

УДК 538.574

О ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ДИСПЕРСИОННЫХ ИСКАЖЕНИЙ СИГНАЛОВ С ОГРАНИЧЕННЫМ СПЕКТРОМ

Ю. И. Орлов

Рассмотрены пространственно-временные асимптотические методы, применимые для определения дисперсионных искажений сигналов с ограниченным спектром в однородной и плавно неоднородной диспергирующей среде. Эти методы основаны на исследовании полей пространственно-временных лучей двух типов — спектральных и субспектральных, интерференция которых определяет структуру поля сигнала в лучевом приближении (приближении геометрической теории дифракции). Предложены квази-лучевые методы, справедливые в таких областях неприменимости лучевой теории, как окрестность каустик и границ света — тени для спектральных лучей. В качестве примера рассмотрена структура поля сигнала с прямоугольным спектром в однородной диспергирующей среде.

Несмотря на большое число работ, посвященных распространению радиоимпульсов в диспергирующих средах, дисперсионные искажения важного класса сигналов — сигналов с ограниченным спектром — в литературе практически не рассматривались (см. [1, 2]*). Для определения дисперсионных искажений импульсов конечной длительности получили применение пространственно-временные асимптотические методы, в частности, метод геометрической теории дифракции (ГТД) и его обобщения вблизи каустик и фронтов сигналов [3]. Однако в случае сигналов с ограниченным спектром указанные методы требуют дальнейшего развития в связи с тем, что в силу известных свойств интеграла Фурье эти сигналы в принципе имеют бесконечную длительность. Развитию асимптотических методов для сигналов с ограниченным спектром и посвящена данная работа.

Как известно, огибающая $A^0(t)$ сигнала с ограниченным спектром может быть представлена в виде ряда отсчетов (ряда Котельникова)

$$A^0(t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} A^0(m\Delta t) \{ \sin \Omega(t - m\Delta t) / [\Omega(t - m\Delta t)] \}, \quad (1)$$

где $\Delta t \leq \pi/\Omega$, 2Ω — ширина спектра. Анализ поля такого сигнала в диспергирующей среде можно проводить, основываясь или на разложении (1), или на спектральном представлении. Хотя в первом случае достаточно просто можно рассмотреть искажения элементарного аппроксимирующего сигнала вида $\sin(\Omega t)/\Omega t$, для асимптотического анализа спектральный подход в общем случае оказывается удобнее.

1. Приближение пространственно-временной геометрической теории дифракции. Поле произвольного сигнала с ограниченным спектром в однородной диспергирующей среде (при $z \geq 0$) определяется интегралом Фурье

* Распространение указанных сигналов в частном случае рассматривалось С. А. Намазовым (частное сообщение).

$$E(z, t) = \int_{\omega_1}^{\omega_2} \tilde{A}_0(\omega) \exp \{i [\varphi_0(\omega) - \omega t + k(\omega) z]\} d\omega, \quad (2)$$

где $\omega_{1,2} = \omega_0 \mp \Omega$, ω_0 — несущая частота сигнала, 2Ω — ширина спектра, $k(\omega) = (\omega/c)n(\omega)$ — волновое число, $n(\omega)$ — показатель преломления среды. Функции $\tilde{A}_0(\omega)$ и $\varphi_0(\omega)$ в (2) определяют амплитуду и фазу спектральной плотности исходного сигнала $E(0, t)$.

