

УДК 621.372.413—434.1

## ГОФРИРОВАННЫЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКИЕ РЕЗОНАТОРЫ ДЛЯ КОРОТКОВОЛНОВЫХ РЕЛЯТИВИСТСКИХ СВЧ ГЕНЕРАТОРОВ\*

Г. Г. Денисов, М. Г. Резников

Теоретически и экспериментально исследованы гофрированные резонаторы для релятивистских электронных генераторов. Действие резонаторов основано на эффекте синфазного селективного отражения волноводной волны многомодового волновода от периодических неоднородностей. Рассмотрены резонаторы в виде отрезка волновода со строго периодической гофрировкой и отрезка волновода со скачком фазы гофрировки в середине, резонатор с брэгговскими зеркалами.

Использование релятивистских эффектов не только позволяет существенно поднять мощность генераторов в традиционном для классической СВЧ электроники диапазоне длин волн, но и дает возможность реализации мощных электронных генераторов когерентного излучения в сравнительно плохо освоенных миллиметровом и субмиллиметровом диапазонах [2]. Большой интерес проявляется, в частности, к так называемым мазерам и лазерам на свободных электронах [2-6] — релятивистским генераторам, основанным на доплеровском преобразовании частоты излучения электронов-осцилляторов, движущихся с релятивистской поступательной скоростью.

В значительной части практически интересных случаев требования к качеству электронного пучка или к мощности накачки вынуждают к применению в этих генераторах высокооборотных резонаторов. Из теории мазеров и лазеров на свободных электронах ясно, что их резонаторы должны удовлетворять довольно жестким, на первый взгляд, даже отчасти противоречивым, требованиям. Поле высокочастотной рабочей моды должно содержать волны, распространяющиеся под малым углом к направлению движения электронов. Сильноточный (с токами до десятков килоампер) электронный пучок должен быть пропущен вдоль электродинамической системы на небольшом расстоянии от металлической поверхности. В скаттронах [2, 3, 5], кроме этого, необходимо, чтобы в области движения электронов через резонатор проходила низкочастотная волна накачки.

В миллиметровом и длинноволновой части субмиллиметрового диапазонов всем указанным требованиям достаточно полно удовлетворяет резонатор в виде отрезка металлического волновода с неглубокой периодической или квазипериодической гофрировкой боковой поверхности [1, 9] (рис. 1). Как и в соответствующих диэлектрических резонаторах оптического диапазона [7, 14], при выполнении условий брэгговского отражения гофрировка обеспечивает распределенную связь встречных волн. Различие между диэлектрическими и металлическими резонаторами — в поперечной структуре волноводных волн, коэффициентах связи волн и, как следствие, в спектре собственных мод. Так, например,

\* Часть результатов работы доложена на IX Всесоюзной конференции по электронике СВЧ [1].

в цилиндрических металлических резонаторах есть отсутствующие в диэлектрических резонаторах высокочастотные колебания, обусловленные сильным отражением волноводной волны от конца волновода на частотах, близких к критическим [11].

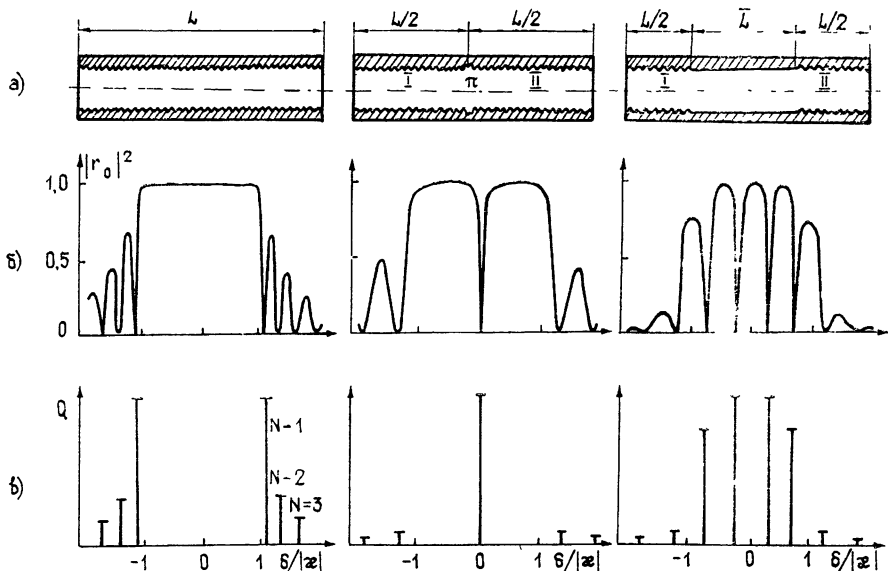


Рис. 1. Различные типы гофрированных резонаторов (а), спектры их резонансных частот (б), коэффициенты отражения волноводной волны от резонаторов в зависимости от частоты (в).

