3. Гетманцев Г. Г. и др.— В сб. Исследования ионосферы и магнитосферы методами активного воздействия.— Апатиты, 1977, с. 30.
4. Блиох П. В., Николаенко А. П., Филиппов Ю. Ф. Глобальные электромагнитные резонансы в полости Земля—ионосфера.— Киев, Наукова думка, 1977, с. 187.

Научно-исследовательский радиофизический институт

Поступила в редакцию 10 ноября 1981 г.

УДК 533.951

НЕЛИНЕЙНАЯ ТЕОРИЯ УСИЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН ЭЛЕКТРОННЫМ ПУЧКОМ, ПРОХОДЯЩИМ ЧЕРЕЗ СЛОИСТО-НЕОДНОРОДНУЮ ПЛАЗМУ

В. А. Балакирев, В. А. Буц, В. В. Огнивенко, А. П. Толстолужский

Известно, что при прохождении заряженной частицы через периодически неоднородный диэлектрик возникает излучение [1, 2]. Это излучение может быть причиной возникновения коллективных неустойчивостей пучков заряженных частиц, движущихся в периодически неоднородных средах. Важной особенностью этого излучения является тот факт, что длина волны возбуждаемых колебаний в $2\gamma^2$ (γ — релятивистский фактор) раз короче периода неоднородности. Поэтому указанные неустойчивости представляют интерес для получения коротковолнового излучения. Линейная теория таких неустойчивостей построена в работе [3]. Максимальная амплитуда возбуждаемых колебаний и КПД преобразования энергии электронных пучков в энергию коротковолнового излучения могут быть определены только из нелинейной теории. Решению этой задачи и посвящена настоящая работа.

Наиболее простой средой, в которой легко создать периодическую неоднородность и через которую легко транспортировать электронные пучки, является плазма. Кроме того, в плазме поперечный размер области взаимодействия поля с электронным пучком и предельные токи могут быть значительно бо́льшими, чем в традиционных вакуумных системах (дифракционные решетки, гофрированные поверхности). Это приводит к увеличению мощности возбуждаемых колебаний. Периодическую неоднородность плазмы можно создать, например, путем возбуждения в ней ионно-звуковых волн. Можно показать, что существуют условия, когда ВЧ поле само возбуждает ионно-звуковую волну. Подробно преимущества применения плазменных волноводов для целей ускорения заряженных частиц и возбуждения ВЧ полей описаны в [4, 5]. Поэтому ниже, для определенности, в качестве периодической неоднородной среды, в которой движется пучок, будем рассматривать плазму.

Рассмотрим цилиндрический плазменный волновод ($-\infty < z < \infty$, $0 < r < a$), плотность которого периодически меняется вдоль оси z. Плазменный волновод имеет металлический кожух радиуса a. Вдоль оси волновода движется релятивистский моноэнергетический пучок электронов. Параметры плазмы и равновесные параметры пучка однородны по сечению волновода. Вся система помещена в бесконечно сильное внешнее магнитное поле, силовые линии которого направлены вдоль оси z.

Будем решать задачу об усилении электромагнитных волн при стационарной инжекции пучка в плазменный волновод. Зависимость полей от времени определяется функцией $e^{-i\omega t}$. Тогда уравнение, описывающее распределение продольной компоненты электрического поля в волноводе, имеет вид

$$\Delta_\perp E_z + (k^2 + \partial^2/\partial z^2)\,\varepsilon(z)\,E_z = F_b, \tag{1}$$

где

$$k \equiv \frac{\omega}{c}, \quad \Delta_\perp \equiv \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial}{\partial r}\right),$$

$$F_b \equiv \frac{4\pi}{T}\int_0^T e^{i\omega t}\left[\frac{1}{c^2}\frac{\partial j_z}{\partial t} + \frac{\partial \rho}{\partial z}\right]dt, \quad T \equiv \frac{2\pi}{\omega}.$$

Будем считать, что зависимость продольной компоненты тензора диэлектрической проницаемости замагниченной плазмы ε от координаты z имеет вид $\varepsilon = \varepsilon_0(1 + 2h\cos\varkappa z)$, $\varepsilon_0 \equiv 1 - \omega_p^2/\omega^2 > 0$, а величина h мала ($h \ll 1$). Тогда решение уравнения (1) можно искать в виде

$$E_z = \sum_{n,m} B_{nm}(z)\,J_0\left(\lambda_n\frac{r}{a}\right)\exp\left[i\left(k_\parallel + m\varkappa\right)z\right], \tag{2}$$