Асимптотика поля сигнала (2) определяется вкладом стационарных точек и краев интеграла (2) и имеет вид

$$E(z, t) = \sum_{s=1}^m A_s e^{i\psi_s} + \sum_{j=1}^2 (-1)^j B_j e^{i\sigma_j}, \quad (3)$$

где

$$A_s = \tilde{A}_0(\bar{\omega}_s) \left| \frac{1}{2\pi} \frac{\partial t_{\text{гp}}}{\partial \bar{\omega}_s} \right|^{-1/2} \exp \left(i \frac{\pi}{4} \alpha_s \right),$$

$$B_j = \frac{i}{t - t_{\text{гp}}(\omega_j, z)} \tilde{A}_0(\omega_j),$$

$$\psi_s \equiv \psi(\bar{\omega}_s), \quad \sigma_j \equiv \psi(\omega_j), \quad \psi(\omega) = \varphi_0(\omega) - \omega t + k(\omega) z, \quad (4)$$

$$t_{\text{гp}}(\omega, z) \equiv \varphi'_0(\omega) + k'(\omega) z = \varphi'_0(\omega) + z/v_{\text{гp}}(\omega),$$

$$\alpha_s = \text{sgn}(\partial t_{\text{гp}}/\partial \bar{\omega}_s).$$

Здесь $t_{\text{гp}} = t_{\text{гp}}(\omega, z)$ — время групповой задержки, $v_{\text{гp}}(\omega) = [k'(\omega)]^{-1}$ — локальная групповая скорость, $\omega_j = \omega_0 \mp \Omega$, $j = 1, 2$. Стационарные частоты $\bar{\omega}_s = \bar{\omega}_s(z, t)$ ($s = 1, 2, \dots$) определяются из уравнения $t = t_{\text{гp}}(\omega, z)$, которое можно представить в виде уравнения семейства пространственно-временных лучей

$$z = v_{\text{гp}}(\omega) [t - \varphi'_0(\omega)] \equiv \bar{z}(t, \omega), \quad \omega_1 < \omega < \omega_2. \quad (5)$$

Эти лучи назовем спектральными. Они выходят из плоскости $z = 0$ в момент времени $t = \varphi'_0(\omega)$, определяемый фазовой характеристикой спектра сигнала, и занимают конечный угловой сектор на плоскости $\{z, t\}$ (рис. 1). Первый член в (3) отвечает сумме полей спектральных лучей, при этом в (3) предполагается, что $\omega_1 < \bar{\omega}_s < \omega_2$.

Второй член в (3) соответствует лучам

$$z = v_{\text{гp}}(\omega_{1,2}) [t - \varphi'_0(\omega_{1,2}) - \xi] \equiv z_{1,2}(t, \xi), \quad -\infty < \xi < \infty, \quad (6)$$

которые назовем субспектральными. Лучи (6) представляют собой два семейства параллельных прямых, дважды покрывающих всю плоскость $\{z, t\}$ (рис. 1).

Согласно (3) поле сигнала определяется суммой вкладов пространственно-временных лучей двух типов: спектральных и субспектральных. Лучевая асимптотика (4) дает приближение пространственно-временной ГТД для плоских сигналов с ограниченным спектром.

Чтобы представить картину спектральных лучей (5), а следовательно, и структуру сигнала, найдем уравнение каустики семейства лучей (5). Из (5) и условия $(\partial/\partial \omega)\bar{z}(t, \omega) = 0$ при $v'_{\text{гp}}(\omega) \neq 0$ получим

$$z = (v_{\text{гp}}^2(\omega)/v'_{\text{гp}}(\omega)) \varphi''_0(\omega) \equiv z_k(\omega), \quad (7)$$

$$t = \varphi'_0(\omega) + (v_{\text{гp}}(\omega)/v'_{\text{гp}}(\omega)) \varphi''_0(\omega) \equiv t_k(\omega).$$

Из (7) следует, что образование каустики при $z > 0$ возможно лишь при $\varphi_0''(\omega) v_{гр}'(\omega) > 0$ (рис. 1), при этом $z_k = 0$ при $\varphi_0''(\omega) = 0$, а при $v_{гр}'(\omega) \rightarrow \infty$ имеем $z_k \rightarrow \infty$. Точки возврата каустики (7) определяются условием $k''(\omega) \varphi_0'''(\omega) = k'''(\omega) \varphi_0''(\omega)$, откуда, в частности, следует, что при квадратичном фазовом спектре $\varphi_0(\omega) = \beta(\omega - \omega_0)^2$ каустика (7) не имеет точек возврата и имеет вид, изображенный на рис. 1а. Отметим, что исследование формы каустики (7) позволяет легко определить положение различных зон многолучевости, что необходимо для применения лучевой асимптотики (3). Разумеется, вблизи каустики (7) эта асимптотика несправедлива (ибо здесь $\partial t_{гр}/\partial \omega = 0$) и должна быть специальным образом модифицирована (см. разд. 2).