В работе представлены результаты теоретического и экспериментального исследований резонаторов на основе многомодового волновода кругового сечения с периодической или квазипериодической гофрировкой.

## 1. УСЛОВИЯ И УРАВНЕНИЯ СЕЛЕКТИВНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ДВУХ ВОЛН

Чтобы обеспечить распределенную связь между двумя встречными волнами  $\Psi_1 = \Psi_1^0(r) A_1 \exp(-im_1\varphi - ih_1z + i\omega t)$  и  $\Psi_2 = \Psi_2^0(r) \times A_2 \exp(-im_2\varphi + ih_2z + i\omega t)$  волновода кругового сечения, на его поверхность нужно нанести неглубокий гофр с винтовой симметрией

$$a = a_0 + a_1 \cos(\bar{h}z + \bar{m}\varphi), \quad a_1 \ll \lambda, \quad (1)$$

и подчинить параметры гофрировки брэгговским условиям:

$$\bar{h} \approx h_1 + h_2; \quad (2)$$

$$\bar{m} = \pm (m_1 - m_2). \quad (3)$$

Здесь  $a_0$  — невозмущенный радиус волновода,  $\lambda$  — длина волны,  $r$ ,  $\varphi$ ,  $z$  — цилиндрические координаты.

При выполнении (2), (3) селективное двухволновое взаимодействие достигается, если отстройки  $|\bar{h} - h_{1,2} - h_s|$  волновых чисел обеих выбранных волн от остальных ( $s \neq 1, 2$ ), для которых выполнено условие (3), значительно превышают коэффициенты связи волн  $\chi_{l,n}$ :

$$|\bar{h} - h_{1,2} - h_s| \gg |\chi_{l,n}|, \quad l, n = 1, 2, s, \quad l \neq n. \quad (4)$$

Тогда медленно меняющиеся ( $|\chi_{1,2}|, |\chi_{2,1}| \ll h_{1,2}$ ) комплексные амплитуды  $A_{1,2}(z)$  волн поля  $A(z) = A_1(z) \exp(-ih_1z) + A_2(z) \exp(ih_2z)$  описываются уравнениями связанных волн [7, 13]:

$$A_1' + i\delta A_1 = -ix_{1,2} A_2, \quad (5)$$

$$A_2' - i\delta A_2 = ix_{2,1} A_1,$$

причем,  $|A_1|^2 \hbar_1$  и  $|A_2|^2 \hbar_2$  представляют мощности, переносимые этими волнами,  $\delta = (1/2)(h_1 + h_2 - \bar{h})$ .

Если обе волны имеют одинаковые поперечные структуры, а их фазовые скорости вдоль оси близки к скорости света ( $v_\Phi \geq c$ ), то неравенство (4), ограничивающее сверху коэффициенты связи, можно сформулировать в виде ограничения на параметр Френеля:

$$(ka_0^2/L_{св}) \ll v_{m,p} f(m, p). \quad (6)$$

Здесь  $k = 2\pi/\lambda$  — волновое число,  $v_{m,p} = a_0 \sqrt{k^2 - h^2}$ ,  $L_{св} = \pi/2|\kappa|$  — характерная длина взаимодействия прямой и обратной волн,  $f(m, p) \geq 1$  — фактор порядка единицы, величина которого определяется азимутальным —  $m$  — и радиальным —  $p$  — индексами моды.

Условия (4), (6) допускают также следующую интерпретацию: связь волноводных мод будет селективной, если соответствующие им бриллюэновские волны, распространяющиеся под углами  $\Theta = \pm \arccos h/k$  к оси волновода, испытывают несколько отражений на длине  $L_{св}$ .

