8, 14]).

Проведенное рассмотрение показывает, что понятие френелевского объема оказывается весьма полезным как при качественном, так и при количественном анализе дифракции на гладких телах и телах с кромками. Резюмируя, можно констатировать, что при помощи френелевских объемов удается:

1. Определить области формирования полей, связанных с дифракционными лучами.
2. Выяснить области пригодности как неравномерных, так и равномерных асимптотических формул ГТД и найти области неприменимости этих формул.
3. Оценить поля в областях неприменимости ГТД, в частности, в каустических и полутеневых областях.
4. Выбрать подходящие модели для описания дифракции на реальных телах.

Таким образом, френелевские объемы дифракционных лучей служат полезным дополнением к известным рецептам ГТД и способствуют развитию качественных представлений в физической теории дифракции коротковолновых полей.

В заключение авторы выражают глубокую признательность С. М. Рытову и участникам его семинара за доброжелательное обсуждение данной работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Keller J. B.— J. Appl. Phys, 1957, 28, № 4, p. 426; № 5, p. 570; J. Opt. Soc. Amer., 1962, 52, № 2, p. 116.
2. Keller J. B.— Trans. IRE, 1956, AP-4, № 3, p. 312.
3. Бабич В. М., Булдырев В. С. Асимптотические методы в задачах дифракции коротких волн.— М.: Наука, 1972.
4. James G. L. Geometrical Theory of Diffraction for Electromagnetic waves.— Inst. of El. Eng.: Peter Peregr. Ltd., 1976.
5. Боровиков В. А., Кинбер Б. Е. Геометрическая теория дифракции.— М.: Связь, 1978
6. Боровиков В. А., Кинбер Б. Е.— ТИИЭР, 1974, 62, № 11, с. 6.
7. Патхак П., Куюмджан Р.— ТИИЭР, 1974, 62, № 11, с. 29.
8. Куюмджан Р., Патхак П.— ТИИЭР, 1974, 62, № 11, с. 40.
9. Уфимцев П. Я. Метод краевых волн в физической теории дифракции.— М.: Сов. радио, 1962.
10. Кравцов Ю. А., Орлов Ю. И. В сб.: Современные проблемы распространения и рассеяния волн.— М.: ИРЭ АН СССР, 1979, с. 76.
11. Кравцов Ю. А., Орлов Ю. И.— УФН, 1980, 132, № 3, с. 475.
12. Кравцов Ю. А., Орлов Ю. И.— Геометрическая оптика неоднородных сред.— М.: Наука, 1980
13. Кравцов Ю. А., Орлов Ю. И. В кн.: Нелинейные волны. Распространение и взаимодействие.— М.: Наука, 1981, с. 141.
14. Кравцов Ю. А., Орлов Ю. И. Препринт ФИАН, № 180, М., 1981.
15. Нотт Е., Сеньор Т.— ТИИЭР, 1974, 62, № 11, с. 63.
16. Орлов Ю. И.— Труды МЭИ, 1975, № 237, с. 96; 1977, № 334, с. 92
17. Уфимцев П. Я. В сб.: Теория дифракции и распространения волн.— М.: АН СССР, 1977, т. 1, с. 54.
18. Фок В. А. Проблема дифракции и распространения электромагнитных волн.— М.: Сов. радио, 1970.
19. Levy V. R., Keller J. B.— Comm. Pure Appl. Math, 1959, 12, p. 159.
20. Булдырев В. С. В сб.: Теория дифракции и распространения волн.— М.: АН СССР, 1977, т. 1, с. 33.
21. Попов М. М. В сб.: Записки научных семинаров ЛОМИ.— Л.: Наука, 1976, т. 62, с. 197.
22. Горелик Г. С. Колебания и волны.— М.: ГИФМЛ, 1959.

Физический институт им. П. Н. Лебедева
АН СССР

Поступила в редакцию
27 июля 1981 г.

APPLICABILITY CRITERIA FOR THE GEOMETRICAL DIFFRACTION THEORY

Yu. A. Kravtsov, Yu. I. Orlov

Heuristic applicability criteria are suggested for the geometrical diffraction theory based on the conception of Fresnel volumes of diffraction rays, i. e. regions essential for diffraction. Criteria suggested are reduced to a demand: in the limits of Fresnel volumes conditions of practical permanence are to be fulfilled for those values which are strictly constant in the initial diffraction problem from which diffraction coefficients are taken.

Examples of the criteria used are given and some adjacent problems are considered: on estimation of fields in regions of GTD nonapplicability, on «instability» of diffraction rays, on selection of idealized diffraction models, and etc.