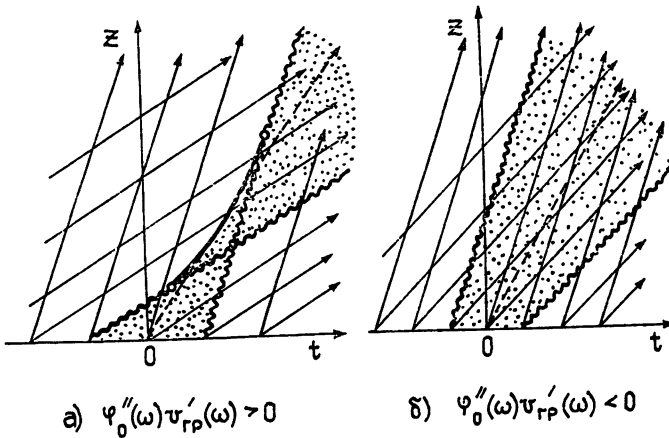


Рис. 1. Пространственно-временные лучи в случае сигнала с ограниченным спектром.

Не останавливаясь на этих вопросах подробно, отметим две важные особенности каустики (7). Во-первых, каустика спектральных лучей является оборванной, ее края отвечают условиям $\omega = \omega_1$ и $\omega = \omega_2$ (рис. 1). Во-вторых, при $v_{гр}'(\omega) < 0$ каустика (7) обладает аномальным каустическим фазовым сдвигом, что вытекает, в частности, из формул (4) (подробнее см. [4]).

Рассмотрим теперь частный случай сигнала с прямоугольным синфазным спектром, когда $\varphi_0(\omega) \equiv 0$, а $\tilde{A}_0(\omega) \equiv \tilde{A}_0 = \text{const} \neq 0$ при $|\omega - \omega_0| < \Omega$. Тогда исходный сигнал (при $z = 0$) имеет вид

$$E(0, t) = 2\tilde{A}_0(\sin \Omega t/t) e^{-i\omega_0 t}, \quad (8)$$

что соответствует элементарному аппроксимирующему сигналу в (1). Каустика спектральных лучей (5) в этом случае вырождается в экстремальный луч $z = v_{гр}(\omega_{ss})t$, где ω_{ss} отвечает условию $v_{гр}'(\omega_{ss}) = 0$. Будем для простоты считать, что последнее условие не выполняется, и указанная каустика отсутствует.

Тогда в соответствии с формулами (3), (4) приближение ГТД определяется суммой вкладов одного спектрального и двух субспектральных лучей:

$$E(z, t) = \tilde{A}_0 \sqrt{\frac{2\pi}{|k''(\bar{\omega}_s)| z}} \exp\left(i\psi(\bar{\omega}_s) + i\frac{\pi}{4} \alpha_s\right) +$$

$$+ \sum_{j=1}^2 \tilde{A}_0 \frac{(-1)^j v_{\text{гp}}(\omega_j)}{i [z - v_{\text{гp}}(\omega_j) t]} e^{i\psi(\omega_j)}, \quad (9)$$

где $\psi(\omega) = k(\omega)z - \omega t$, $\alpha_s = \text{sgn } k''(\bar{\omega}_s)$. Частота $\bar{\omega}_s$ определяется из уравнения семейства спектральных лучей $z = v_{\text{гp}}(\omega)t$.