## 2. КОЭФФИЦИЕНТЫ СВЯЗИ

Вычисляя коэффициенты связи волн методом возмущений [12, 13], получим

$$x_{l,l'} = \frac{a_1 - v_l^2 v_{l'}^2 + m_l m_{l'} a_0^2 (k^2 + h_l h_{l'})}{2a_0^3 \sqrt{h_l h_{l'}} \sqrt{(v_l^2 - m_l^2)(v_{l'}^2 - m_{l'}^2)}} \quad (7)$$

— для двух волн  $H$ -типа,

$$x_{l,l'} = \frac{a_1}{2a_0} \frac{k^2 + h_l h_{l'}}{\sqrt{h_l h_{l'}}}. \quad (8)$$

— для двух волн  $E$ -типа;  $l, l' = 1, 2$ . Периодическая гофрировка обеспечивает связь волн разных типов, если азимутальный индекс  $m_H$  волны  $H$ -типа не равен нулю:

$$x_{E,H} = \frac{a_1}{2a_0} \frac{m_H k}{\sqrt{v_H^2 - m_H^2}} \frac{h_E + h_H}{\sqrt{h_E h_H}}. \quad (9)$$

Методика работы [13] позволяет легко вычислить коэффициенты связи волн и в коаксиальном волноводе. Мы приведем их лишь для одинаковых волн  $H$ -типа:

$$x = \frac{a_1 [\chi^4 \mp a_0^2 m^2 (k^2 + h^2)]}{2a_0^3 h [\chi^2 - m^2 - (\chi^2 - m^2 \alpha^2) (J'_m(\chi)/J'_m(\chi/\alpha))^2]} \quad (10)$$

— при гофрировке внешнего цилиндра радиуса  $a_0$ .

$$x = \frac{b_1 [\chi^4 \mp a_0^2 \alpha^2 m^2 (k^2 + h^2) (J'_m(\chi)/J'_m(\chi/\alpha))^2]}{2b_0 a_0^3 [\chi^2 - m^2 - (\chi^2 - m^2 \alpha^2) (J'_m(\chi)/J'_m(\chi/\alpha))^2]} \quad (11)$$

— при гофрировке внутреннего цилиндра радиуса  $b_0$ .

В (10), (11)  $\alpha = a_0/b_0 > 1$ ,  $\chi$  — корень уравнения  $J'_m(\chi)N'_m(\chi/\alpha) - N'_m(\chi)J'_m(\chi/\alpha) = 0$ ,  $J_m(x)$ ,  $N_m(x)$  — функции Бесселя и Неймана. Знаки (—) и (+) соответствуют одинаковым и противоположным направлениям вращения связанных волн.

### 3. РЕЗОНАНСНЫЕ ЧАСТОТЫ И ДОБРОТНОСТИ КОЛЕБАНИИ

Пусть резонатор представляет собой отрезок периодически гофрированного цилиндрического волновода, согласованного на концах, так что для парциальных волн в сечениях  $z = \pm L/2$ , где кончается гофрировка, выполнены условия излучения

$$A_1(-L/2) = A_2(L/2) = 0. \quad (12)$$

Тогда при малых омических потерях и достаточно большой длине  $L$ , когда

$$|\kappa L| \gg \pi, \quad (13)$$

в резонаторе существуют высокодобротные колебания связанных волн, частоты и добротности которых нетрудно найти, решая уравнения (5), (12). Для случая, когда гофрировка связывает встречные волны одинаковой поперечной структуры, получаем

$$k_{\pm N} = \frac{\omega_{\pm N}}{c} = \left[ g^2 + \left( \frac{\hbar}{2} \pm |\kappa| \sqrt{1 + \frac{(N\pi)^2}{|\kappa L|^2}} \right)^2 \right]^{1/2}, \quad (14)$$

$$Q_{\pm N} = \frac{k_{\pm N}^2 L}{\hbar} \frac{|\kappa L|^2}{(N\pi)^2}, \quad g = \frac{\nu_{m,p}}{a_0}, \quad N=1,2,\dots$$

Согласно (14) резонансные частоты находятся вблизи границ полосы непропускания (рис. 1). Поле колебания с индексом  $N$  представляет собой почти стоячую волну с близкой к синусоидальной плавной огибающей, имеющей  $N$  полупериодов на длине резонатора [7]. Мелкомасштабные заполнения у колебаний на частотах  $\omega_N$  и  $\omega_{-N}$ , симметричных относительно брэгговской частоты  $\omega_0 = c \sqrt{g^2 + (\hbar/2)^2}$ , сдвинуты по отношению друг к другу на половину периода гофрировки.