где B_{nm} — медленно меняющиеся амплитуды пространственных гармоник поля, λ_n — корни функции Бесселя ($J_0(\lambda_n) = 0$), $k_{\parallel}^2 \equiv \omega^2/c^2 - \lambda_n^2/a_2\varepsilon_0$. Из выражения (2) видно, что в синхронизме с пучком может находиться пространственная гармоника с $m \gg 1$. Наибольший интерес представляет резонанс пучка с гармоникой $m = 1$. Из условия синхронизма следует, что частота электромагнитной волны, возбуждаемой пучком при $\gamma_0^2 \gg \lambda_n^2/\varepsilon_0(\varkappa a)^2$, равна $\omega = 2\gamma_0^2\varkappa v_0$. Подставляя решение (2) в уравнение (1) и ограничиваясь линейными по h членами для определения амплитуды основной пространственной гармоники поля (B_{n0}), получим следующее уравнение:

$$\frac{\partial B_{n0}}{\partial z} = \frac{4\pi e n_0 h \lambda_n^2 v_0^3 \gamma_0^2}{k_{\parallel}\varepsilon_0 a^2 J_1^2(\lambda_n)\,\omega\,(\varepsilon_0 + l_n)} \int_0^1 \int_0^1 J_0(\lambda_n x)\, x \frac{e^{2\pi i\tau}}{v_л^2 \gamma_л^2}\, dx\, d\tau_0, \tag{3}$$

где $x \equiv r/a$, $\tau \equiv (\omega/2\pi)(t - z/v_0)$, $l_n \equiv \lambda_n^2 v_0^2 \gamma_0^2/\omega^2 a^2$, $\gamma_л = (1 - v_л^2/c^2)^{-1/2}$, $v_л$ — скорость частицы в лангранжевых переменных. В правой части уравнения (3) интегрирование ведется по безразмерному радиусу x и по времени влета частиц в область взаимодействия. Уравнение (3) должно быть дополнено уравнениями движения частиц пучка в лагранжевых переменных. Полная система уравнений, переписанная для удобства в безразмерных переменных, имеет вид

$$\frac{dG}{d\xi} = \int_0^1 \int_0^1 x J_0(\lambda_n x) \frac{e^{i2\pi\tau}}{(1 - \nu\theta)}\, dx\, d\tau_0; \tag{4а}$$

$$\frac{d\tau}{d\xi} = \frac{\gamma_0^2}{2\pi\theta}\left[\frac{\sqrt{(\gamma_0^2 - 1)(1 - \nu\theta)^2 + 1}}{\gamma_0(1 - \nu\theta)} - 1\right]; \tag{4б}$$

$$\frac{d\nu}{d\xi} = \frac{\sqrt{(\gamma_0^2 - 1)(1 - \nu\theta)^2 + 1}}{\gamma_0(1 - \nu\theta)} \operatorname{Re}\left[G e^{-i2\pi\tau} J_0(\lambda_n x)\right], \tag{4в}$$

где $\xi = (\omega/v_0)(\theta/\gamma_0^2) z$, $\theta^3 \equiv \omega_b^2 \lambda_n^2 \gamma_0^2 h^2 v_0 [\omega^3 J_1^2(\lambda_n)\, a k_{\parallel} (\varepsilon_0 + l_n)^2]^{-1}$, $\nu \equiv (p_0 - p)/p_0\theta$, p — импульс частицы, p_0 — импульс частицы на входе в область взаимодействия, $G \equiv B_{n0}(eh\varepsilon_0\gamma_0)[(\varepsilon_0 + l_n) m\omega\theta^2 v_0]^{-1}$, $\omega_b^2 \equiv 4\pi e^2 n_b/m$. При получении системы уравнений (4) мы пренебрегли пространственным высокочастотным зарядом пучка и ограничились случаем нулевой расстройки от точного синхронизма. Коэффициент полезного действия η, определенный как отношение потока электромагнитной энергии, переносимой вдоль оси волновода, к потоку энергии электронного пучка, связан с параметрами пучка и плазмы соотношением

$$\eta = S_t/S_b = (\gamma_0 + 1)(2\gamma_0)^{-1} |G|^2\, \theta, \tag{5}$$

где

$$S_t = c/8\pi \int E_r H_\varphi^* \, 2\pi r\, dr, \quad S_b = mc^2(\gamma_0 - 1)\,\pi a^2 n_0 v_0.$$

Отметим, что интегрирование по безразмерному радиусу в уравнении (4а) и зависимость правой части уравнения (4в) от поперечной координаты учитывает эффекты, связанные с расслоением пучка [6, 7].