В рассматриваемом случае спектральные лучи образуют веер прямых, создаваемых точечным источником $\{t=0, z=0\}$ (рис. 2); они являются аналогами дифракционных (краевых) лучей, рассмотренных в [3]. Но в отличие от импульсов конечной длительности спектральные лучи испускаются вершиной сигнала (8), т. е. точкой $t=0, z=0$, и заполняют на плоскости $\{z, t\}$ конечный угловой сектор I (рис. 2). Во внешней части сектора I необходимо учитывать вклад только двух субспектральных лучей.

Субспектральные лучи $z = v_{\text{гp}}(\omega_{1,2})(t - \xi_j)$ и отвечающие им поля (второй член в (9)) соответствуют модифицированному приближению пространственно-временной геометрической оптики для сигнала (8). Последнее вытекает из (8), если сигнал представить в виде наложения двух сигналов с частотами ω_1 и ω_2 и для каждого из них применить обычное приближение пространственно-временной геометрической оптики (см., например, [5, 6]):

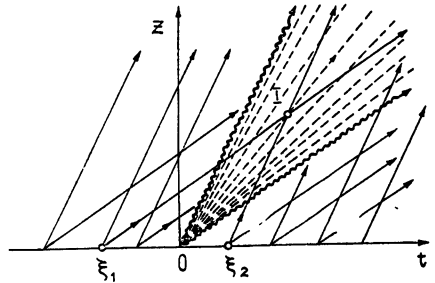


Рис. 2. Пространственно-временные лучи в случае сигнала с прямоугольным спектром.

$$E(z, t) = \sum_{j=1}^2 A_j^0(\xi_j) e^{i\psi(\omega_j)}, \quad A_j^0 = (-1)^j i \tilde{A}_0 / \xi_j, \quad (10)$$

где $\xi_j = t - z/v_{\text{гp}}(\omega_j)$, $\omega_{1,2} = \omega_0 \mp \Omega$. Очевидно, что при $z=0$ выражение (10), а следовательно, и второй член в (9) воспроизводят начальную формулу сигнала (8), т. е. субспектральные лучи в ближней зоне дают основной вклад в поле сигнала (9).

В дальней зоне, когда $z \gg |2\pi k''(\omega)\Omega^2|^{-1}$, амплитуды субспектральных лучей в (9) становятся пренебрежимо малыми, и сигнал здесь определяется только спектральными лучами:

$$E(z, t) = \tilde{A}_0 \sqrt{\frac{2\pi}{|k''(\bar{\omega}_s)|z}} \exp\left(i\psi(\bar{\omega}_s) + i\frac{\pi}{4}\alpha_s\right) |h(\xi_1) - h(\xi_2)|, \quad (11)$$

где $h(\xi)$ — функция Хевисайда, остальные обозначения те же, что и в (9), (10). Выражение (11) согласуется с результатом работы [7], согласно которому поле в дальней зоне сигнала определяется его спектром. Критерий дальней зоны в общем случае имеет вид [5, 8]: $\tau_j^0 \gg T$, где $\tau_j^0 = \sqrt{2\pi|k''(\omega)|z}$ — размер пространственно-временной зоны Френеля при $z=0$, а $T \sim \pi/\Omega$ — характерный масштаб изменения огибающей сигнала (8). Отсюда находим условие $z \gg \pi|2k''(\omega)\Omega^2|^{-1}$, которое согласуется с приведенным выше условием, вытекающим из (9).

Отметим, что при наличии каустики спектральных лучей, образующейся, если зависимость $v_{\text{гp}}(\omega)$ имеет экстремум, приближение дальней зоны для сигнала (8) определяется интерференцией спектральных лучей и дается суммой выражений (11) по всем $\bar{\omega}_s$.