Если волноводные волны испытывают отражение от концов резонатора с коэффициентом отражения  $r_0 = \rho \exp(i\alpha_0)$ , то граничные условия (12) заменяются на

$$A_1(-L/2) = \rho \exp[i(\alpha_0 - hL)] A_2(-L/2), \quad (15)$$

$$A_2(L/2) = \rho \exp[i(\alpha_0 - hL)] A_1(L/2).$$

В этом случае спектр резонансных колебаний становится несимметричным относительно брэгговской частоты [7, 8, 10], причем даже малое отражение может значительно изменить добротности колебаний. Так, при  $|\rho_0| = 0,2$  сдвиг резонансных частот еще невелик, но отношение добротностей  $Q_N/Q_{-N}$  может отличаться от единицы в 2—3 раза в ту или иную сторону.

Простейшим нарушением периодичности — введением сдвоя фазы гофрировки — можно очень сильно изменить спектральные характеристики резонатора [8, 9]. Например, если в середине резонатора устроить скачок фазы гофрировки на  $\pi$ , то в спектре появится резко выделенное по свойствам очень добротное колебание с частотой, лежащей точно в середине полосы непропускания (рис. 1):

$$Q_0 = \frac{k_0^2 L}{2\hbar} \frac{\exp(|\kappa L|)}{|\kappa L|}, \quad k_0 = \frac{\omega_0}{c} \quad (16)$$

и

$$\tilde{Q}_{\pm N} = \frac{\tilde{k}_{\pm N}^2 L}{\hbar} \frac{|\kappa L|^2}{(2N\pi)^2},$$

$$\tilde{k}_{\pm N} = \left[ g^2 + \left( \frac{\hbar}{2} \pm |x| \sqrt{1 + \frac{(2N\pi)^2}{|xL|^2}} \right)^2 \right]^{1/2}. \quad (17)$$

Отношение добротностей  $Q_0/\tilde{Q}_{\pm N}$  имеет значение порядка 100 при  $|xL| = 8$ . Огибающая мелкомасштабного заполнения наиболее добротного колебания довольно быстро спадает от середины резонатора по закону, близкому к  $\exp(-|xz|)$ . Не нарушая противофазности «зеркал» I и II (рис. 1), можно увеличить протяженность поля в резонаторе, установив между «зеркалами» отрезок гладкого волновода длиной  $\bar{L}$ . Тогда добротность колебания на частоте  $\omega_0$  будет равна

$$\bar{Q}_0 = \frac{k_0^2 L}{2\hbar} \frac{\exp(|xL|)}{|xL|} (1 + |x\bar{L}|). \quad (18)$$

Следует иметь в виду, что при большой длине однородного участка, когда  $|x\bar{L}| > \pi$ , в полосе непропускания появляются дополнительные высокодобротные резонансы (см., например, [14]).

Для произвольной величины скачка фазы гофрировки  $0 < \Delta\varphi < 2\pi$ ,  $\Delta\varphi \neq \pi$  спектр несимметричен относительно брэгговской частоты  $\omega_0$ . При этом при уменьшении величины скачка фазы гофрировки от значения  $\Delta\varphi = \pi$  резонансная частота основного колебания смещается к одной из границ полосы непропускания, при  $\Delta\varphi \approx 2 \operatorname{arctg}(2/|xL|)$  проходит границу полосы и, наконец, при  $\Delta\varphi = 0$  принимает значение  $|\delta L| = |xL| \sqrt{1 + \pi^2/|xL|^2}$ .

#### 4. РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ИССЛЕДОВАНИЯ

Экспериментально исследовалось несколько резонаторов на основе многомодового аксиально-симметричного волновода с прямоугольной гофрировкой. Исследование проводилось в диапазонах длин волн 7,5—10 мм и 4,0—5,0 мм.

