

УДК 621.396.677.494.71.001.1

ВНЕШНИЕ СОБСТВЕННЫЕ И ВЗАИМНЫЕ ПРОВОДИМОСТИ ЩЕЛЕЙ В БЕСКОНЕЧНОМ ПЛОСКОМ ЭКРАНЕ, НАКРЫТОМ СЛОЕМ ДИЭЛЕКТРИКА

В. В. Бодров, В. И. Гриднев

Описывается метод расчета собственных и взаимных проводимостей по различным базисным функциям параллельных щелевых излучателей, расположенных на тонком бесконечном экране под слоем диэлектрика без потерь. Распределение поля поперек щели описывается функцией $\psi(x_r')$, которая либо является постоянной, либо учитывает особенности поля вблизи ребер экрана. Исследовано влияние вида функции $\psi(x_r')$ на значение проводимости. Приводятся графики собственных проводимостей для различных размеров щелей и параметров слоя, а также графики взаимных проводимостей двух щелей для двух видов смещений.

Влияние защитного диэлектрического слоя на параметры волноводной щелевой антенны (ВЩА) ранее изучалось теоретически [1, 2] и экспериментально [3] путем исследования влияния слоя на параметры эквивалентной схемы щели на широкой стенке волновода. При этом расчет ВЩА не учитывал внешнего взаимодействия между щелевыми излучателями, в то время как при наличии слоя его учет становится особенно важным. При поэлементном расчете ВЩА [4], позволяющем учесть внешнее и внутреннее взаимодействие между щелевыми излучателями, наибольшую трудность представляет расчет по различным базисным функциям внешних собственных и взаимных проводимостей с учетом диэлектрического слоя.

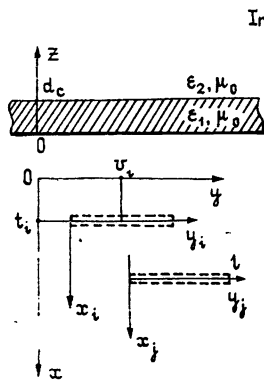


Рис. 1.

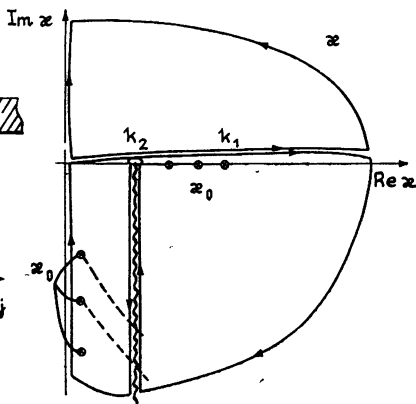


Рис. 2.

Для получения алгоритма расчета внешних проводимостей рассмотрим два одинаковых прямоугольных отверстия в бесконечном плоском экране, с номерами i и j , расположенных, как показано на рис. 1, параллельно друг другу под слоем диэлектрика без потерь с параметрами ϵ_1, μ_0 . Среда над диэлектрическим слоем имеет параметры ϵ_2, μ_0 . С каждой щелью свяжем локальную систему координат X_r', Y_r', Z_r' ($r = i, j$).

Координаты точки, принадлежащей r -й щели, в общей системе координат X, Y, Z будем обозначать без штрихов; x_r, y_r, z_r . Обычно при применении метода Галеркина неизвестное электрическое поле в щелях раскладывается по системе базисных функций $\{e_{rq}\}$, выбор которой для нашего случая обосновывается ниже. Сейчас лишь заметим, что для относительно узких щелей ($d/l \approx 0,1$) электрическое поле в щели имеет лишь одну поляризацию:

$$e_{rq} = x_{r0} e_{rq}(x'_r, y'_r) = x_{r0} \psi(x'_r) \varphi_q(y'_r) \quad (r = i, j, \quad q = 1, \dots, M). \quad (1)$$

Согласно [4], внешняя проводимость может быть определена по формуле

$$Y_{ik, lp}^e = \int_{S_i} ds_i [e_{lk}, H(e_{jp})] z_0 = \int_{S_i} dx'_i dy'_i e_{lk}(x'_i, y'_i) H_y(e_{jp}). \quad (2)$$

