

УДК 538.574

## ПАРАМЕТРИЧЕСКОЕ СМЕШЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН В СВЕРХРЕШЕТКАХ

Л. К. Орлов, Ю. А. Романов

В работе исследовано параметрическое смешение электромагнитных волн типа  $\omega_3 = l\omega_1 + \omega_2$  в полупроводниковых сверхрешетках с диссипацией в условиях сильной нелинейности. Показано, что вследствие нарушения соотношения Мэнли — Роу процесс слияния волн так же как и процесс распада, приводит к экспоненциальному росту сигнала. Выяснено, что основными механизмами усиления в этом случае являются модифицированное супергетеродинное усиление и диссипативная параметрическая неустойчивость.

В настоящей работе рассмотрены процессы параметрического слияния волн типа

$$n\omega_1 = \omega_3 - \omega_2, \quad n = 2, 4, \dots \quad (1)$$

в сверхрешетке (СР) с диссипацией в условиях сильной нелинейности. Здесь  $\omega_{1,2,3}$  — частоты накачки, холостой волны и сигнала соответственно.

Полупроводниковая СР является нелинейной средой в сравнительно слабых электрических полях [1, 2]. Кроме того, в СР, находящейся в сильном переменном поле, возникают низкочастотные [3, 4] и высокочастотные [4, 5] области отрицательной проводимости. Таким образом, в условиях сильной нелинейности СР является активной нелинейной средой. Указанные обстоятельства приводят к следующим отличительным особенностям рассматриваемых ниже параметрических процессов.

1) Одно и то же поле накачки обуславливает «линейное» усиление и параметрическую связь волн (подобная ситуация возникает для связанных стоксовой и антистоксовой волн в среде, сильно поглощающей фононы. В рассматриваемом нами случае роль фононов выполняют специфические колебания электронов в узких минизонах СР).

2) За счет сильной нелинейности системы частота усиливаемого сигнала может существенно превышать частоты накачки и холостой волны ( $n > 2$ ).

3) В СР с диссипацией вследствие нарушения соотношения Мэнли — Роу процесс слияния волн, так же как и процесс распада, дает экспоненциальный рост сигнала. Основными механизмами усиления в этом случае являются модифицированное супергетеродинное усиление и диссипативная параметрическая неустойчивость.

Пусть в плоскости слоев СР в направлении  $z$  распространяется заданная сильная поперечная электромагнитная волна накачки с вектором электрического поля  $E_1$ , параллельным периоду СР:

$$E_1(z, t) = E_{10} \exp[-i(\omega_1 t - k_1 z - \delta_1)] \quad (2)$$

Здесь  $E_{10}$  — вещественная амплитуда,  $\omega_1$ ,  $k_1$  — частота и волновой вектор,  $\delta_1$  — начальная фаза. Возможность использования приближения за-

данного гармонического поля никак не обсуждалась в работе [6]. Рассмотрим возбуждение и распространение в такой системе двух параметрически связанных слабых волн  $E_2(z, t)$  (холостая волна) и  $E_3(z, t)$  (волна сигнала) с частотами  $\omega_2$  и  $\omega_3$ , удовлетворяющими соотношению (1). Направления распространения и поляризации всех трех волн для простоты будем считать совпадающими, а частоты  $\omega_{2,3}$  — не кратными  $\omega_1$ . Влиянием остальных гармоник пренебрежем. Под действием указанных трех волн в СР возникает нелинейный ток с фурье-гармониками на частотах  $\omega_{2,3}$ , равными [7]:

$$j\omega_{2,3}(t) = \sigma_1(\omega_{2,3}, |E_1|) E_{2,3} + \sigma_2(\omega_{2,3}, \pm n, |E_1|) (E_1/|E_1|)^{\mp n} E_{3,2}, \quad (3)$$