1) В одном из экспериментов измерялись добротности и частоты (7,5 мм <  $\lambda$  < 9,8 мм) колебаний гофрированного резонатора со следующими параметрами: средний радиус волновода был равен 10,4 мм, период гофрировки 5,1 мм, глубина гофриров-

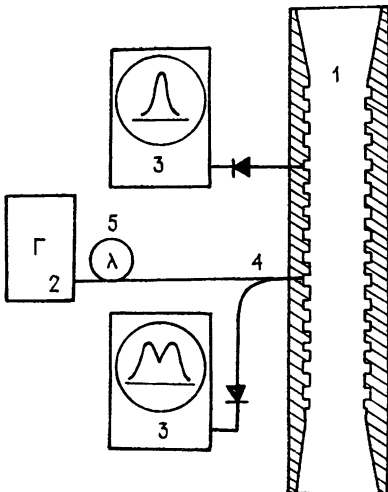


Рис. 2. Схема установки для измерения резонансных частот и добротностей колебаний: 1 — исследуемый резонатор, 2 — клистронный генератор с частотной модуляцией, 3 — осциллограф, 4 — направленный ответвитель, 5 — волномер.

ки 0,8 мм. Резонатор состоял из двух гофрированных участков длиной  $80 \text{ мм} < L/2 < 150 \text{ мм}$ , разделенных отрезком негофрированного волновода, длина которого тоже могла изменяться:  $0 < \bar{L} < 200 \text{ мм}$ . Возбуждение и прием колебаний производились через отверстие связи в стенке резонатора. Схема установки изображена на рис. 2.

Кроме колебаний связанных волн  $E_{0,1} \leftrightarrow E_{0,1}$ ,  $E_{1,1} \leftrightarrow H_{1,1}$ ,  $E_{1,1} \leftrightarrow E_{1,1}$ ,  $H_{3,1} \leftrightarrow H_{3,1}$ ,  $E_{2,1} \leftrightarrow E_{2,1}$  с бриллюэновскими углами

$\Theta = 20 \div 40^\circ$  в эксперименте наблюдались резонансные колебания, образованные волнами, для которых среднее сечение резонатора близко к критическому [11]. Идентификация мод осуществлялась установлением их азимутального и полного продольного индексов. Для колебаний связанных волн последний примерно равен числу периодов гофрировки (рис. 3) и весьма велик ( $q \sim 50$ ), для добротных колебаний на частотах, близких к критическим, его значение порядка единицы ( $q \leq 5$ ). Омическая добротность колебаний была равна  $Q_{\text{ом}} = 10000 \div 15000$ .

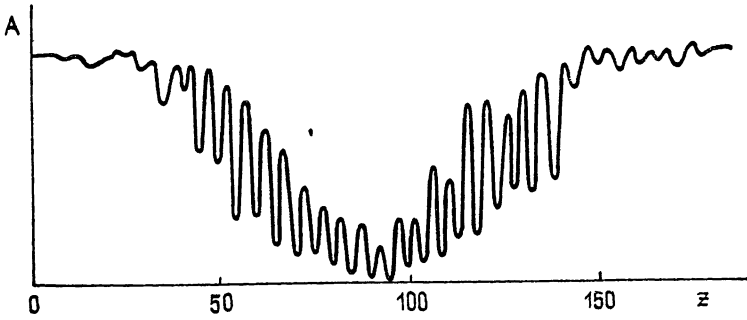


Рис. 3. Изменение амплитуды резонанса связанных волн  $E_{1,1} \leftrightarrow E_{1,1}$  при перемещении вдоль резонатора ( $|xL| = 6,5$ ,  $\bar{L} = 0$ ) поглощающего тела с малым продольным размером.