2. **Квазилучевая асимптотика.** Области неприменимости приближения ГТД (3) являются зоны, расположенные вблизи каустики (7), где $\partial t_{\text{гр}}/\partial \omega = 0$, и граничных спектральных лучей, где $t = t_{\text{гр}}(\omega_{1,2}, z)$. В данном разделе получены асимптотики поля сигнала, являющиеся модификациями лучевого приближения (3) и справедливые в указанных областях.

В отсутствие каустики (7) (или вдали от нее) требуемая модификация лучевого метода должна учитывать только полутеневые области $t \sim t_{\text{гр}}(\omega_{1,2}, z)$. Полутеневая асимптотика, справедливая при $t \sim t_{\text{гр}}(\omega_{1,2}, z)$, может быть получена из (2) с помощью соответствующего обобщения метода стационарной фазы [9] и имеет следующий вид:

$$E(z, t) = \sum_{j=1}^2 (-1)^j B_j e^{i\sigma_j} + A_s e^{i\psi_s} [\Phi(\zeta_1) - \Phi(\zeta_2)], \quad (12)$$

где

$$\Phi(\zeta) = \frac{e^{-i\pi/4}}{\sqrt{\pi}} \left(\int_{\zeta}^{\infty} e^{i\tau^2} d\tau + \frac{e^{i\zeta^2}}{2i\zeta} \right), \quad \zeta_j = |\psi_s - \sigma_j|^{1/2} \operatorname{sgn}(\omega_j - \bar{\omega}_s). \quad (13)$$

Здесь использованы обозначения лучевой асимптотики (3): $A_s, B_j, \psi_s, \sigma_j$ являются амплитудами и эйконалами лучевых полей, входящих в формулу ГТД (3). В (12) и (13) принято, что $\partial t_{\text{гр}}/\partial \omega_s > 0$ (и $\psi_s < \sigma_j$). В противном случае функции $\Phi(\zeta_{1,2})$ следует заменить на комплексносопряженные $\Phi^*(\zeta_{1,2})$.

Вдали от граничных спектральных лучей, когда $|\zeta_{1,2}| \gg 1$, решение (12) асимптотически переходит в формулу ГТД (3), область применимости которой с точностью $5 \div 10\%$ определяется условием $|\zeta_{1,2}| < 1,7 \div 1,4$.

При образовании каустики (7) асимптотика (12) оказывается недостаточной, и следует использовать каустическую асимптотику. Учитывая, что, как уже отмечалось в разд. 1, каустика (7) является оборванной, и, следовательно, может попадать в область полутени, необходимо использовать обобщенную каустическую асимптотику, которая должна быть справедлива как в окрестности каустики (7), так и вблизи области полутени. Такая асимптотика следует из (2), если использовать метод работы [10], и имеет вид, аналогичный по форме результатам работ [11, 12]:

$$E(z, t) = \sum_{j=1}^2 (-1)^j B_j e^{i\sigma_j} + \quad (14)$$

$$+ \sum_{j=1}^2 (-1)^{j+1} \frac{e^{-i\pi/4}}{2\sqrt{\pi}} \left\{ e^{i\theta} \left(M + iN \frac{\partial}{\partial \xi} \right) I(\xi, \eta_j) + \frac{i(N\eta_j - M)}{\xi + \eta_j^2} e^{i\sigma_j} \right\},$$

где

$$M = (-\xi)^{1/4} (iA_1 + A_2), \quad N = (-\xi)^{-1/4} (iA_1 - A_2),$$

$$\theta = \frac{1}{2} (\psi_1 + \psi_2), \quad \xi = - \left[\frac{3k}{4} (\psi_1 - \psi_2) \right]^{2/3}, \quad \frac{1}{3} \eta_j^3 + \eta_j \xi = \sigma_j - \theta.$$

Здесь $I(\xi, \eta) = \int_{\eta}^{\infty} \exp \left[i \left(\frac{1}{3} \tau^3 + \tau \xi \right) \right] d\tau$ — неполная функция Эйри и

использованы обозначения лучевой асимптотики (3). Формула (14) записана для случая, когда зависимость $t_{\text{гр}} = t_{\text{гр}}(\omega)$ имеет единственный минимум ($\partial^2 t_{\text{гр}}/\partial \omega^2 > 0$). При $\partial^2 t_{\text{гр}}/\partial \omega^2 < 0$ вместо функции $I(\xi, \eta)$

должна быть использована комплексно-сопряженная — $I^*(\xi, \eta)$ (подробнее см. [12]).