где

$$\begin{aligned} \sigma_1(\omega_j, |E_1|) &= \sigma_2(\omega_j, 0, |E_1|), \quad j = 2, 3, \\ \sigma_2(\omega_j, n, |E_1|) &= \end{aligned} \quad (4)$$

$$= i(\omega_0^2/4\pi) \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} \frac{J_\nu(\Omega_1/\omega_1) J_{\nu+n}(\Omega_1/\omega_1)}{(1 + i\nu\omega_1\tau) [\omega_j - (\nu + n)\omega_1 + i\tau^{-1}]},$$

$\omega_0 = (4\pi\sigma_0/\tau)^{1/2}$  — ленгмюровская частота свободной СР,  $\sigma_0$  — ее статистическая проводимость. Верхний знак относится к волне «2», нижний — к волне «3». Нелинейная проводимость  $\sigma_1$  описывает несинхронное взаимодействие двух переменных полей (она подробно исследована в [4-6]). Проводимость  $\sigma_2$  описывает синхронные (зависящие от фазовых соотношений) взаимодействия полей.

Пространственная эволюция параметрически связанных волн описывается уравнениями Максвелла

$$(d^2 E_j(z, t)/dz^2) + (\omega_j^2/c^2) \epsilon(\omega_j, |E_1|) E_j(z, t) = -4\pi i (\omega_j/c^2) j_{ct}(z, t), \quad (5)$$

где  $j_{ct}$  определяется вторым слагаемым в (3),

$$\epsilon(\omega_j, |E_1|) = \epsilon_0 + (i 4\pi\sigma_1(\omega_j, |E_1|))/\omega_j, \quad (6)$$

$\epsilon_0$  — диэлектрическая проницаемость ионной решетки. Общее решение уравнения (5) может быть представлено в виде

$$E_2(z, t) = A_2 \exp(iaz - i\omega_2 t), \quad E_3(z, t) = A_3 \exp(iaz + ink_1 z - i\omega_3 t), \quad (7)$$

где  $ia = \alpha' + i\alpha''$ , определяется уравнением

$$\sum_{m=0}^4 C_m \alpha^{4-m} = 0. \quad (8)$$

Здесь

$$\begin{aligned} C_0 &= 1, \quad C_1 = 2nk_1, \quad C_2 = n^2 k_1^2 - k_2^2 - k_3^2, \\ C_3 &= -2nk_1 k_2^2, \quad C_4 = k_2^2 k_3^2 - n^2 k_1^2 k_2^2 + \beta_2(\omega_2) \beta_1(\omega_3), \end{aligned} \quad (9)$$

$$k_j = (\omega_j/c) \sqrt{\epsilon(\omega_j, |E_1|)};$$

$$\beta_l(\omega_j) = -2\pi (\omega_j/c^2 k_j) \sigma_2(\omega_j, (-1)^{l+1} n, |E_1|). \quad (10)$$

В случае медленно меняющихся комплексных амплитуд  $A_j$  справедливо приближение укороченных уравнений и из (5), (7) для прямых волн имеем

$$\alpha' = |\operatorname{Re} \alpha| - (1/2) \operatorname{Im} (k_2 + k_3), \quad (11)$$

где

$$\gamma = k_2'' - k_3'', \quad \Delta k = k_3' - n k_1' - k_2',$$

$$\kappa = \{\beta_2(\omega_2) \beta_1(\omega_3) + 0,25(\gamma + i\Delta k)^2\}^{1/2}.$$

Если параметрическая связь волн не сильная, т. е.

$$|\beta_2(\omega_2) \beta_1(\omega_3)| \ll 0,25 |\gamma + i\Delta k|^2,$$

то

$$\alpha' \approx \max \operatorname{Im}(-k_{2,3}). \quad (12)$$

Этот случай соответствует распределенному супергетеродинному усилению [8, 9].