Частоты и добротности наиболее добротных колебаний связанных волн измерялись при различных величинах скачка фазы  $\Delta\varphi$  гофрировки (рис. 4, 5), который фиксировался с точностью  $\pm 5^\circ$ . Область сосредоточения поля  $\int_{-L/2}^{L/2} |A(z)/A_{\text{max}}| dz$  в резонаторе при скачке фазы

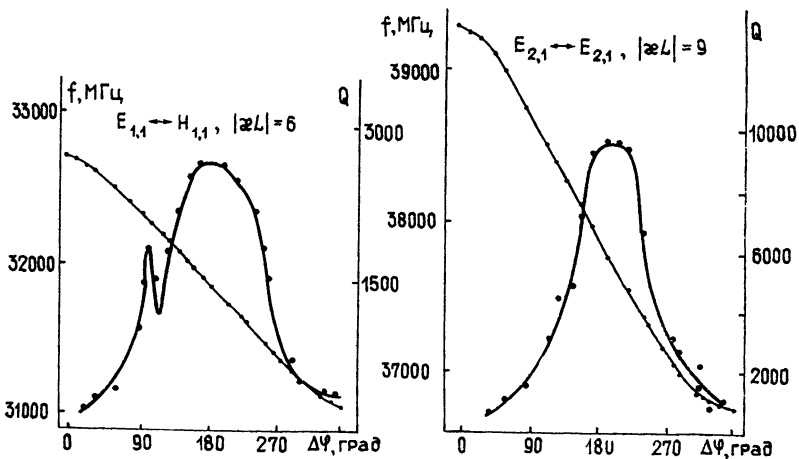


Рис. 4. Экспериментальная зависимость от величины скачка фазы гофрировки резонансной частоты (тонкая линия) и добротности основного колебания связанных волн.

гофрировки около  $\pi$  была довольно мала (равна примерно  $2/|x| \approx \approx 60$  мм). Для увеличения протяженности поля между гофрированными участками волновода помещался негофрированный. Зависимость добротности от длины гладкого участка  $\bar{L}$  представлена на рис. 6. При  $\bar{L} = 200$  мм в резонаторе имелось 4—5 высокодобротных колебаний внутри полосы не пропускания.

Измеренные в эксперименте центральные частоты  $f_0$  полос пропуска и коэффициенты связи встречных волн были близки к рассчитанным по формулам (7)—(9) (см. таблицу и рис. 4, 5), однако дробные добротности в некоторых случаях отличались от теоретических в 1,5—2 раза.

Т а б л и ц а

	$E_{0,1} \leftrightarrow E_{0,1}$	$E_{1,1} \leftrightarrow H_{1,1}$	$E_{1,1} \leftrightarrow E_{1,1}$	$E_{2,1} \leftrightarrow E_{2,1}$
$f_0 = \omega_0/2\pi$	$30800 \pm 1000$	$31900 \pm 300$	$34900 \pm 300$	$37900 \pm 300$
(МГц)	(31380)	(32570)	(34290)	(37690)
$ x $	$\frac{h}{25} \pm 10\% \left(\frac{h}{19}\right)$	$\frac{k}{35} \pm 5\% \left(\frac{k}{30}\right)$	$\frac{h}{17,5} \pm 5\% \left(\frac{h}{17,4}\right)$	$\frac{h}{18} \pm 5\% \left(\frac{h}{15,5}\right)$

В скобках приведены результаты расчета.

2) В другом эксперименте исследовались колебания связанных волн  $H_{4,1}$ ,  $H_{5,1}$ ,  $H_{6,1}$  при достаточно больших бриллюэновских углах:  $\Theta = 45 \div 55^\circ$  в резонаторе со строго периодической гофрировкой и скачком  $\pi$  фазы гофрировки. В резонаторе с периодической гофрировкой колебания несвязанных волн наблюдались только вблизи одной из границ полосы непропускания, причем их добротности были примерно в три раза выше расчетных. Причиной этого расхождения с теорией могло быть отражение волноводной волны от концов резонатора (для обеспечения указанных эффектов достаточно отражения с коэффициентом  $|r_0|^2 = 0,05$ ).

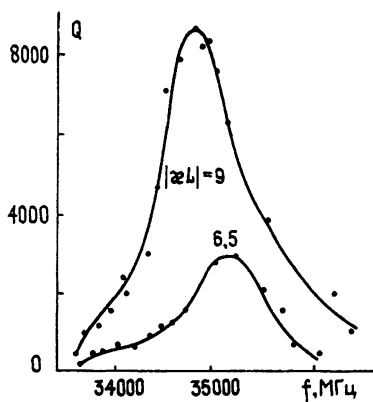


Рис. 5.

Рис. 5. Измеренная добротность основного колебания связанных волн  $E_{1,1} \leftrightarrow E_{1,1}$  при различных длинах резонатора ( $|xL| = 6,5, 9,0$ ,  $\bar{L} = 0$ ).