Аналогично [12] можно показать, что вдали от области полутени (при $|\eta \pm \sqrt{-\xi}| \gg 1$) из (14) вытекает каустическая асимптотика на основе обычной функции Эйри и ее производной [6]. Вдали от каустики (при $|\xi| \gg 1$) выражение (14) асимптотически переходит в полутеневую асимптотику (12), а вдали от области полутени — в формулу ГТД (3).

Структура квазилучевых асимптотик (12), (14) имеет некоторые отличительные особенности по сравнению со случаем импульсов конечной длительности [3], что особенно наглядно проявляется при исследовании сигнала (8) с прямоугольным спектром. Эти особенности связаны с тем, что, во-первых, согласно (9) и рис. 2 в лучевой картине, отвечающей распространению сигнала (8), присутствуют границы тени для спектральных лучей, являющихся аналогами дифракционных (краевых) лучей, и, во-вторых, поле (10) геометрических (субспектральных) лучей сингулярно на этих границах*.

Полутеневая асимптотика в случае сигнала с прямоугольным спектром дается формулами (9), (12) и описывает трансформацию поля сигнала (8) вдоль трассы его распространения, при этом тенденции дисперсионных искажений сигнала (8) в известном смысле обратны тем, которые наблюдаются в случае прямоугольного когерентного сигнала конечной длительности [3]. Действительно, в ближней зоне сигнала (8), согласно (9), (10), (12), происходит заплывание нулей огибающей. В промежуточной зоне начинает формироваться новое основное тело сигнала, которое в дальней зоне приобретает четкий фронт и четкий срез, превращаясь по существу в импульс конечной длительности.

Отметим, что, как следует из полученных результатов, структура дисперсионных искажений сигнала с ограниченным спектром во многом аналогична структуре ЧМ сигнала с большой базой, что, естественно, согласуется с очевидными физическими соображениями.

3. Некоторые обобщения результатов. Одно из обобщений полученных результатов связано с учетом влияния неравномерности амплитудного спектра $\tilde{A}_0(\omega)$, которое вызывает дополнительную поперечную диффузию поля сигнала, в частности, по фронту спектральных лучей. В случае, когда функция $\tilde{A}_0(\omega)$ вблизи границы спектра $\omega \sim \omega_1$ имеет вид $\tilde{A}_0(\omega) = \tilde{a}_0(\omega - \omega_1)^\nu$, где $\tilde{a}_0 \neq 0$, $\nu > 0$, то вместо полутеневой асимптотики френелевского типа (12) из (2) с помощью метода работы [9] можно получить другую квазилучевую асимптотику:

$$E(z, t) = \tilde{a}_0 \Gamma(\nu + 1) [(1/2)(Q + P) D_{-\nu-1}(\zeta) + (1/\zeta)(Q - P) D'_{-\nu-1}(\zeta)] \exp[i\chi + (i\pi/4)\alpha_s(\nu + 1)], \quad (15)$$

где

$$Q = \left(-\frac{\bar{\omega}_s - \omega_1}{\zeta_0}\right)^\nu \sqrt{\frac{\alpha_s}{t'_{rp}(\bar{\omega}_s)}}, \quad P = \left[\frac{\alpha_s \zeta_0}{t_{rp}(\bar{\omega}_s) - t}\right]^{\nu+1}, \quad (16)$$

$$\zeta = e^{-i\pi\alpha_s/4} \zeta_0, \quad \zeta_0 = \sqrt{-2\alpha_s(\psi_s - \sigma_1)} \operatorname{sgn}(\omega_1 - \bar{\omega}_s), \quad \chi = (\psi_s + \sigma_1)/2.$$

* В случае импульсов конечной длительности наблюдается иная картина [3]: семейство геометрических лучей имеет границы тени, на которых сингулярно поле дифракционных пространственно-временных лучей.