Рассмотрим поведение связанных волн при  $\omega_3 \tau \rightarrow \infty$  и  $\varepsilon(\omega_j) > 0$  (прозрачная СР). Условия пространственного синхронизма ( $\Delta k = 0$ ) с учетом эффекта самовоздействия выполняются на кривых

$$\begin{aligned} 2 \frac{\omega_2}{\omega_1} = -n \pm \left\{ n^2 - \frac{2 \Omega_1}{\omega_1} \frac{J_0(\Omega_1/\omega_1)}{J_1(\Omega_1/\omega_1)} + \frac{4\omega_0^2}{\varepsilon_0 \omega_1^2} J_0\left(\frac{\Omega_1}{\omega_1}\right) \times \right. \\ \left. \times \left[ J_0\left(\frac{\Omega_1}{\omega_1}\right) - \frac{n^2 \omega_1}{2\Omega_1} J_1\left(\frac{\Omega_1}{\omega_1}\right) \right] \right\}^{1/2}, \quad J_0(\Omega_1/\omega_1) = 0. \end{aligned} \quad (13)$$

Из формул (4), (10), (11) следует, что  $\alpha' = 0$ , т. е. экспоненциальный рост амплитуд волн отсутствует. Указанный факт является известным следствием соотношения Мэнли—Роу в прозрачных средах. В данном случае имеет место обычная генерация гармоник на комбинационных частотах. В частности, при  $E_3(0) = 0$ ,  $\Delta k = 0$ , имеем

$$\begin{aligned} E_3(z, t) = \operatorname{sign}[\beta_1(\omega_3)] [\omega_3 \varepsilon(\omega_2)/\omega_2 \varepsilon(\omega_3)]^{1/4} \times \\ \times E_2(0) \sin(\kappa z) \exp[-i(\omega_3 t - k_3 z - n\delta_1 - \delta_2)], \end{aligned} \quad (14)$$

$$E_2(z, t) = E_2(0) \cos(\kappa z) \exp[-i(\omega_2 t - k_2 z - \delta_2)],$$

где

$$\kappa = \frac{\omega_0^2 J_0(\Omega_1/\omega_1) J_n(\Omega_1/\omega_1)}{2c \sqrt{\omega_2 \omega_3} [\varepsilon(\omega_2) \varepsilon(\omega_3)]^{1/4}}. \quad (15)$$

Отсюда следует, что в бездиссипативной СР, как и в любой другой прозрачной равновесной среде, получить эффективное преобразование вверх по частоте за счет слияния волн нельзя.

Совершенно иная ситуация возникает в СР с диссипацией. В частности, при  $\omega \tau \ll 1$  имеем

$$\sigma_2(\omega, n, |E_1|) = (-1)^{n/2} \sigma_0 \frac{1 + n \sqrt{1 + \rho^2}}{\rho^n (1 + \rho^2)^{3/2}} (\sqrt{1 + \rho^2} - 1)^n \sigma_0, \quad (16)$$

где

$$\rho = |E_1|/E_*, \quad E_* = \hbar/ed\tau.$$

Из (16) следует, что «линейное» усиление во всей области частот отсутствует. Резонансные свойства СР выражены слабо, знак  $\beta_1(\omega_3)$  не меняется при изменении частоты. Можно показать, что в системах с нелинейностью диссипативного характера, вследствие нарушения соотношения Мэнли—Роу, процессы распада и слияния волн равноправны и с точностью до несущественных переобозначений описываются одинаковыми уравнениями. Оба процесса могут дать эффективное преобразование энергии, описываемое на линейной стадии экспоненциальным ростом амплитуд параметрически связанных волн, даже в случае, когда

«линейное» усиление сигнала и холостой волны отсутствует. По аналогии с гидродинамическими неустойчивостями процессы распада и слияния волн, обусловленные положительной нелинейной диссипацией в системе, можно назвать диссипативными параметрическими неустойчивостями. Близкая в идейном отношении ситуация возникает при исследовании неустойчивости световой волны в самофокусирующих и дефокусирующих средах с конечным временем релаксации нелинейности [10]. Распадная неустойчивость колебаний в сосредоточенных системах с диссипативной нелинейностью обсуждалась в [11]. Было показано, что в таких системах можно получить значительно больший коэффициент преобразования энергии, чем в системах с такой же по величине реактивной нелинейностью. Распадная неустойчивость в СР с диссипацией рассмотрена в работе [12].