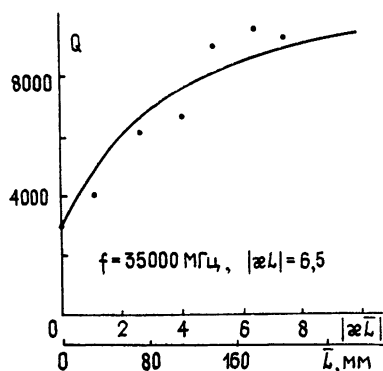


Рис. 6.

Рис. 6. Расчетная зависимость добротности колебания связанных волн  $E_{1,1} \leftrightarrow E_{1,1}$  от длины гладкого участка  $\bar{L}$  при омической добротности  $Q_{ом} = 12000$ . Точками отмечены экспериментальные значения добротности.

3) Отметим, что в исследованных резонаторах «паразитные» моды на квазикритических частотах обладали большой (вплоть до омической при  $q = 1, 2$ ) добротностью и густым спектром резонансных частот. Хотя в некоторых случаях резонансное возбуждение таких мод электронным пучком в МСЭ просто невозможно (например, в убитроне

с малым по сравнению с периодом магнитного поля  $d$  радиусом волновода:  $a_0 < 1,84 d/2\pi$ ), вообще говоря, при использовании гофрированных резонаторов возникает необходимость эффективно дискриминировать эти колебания.

Авторы выражают благодарность С. Н. Власову и М. И. Петелину за внимание к работе и полезные советы.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Денисов Г. Г., Резников М. Г. Тезисы докладов IX Всесоюзной конференции по электронике СВЧ. — Киев., 1979, с. 111.
2. Гапонов-Грехов А. В., Петелин М. И. — Вестник АН СССР, 1979, вып. 4, с. 11.
3. Grapatstein V. L., Sprangle P. — IEEE Trans., MTT-25, 1977, № 6, p. 545.
4. Ботвинник И. Е., Братман В. Л., Волков А. Б. и др. — Письма в ЖЭТФ, 1982, 35, вып. 10, с. 418.
5. Братман В. Л., Гинзбург Н. С., Петелин М. И. — ЖЭТФ, 1979, 76, № 3, с. 930.
6. Братман В. Л., Гинзбург Н. С., Нусинович Г. С., Петелин М. И., Юлпатов В. К. В кн.: Релятивистская высокочастотная электроника. — Горький: изд. ИПФ АН СССР, 1979, с. 157.
7. Kogelnik H., Shank C. V. — J. Appl. Phys., 1972, 43, № 5, p. 2327.
8. Kim S. H., Fongstad C. G. — IEEE J. Quant. Electr., QE-15, 1979, № 12, p. 1405.
9. Ковалев Н. Ф., Петелин М. И., Резников М. Г. — Авторское свидетельство № 720592, Бюл. изобрет., 1980, № 9.
10. Chinn S. R. — IEEE J. Quant. Electr., QE-9, 1973, № 6, p. 574.
11. Вайнштейн Л. А. Открытые резонаторы и открытые волноводы. — М.: Сов. радио, 1966.
12. Каценеленбаум Б. З. Теория нерегулярных волноводов с медленно меняющимися параметрами. — М.: Изд. АН СССР, 1961.
13. Ковалев Н. Ф., Орлова И. М., Петелин М. И. — Изв. вузов. — Радиофизика, 1968, 11, № 5, с. 783.
14. Yariv A., Nakamura M. — IEEE J. Quant. Electr., QE-13, 1977, № 4, p. 233.

Институт прикладной физики  
АН СССР

Поступила в редакцию  
29 мая 1981 г.

#### CORRUGATED CYLINDRICAL RESONATORS FOR SHORT-WAVE RELATIVISTIC VHF GENERATORS

*G. G. Denisov, M. G. Reznikov*

Corrugated resonators for relativistic electron generators are theoretically and experimentally investigated. The operation of resonators is based on the effect of the phasing selective reflection of a waveguide wave from periodic inhomogeneities. Resonators are considered in the form of a waveguide section with the strictly periodic corrugation and a waveguide section with a jump of the corrugation phase in the middle, a resonator with Bragg mirrors.

---