Здесь $D_{-\nu-1}(\xi)$ — функция параболического цилиндра (функция Вебера), $D'_{-\nu-1}(\xi)$ — ее производная, а остальные обозначения имеют тот же смысл, что и в формуле (3), при этом $t'_{\text{гp}}(\omega) \equiv \partial t_{\text{гp}}/\partial \omega$. Здесь, в отличие от (12), для простоты не учитывается влияние второго края спектра $\omega = \omega_2$, что в соответствии с принципом аддитивности для интеграла Фурье (2) может быть сделано независимо. Отметим, что при $\nu = 0$ решение (15) согласуется с (12).

В присутствии каустики (7), когда в случае степенного амплитудного спектра на каустике образуется не резкий, а размытый край, вместо (15) из (2) можно получить асимптотику на основе обобщенной функции Вебера

$$F_{-\nu-1}(\xi, \eta) = \int_{\eta}^{\infty} (\tau - \eta)^{\nu} \exp \left[i \left(\frac{1}{3} \tau^3 + \tau \xi \right) \right] d\tau,$$

которая при $\nu = 0$ совпадает с $I(\xi, \eta)$ в (14).

Отметим, что обсуждаемые выше каустические асимптотики, например (14), справедливы только в окрестности неособой каустики, где сливаются два спектральных луча. Обобщение этой асимптотики на случай особых каустик (7) достигается, аналогично [12], с помощью многомерной неполной функции Эйри $I(\xi, \eta_i)$ или аналогичной обобщенной функции Вебера $F_{-\nu-1}(\xi, \eta_i)$.

Полученные выше результаты допускают обобщение на случай произвольной плавно неоднородной диспергирующей среды. Если свойства неоднородной среды в полосе спектра сигнала $[\omega_1, \omega_2]$ таковы, что для гармонического поля справедливо приближение геометрической оптики [5, 8], которое можно представить в виде $E(\mathbf{r}, \omega) = U(\mathbf{r}, \omega) e^{i f(\mathbf{r}, \omega)}$, то поле сигнала со спектром $\tilde{E}_0(\omega) = \tilde{A}_0(\omega) e^{i \varphi_0(\omega)}$ может быть записано в виде

$$\begin{aligned} E(\mathbf{r}, t) &= \int_{\omega_1}^{\omega_2} \tilde{A}_0(\omega) U(\mathbf{r}, \omega) \exp \{ i [\varphi_0(\omega) + f(\mathbf{r}, \omega) - \omega t] \} d\omega \equiv \\ &\equiv \int_{\omega_1}^{\omega_2} \tilde{A}(\mathbf{r}, \omega) \exp \{ i [\varphi(\mathbf{r}, \omega) - \omega t] \} d\omega. \end{aligned} \quad (17)$$

Здесь и ниже $\tilde{A}(\mathbf{r}, \omega) = \tilde{A}_0(\omega) U(\mathbf{r}, \omega)$, $\varphi(\mathbf{r}, \omega) = \varphi_0(\omega) + f(\mathbf{r}, \omega)$, при этом амплитуда $\tilde{A}(\mathbf{r}, \omega)$ является медленно изменяющейся функцией по ω по сравнению с экспоненциальным множителем. В однородной среде $U \equiv 1$, $f(\mathbf{r}, \omega) \equiv k(\omega)z$, для равномерного спектра $\tilde{A}_0(\omega) \equiv \tilde{A}_0 = \text{const}$, $\varphi_0(\omega) \equiv 0$. Как ясно из (17), структура поля сигнала в основном определяется поведением фазовой функции $\varphi(\mathbf{r}, \omega)$, которая зависит от фазовой функции спектра сигнала $\varphi_0(\omega)$ и от фазовой характеристики трассы распространения $f(\mathbf{r}, \omega)$.