При малых амплитудах поля система уравнений (4) допускает линеаризацию. В этом случае, подставляя в эти уравнения $G = C_0 e^{i\Gamma\xi}$, $\nu = \nu_0 e^{i\Gamma\xi}$, $\tau = \tau_0(1 + \delta\tau e^{i\Gamma\xi})$, находим следующее уравнение для определения показателя экспоненты:

$$\Gamma^3 = -(1/2) J_1^2(\lambda_n). \tag{6}$$

Из (6) находим следующее выражение для инкремента, записанное в размерных переменных:

$$\delta = \frac{\sqrt{3}}{2^{4/3}} \frac{\omega}{v_0\gamma_0} \left[\frac{\omega_b^2}{\omega^2} \frac{\lambda_n^2}{(\varepsilon_0 + l_n)^2} \frac{h^2 v_0}{\omega k_{\parallel} a}\right]^{1/3}. \tag{7}$$

Из формулы (7) видно, что в наиболее интересном случае возбуждения высоких частот, когда $\omega^2 a^2/v_0^2 \lambda_n^2 \gamma_0^2 > \varepsilon$, инкремент пропорционален γ_0^{-1}. Отметим, что в замагниченном плазменном волноводе электронный пучок, наряду с возбуждением высокочастотных колебаний, рассмотренных выше, может возбуждать медленные низкочастотные плазменные колебания, а также низкочастотные электромагнитные волны ($\omega = (\varkappa v_0/2)(1 + \lambda_n^2/\varkappa^2 a^2) \ll \varkappa v_0$). Инкремент возбуждения плазменных колебаний пропорционален $\gamma_0^{-7/3}$, и при выполнении неравенства $\gamma > \sqrt{P}$, $(\omega_b/\omega)^{2/3} \ll \gamma^3(2,4 \cdot \beta)^2/P$, где $P = \omega_p^2 a^2/c^2$ — погонная плотность плазмы, эти колебания не возбуждаются. Возбуждение низкочастотных электромагнитных волн, так же как и высокочастотных, обусловлено переходным излучением и может быть легко сорвано выбором радиуса волновода $a < (c/\omega) \cdot 2,4$.

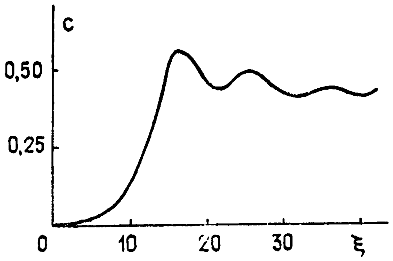

Рис. 1.

Для произвольных значений амплитуд возбуждаемых колебаний система (4) решалась численно при $\gamma_0 = 3$, $\theta = 0,1$ и следующих граничных условиях ($\xi = 0$): $|G_{(0)}| = 10^{-2}$, $\operatorname{Im} G = 0$, $\nu = 0$, $\tau = \tau_0$. Результаты численного счета представлены на рисунке. Из этого рисунка следует, что насыщение амплитуды обусловлено захватом частиц пучка полем пространственной гармоники ($m = 1$), синхронной с пучком, а эффекты расслоения приводят к перемешиванию захваченных частиц [4, 5] и к установлению постоянной амплитуды.

ЛИТЕРАТУРА

1. Файнберг Я. Б., Хижняк Н. А.— ЖЭТФ, 1957, 32, № 4, с. 883.
2. Тер-Микаэлян М. Л.— ДАН СССР, 1960, 134, № 2, с. 318.
3. Буц В. А. — ЖТФ, 1973, 53, № 3, с. 456.
4. Файнберг Я. Б.— АЭ, 1961, 11, № 4, с. 313.
5. Файнберг Я. Б.— УФН, 1967, 93, № 4, с. 617.
6. Альтеркоп Б. А., Волокитин А. С., Росинский В. Е., Рухадзе А. А., Тараканов В. П.— Физика плазмы, 1977, 3, № 1, с. 173.
7. Лошков И. В.— Физика плазмы, 1977, 3, с. 577.

Поступила в редакцию
17 августа 1981 г.,
после доработки
28 января 1982 г.

УДК 538.3

АДИАБАТИЧЕСКИЕ ИНВАРИАНТЫ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ В ПЛОСКИХ ВОЛНАХ

В. Я. Давыдовский

Взаимодействие заряженных частиц с медленно эволюционирующими волнами, приводящее к своеобразным эффектам [1–9], удобно рассматривать на основе адиабатических инвариантов. Здесь получены релятивистские адиабатические инварианты для пролетных и захваченных частиц в плоских волнах любой поляризации, когда меняются все параметры волны, включая фазовую скорость.

Рассмотрим электромагнитное поле, описываемое потенциалами

$$\boldsymbol{A}, \varphi = \boldsymbol{A}, \varphi(\psi, t, z), \qquad \partial\psi/\partial t = \omega(t), \qquad \partial\psi/\partial z = -k(z), \tag{1}$$

причем явная зависимость от времени t и продольной координаты z предполагается гораздо более медленной, чем от фазы ψ.

В большинстве практически интересных случаев волны можно считать либо стационарными, либо однородными.

1. Стационарная неоднородная волна

$$\boldsymbol{A} = \boldsymbol{A}(\psi, z), \qquad \omega = \text{const}; \tag{2}$$

$$\varphi = 0. \tag{3}$$

Калибровка (3) не ограничивает общности, поскольку продольная компонента поля полностью описывается составляющей A_z.

Докажем, что адиабатическим инвариантом заряженной частицы в поле (2) является выражение

$$J_z = \oint \gamma \, d\psi, \tag{4}$$