В квазистатическом пределе ( $\omega\tau \rightarrow 0$ ) необходимым условием положительности коэффициента  $\alpha'$  (параметрическое усиление больше «линейного» затухания волны) является наличие отрицательной дифференциальной проводимости на статической ВАХ. В СР с  $\omega\tau \ll 1$  и большой амплитуде накачки как для распада, так и слияния волн, согласно (16), имеем

$$\alpha' = (4\pi\sigma_0/c\rho^2 \sqrt{\epsilon_0}) n(1 - 0,5\rho^{-1})^n. \quad (17)$$

Рассмотрим зависимость коэффициента усиления сигнала  $\alpha'$  в диссипативной СР от отношения частот  $\omega_3/\omega_1$ . Соответствующие кривые, вычисленные как для процесса слияния ( $\omega_3 > 2\omega_1$ ), так и распада ( $\omega_3 < 2\omega_1$ ) по формулам (7)–(9) при  $\omega_0^2 = 0,8\epsilon_0\omega_1^2$ ,  $\Omega_1 = 2,5\omega_1$ ,  $\omega_1\tau = 10$  (сплошная линия) и  $\omega_1\tau = 1$  (штриховая линия) представлены на рис. 1 (кривая 1). Здесь же приведена зависимость от частоты «линейного» инкремента  $\text{Im } k_3$  (кривая 2) в отсутствие параметрической связи. Зависимость  $\text{Im } k_2(\omega_2)$  легко получить из кривых рис. 1 простой заменой  $k_3 \rightarrow k_2$ ,  $\omega_3 \rightarrow \omega_2$ . Для процессов высших порядков ( $n > 2$ ) коэффициенты параметрической связи малы и в СР основным является механизм супергереродинного усиления сигнала.

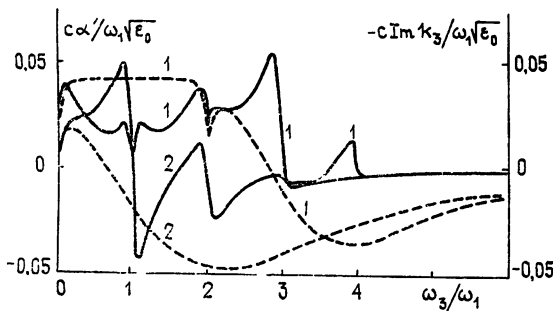


Рис. 1.

В случае сильной параметрической связи между волнами, реализующейся в СР при  $n=2$ ,  $\Omega_1 \sim \omega_1$  (коэффициенты  $|\beta_i(\omega_j)|$  велики) и большой диссипации ( $\omega_1\tau \sim 1$ ), полные инкременты усиливаемых волн значительно превосходят соответствующие «линейные» инкременты. Как уже указывалось выше, в этом случае реализуется механизм параметрической диссипативной неустойчивости.

На рис. 2 приведены границы областей неустойчивости сигнала (на плоскости  $\omega_3/\omega_1$ ,  $\Omega_1/\omega_1$ ) для процесса  $\omega_3 = 2\omega_1 + \omega_2$ , рассчитанные по формулам (7)–(11) для значений параметров  $\omega_0^2 = 0,8\epsilon_0\omega_1^2$ ,  $\omega_1\tau = 10$  (рис. 2а) и  $\omega_1\tau = 1$  (рис. 2б). Здесь же для сравнения представлены

области неустойчивости сигнала в процессе  $\omega_3 = 2\omega_1 - \omega_2$  при тех же значениях параметров. Из анализа кривых вытекают следующие особенности рассмотренных выше процессов.