Из сравнения (17) и (2) следует, что приближение ГТД и его соответствующие квазилучевые обобщения в плавно неоднородной среде отличаются от (3), (12), (14) и (15) лишь другими значениями эйконалов $\psi = \varphi(\mathbf{r}, \omega) - \omega t$ и времени групповой задержки $t_{\text{гp}} = (\partial/\partial \omega) \varphi(\mathbf{r}, \omega) \equiv t_{\text{гp}}(\mathbf{r}, \omega)$, при этом величина $\tilde{A}_0(\omega)$ должна быть заменена на $\tilde{A}(\mathbf{r}, \omega)$. Эти замены учитывают влияние рефракции спектральных и субспектральных пространственно-временных лучей в неоднородной среде.

Используя полученные результаты, можно определить поля сигналов с ограниченным спектром в различных физических задачах, связанных, например, с прохождением сигналов через диспергирующую среду или цепь с распределенными параметрами, с отражением сигналов от плавно неоднородной среды (в частности, от ионосферы) и др. Отметим, что результаты исследования поля сигнала с прямоугольным спектром могут быть непосредственно использованы для расчетов полей произвольных сигналов, если учесть теорему отсчетов (1).

ЛИТЕРАТУРА

1. Колосов М. А., Арманд Н. А., Яковлев О. И. Распространение радиоволн при космической связи. — М.: Связь, 1969.
2. Блюх П. В. — Изв. вузов — Радиофизика, 1964, 7, № 3, с. 460.
3. Орлов Ю. И. — В сб.: Прямые и обратные задачи теории дифракции (Лекции на V Всесоюзной школе по дифракции и распространению волн, Челябинск, 1979). — М.: Изд. ИРЭ АН СССР, 1979, с. 28.
4. Орлов Ю. И. — Изв. вузов — Радиофизика, 1981, 24, № 2, с. 224.
5. Кравцов Ю. А., Орлов Ю. И. Геометрическая оптика неоднородных сред. — М.: Наука, 1980.
6. Кравцов Ю. А., Островский Л. А., Степанов Н. С. — ТИИЭР, 1974, 62, № 11, с. 91.
7. Вайнштейн Л. А. — УФН, 1976, 118, № 2, с. 339.
8. Кравцов Ю. А., Орлов Ю. И. — УФН, 1980, 132, № 3, с. 475.
9. Bleistein N. — Comm. Pure Appl. Math., 1966, 19, № 4, p. 353.
10. Bleistein N. — J. Math. Mech., 1967, 17, № 6, p. 533.
11. Орлов Ю. И., Анятин А. П. — Изв. вузов — Радиофизика, 1974, 17, № 9, с. 1369.
12. Орлов Ю. И. — Радиотехника и электроника, 1975, 20, № 2, с. 242; 1976, 21, № 4, с. 730.

Московский энергетический
институт

Поступила в редакцию
21 мая 1981 года

ON THE GEOMETRICAL THEORY OF DISTORTIONS OF SIGNALS WITH A LIMITED SPECTRUM

Yu. I. Orlov

Space-time asymptotic methods are considered being used for the definition of dispersive distortions of signals with a limited spectrum inhomogeneous and smoothly inhomogeneous dispersive media. These methods are based on investigation of fields of space-time rays of two types: spectral and subspectral the interference of which defines the structure of the signal field in the ray approximation (the approximation of the geometrical theory of diffraction). Quasi-ray methods are suggested which are valid in such regions of the ray theory applicability as the vicinity of caustics and light-shadow boundary for spectral rays. As an example the structure of the signal field with a rectangular spectrum is considered in a homogeneous dispersive medium.