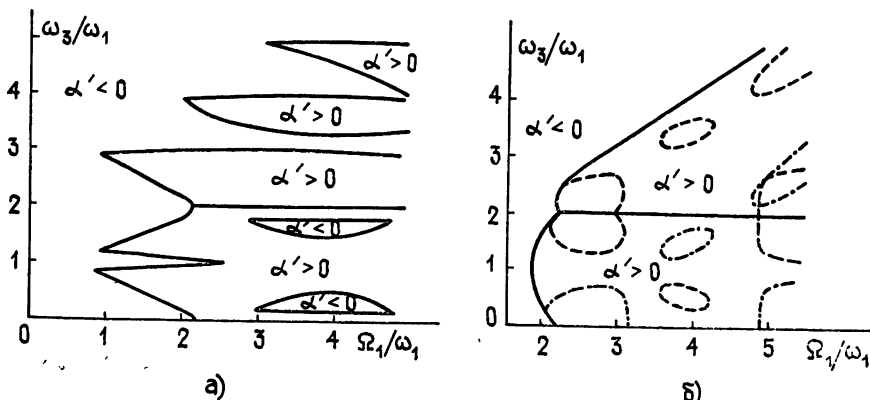


Рис. 2.

1) Для процесса слияния  $\omega_3 = 2\omega_1 + \omega_2$ , вследствие нарушения соотношения Мэнли—Роу, нарастание волн возможно даже в случае, когда сигнал и холостая волна в отсутствие параметрической связи затухают. Это хорошо видно из рис. 2б, где приведены области параметрической неустойчивости (сплошная линия) для процессов  $2\omega_1 = \omega_3 \pm \omega_2$  при  $\omega_1\tau = 1$ . Пунктиром здесь отмечены области линейного усиления сигнала, штриховой линией — области, соответствующие усилению холостой волны.

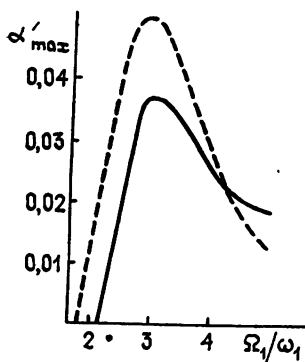


Рис. 3.

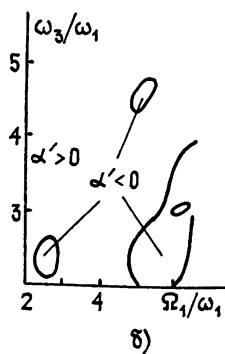
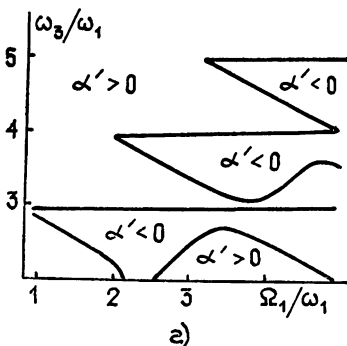


Рис. 4.

2) При большой диссипации в системе ( $\omega_1\tau \sim 1$ ) нарастание волн для обоих процессов в основном связано с параметрической диссипативной неустойчивостью. Процесс слияния волн при этом может доминировать над распадным процессом. Это, в частности, видно из рис. 3, где приведены зависимости максимальных инкрементов нарастания  $\alpha'_{\max}$  от поля накачки для распада  $2\omega_1 = \omega_3 + \omega_2$  (штриховая линия) и слияния волн  $\omega_3 = 2\omega_1 + \omega_2$  (сплошная линия) при  $\omega_1\tau = 1$ ,  $\omega_0^2 = 0,8\epsilon_0\omega_1^2$ .

3) Максимальные инкременты усиления волн в обоих процессах одного порядка и в интервале  $\omega_1\tau \sim (1 \div 10)$  слабо зависят от частоты соударений  $\tau^{-1}$ .

В заключение отметим, что в СР с диссипацией, благодаря эффекту супергетеродинного усиления, возможно усиление и обратных волн. Соответствующие области неустойчивости, рассчитанные по формулам (7)—(9) для процесса  $\omega_3 = 2\omega_1 + \omega_2$  при  $\omega_0^2 = 0,8\epsilon_0\omega_1^2$ ,  $\omega_1\tau = 10$  и  $\omega_1\tau = 1$  приведены на рис. 4 а, б соответственно.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Tsu R., Esaki L.— Appl. Phys. Lett., 1971, 19, № 7, p. 246.
2. Романов Ю. А. — Оптика и спектроскопия, 1972, 33, № 5, с. 917.
3. Игнатов А. А., Романов Ю. А. — Изв. вузов — Радиофизика, 1978, 21, № 1, с. 132.
4. Орлов Л. К., Романов Ю. А. — ФТТ, 1977, 19, № 3, с. 726.
5. Павлович В. В. — ФТТ, 1977, 19, № 1, с. 97.
6. Орлов Л. К., Романов Ю. А. — Изв. вузов — Радиофизика, 1980, 23, № 2, с. 232.
7. Романов Ю. А., Бовин В. П., Орлов Л. К., — ФТП, 1978, 12, № 9, с. 1665.
8. Гуляев Ю. В., Зильберман П. Е. — ФТТ, 1971, 13, № 4, с. 955.
9. Гуляев Ю. В., Зильберман П. Е. — Письма в ЖЭТФ, 1970, 11, с. 421.
10. Захаров В. Е. — Письма в ЖЭТФ, 1968, 7, с. 290.
11. Fontana J. R., Pantell R. H.— Pros. IRE, 1962, 50, № 8, p. 1796.
12. Орлов Л. К., Романов Ю. А. — Изв. вузов — Радиофизика, 1980, 23, № 12, с. 1421.

Научно-исследовательский физико-технический институт при Горьковском университете

Поступила в редакцию 10 апреля 1981 г.

#### PARAMETRIC MIXING OF ELECTROMAGNETIC WAVES IN SUPERLATTICES

*L. K. Orlov, Yu. A. Romanov*

The paper investigates parametric mixing of electromagnetic waves of  $\omega_3 = l\omega_1 + \omega_2$  type in semiconductor superlattices with dissipation under the condition of strong nonlinearity. It is shown that due to breaking the Manly-Row process of wave merging as well as the decay process the exponential signal increase occurs. It is found out that the basic amplification mechanisms in this case are the modified superheterodyne amplification and the dissipative parametric instability.

#### ИНФОРМАЦИЯ О НОВЫХ КНИГАХ

Кузьминов Ю. С. Сегнетоэлектрические кристаллы для управления лазерным излучением. — М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы. 1982.— 20 л.

В книге приведены сегнетоэлектрические, электрооптические и нелинейно-оптические свойства широкого класса кристаллов щелочно-земельных ниобатов и танталатов, которые применяются или найдут применение для управления лазерным излучением. В ней также освещены физико-химические аспекты технологии выращивания монокристаллов этих соединений. Показана зависимость сегнетоэлектрических и оптических свойств этих материалов от состава соединения и нарушения стехиометрии, которое происходит в процессе выращивания, а также термоэлектрической обработки. В книге рассмотрены вопросы теории нелинейно-оптических свойств кислородно-октаэдрических сегнетоэлектриков, показывающих общность свойств этих соединений.

Книга предназначена для специалистов, занимающихся вопросами управления лазерным излучением, выращиванием и исследованием нелинейных монокристаллов. Может быть использована в качестве дополнительной литературы по курсу «Материалы квантовой электроники», читаемому в ряде технических вузов.