Рассчитать магнитное поле, создаваемое щелью в слое диэлектрика, можно различными способами. В нашем случае используется стандартное [5] разложение полей на электрические и магнитные волны относительно оси z , при этом в направлениях, совпадающих с поверхностью границы раздела, функция Грина представляется в виде интеграла Фурье, а ее характеристическая часть зависит от продольной координаты z . В [6] подобным методом получены компоненты тензорной функции Грина. Применяя методику [5] и [6] и вынося производные из-под знака интеграла Фурье, получим выражение для магнитного поля при $z = 0$:

$$H_y(e_{jp}) = - \frac{1}{4\pi i \omega \mu_0} \int_{S_j} ds_j e_{jp}(x'_j, y'_j) I(x_i, y_i, x_j, y_j), \quad (3)$$

где

$$I(x_i, y_i, x_j, y_j) = \frac{\partial^2}{\partial y_i^2} \iint_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp[-ix_1(x_i - x_j) - ix_2(y_i - y_j)]}{x_1^2 + x_2^2} \times \\ \times \gamma_1 [1 + T_2(x)] dx_1 dx_2 - \quad (4)$$

$$- k_1^2 (\partial^2 / \partial x_i^2) \iint_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp[-ix_1(x_i - x_j) - ix_2(y_i - y_j)]}{x_1^2 + x_2^2} [1 + T_1(x)] dx_1 dx_2;$$

$$T_1(x) = (\epsilon_2 \gamma_1 - \epsilon_1 \gamma_2) \exp(-\gamma_1 d_c) / \Phi_+^3(x); \quad (5)$$

$$T_2(x) = (\gamma_2 - \gamma_1) \exp(-\gamma_1 d_c) / \Phi_{\pm}^M(x); \quad (6)$$

$$\Phi_{\pm}^3(x) = \epsilon_1 \gamma_2 \operatorname{ch} \gamma_1 d_c \pm \epsilon_2 \gamma_1 \operatorname{sh} \gamma_1 d_c; \quad (7)$$

$$\Phi_{\pm}^M(x) = \gamma_1 \operatorname{ch} \gamma_1 d_c \pm \gamma_2 \operatorname{sh} \gamma_1 d_c, \quad \gamma_{1,2} = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 - k_{1,2}^2}, \quad k_{1,2} = 2\pi/\lambda_{1,2}. \quad (8)$$

Подставив (3)–(8) в (2), получим формулу для расчета проводимости

$$Y_{ik, lp}^e = - \frac{1}{4\pi i \omega \mu_0} \iint_{S_i} ds_i \iint_{S_j} ds_j e_{lk}(x'_i, y'_i) e_{jp}(x'_j, y'_j) I(x_i, y_i, x_j, y_j). \quad (9)$$

Дальнейшее вычисление внешней проводимости по формуле (9) можно осуществить двумя способами. Можно, во-первых, вычислить производные в (4) и, поменяв местами интегралы по x_1, x_2 и координатам щелей в (9), вычислить последние. В результате внешняя проводи-

мость представляется в виде двойного интеграла по x_1, x_2 . Однако полученная таким способом формула пригодна лишь для численного расчета собственных проводимостей ($i = j$) из-за наличия быстроосциллирующего члена

$$\exp [-i x_1(t_i - t_j) - i x_2(v_i - v_j)],$$

где t_r, v_r — координаты центра r -й щели. Поэтому рассмотрим другой способ получения выражения для проводимости, а именно, перейдем в (4) от декартовых переменных x_1, x_2 к цилиндрическим — x ; α и вычислим интеграл по α :

$$I(x_i, y_i, x_j, y_j) = 2\pi \frac{\partial^2}{\partial y_i^2} \int_0^\infty \frac{dx}{x} J_0(xr) \gamma_1 [1 + T_2(x)] - \\ - 2\pi k_1^2 \frac{\partial^2}{\partial x_i^2} \int_0^\infty \frac{dx}{x} J_0(xr) \frac{[1 + T_1(x)]}{\gamma_1}. \quad (10)$$

Используя дифференциальное уравнение для функции Бесселя $J_0(xr)$ при $r = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2}$

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x_i^2} + \frac{\partial^2}{\partial y_i^2} \right) J_0(xr) = -x^2 J_0(xr) \quad (11)$$

и выделяя интегрируемые члены, преобразуем (10) к виду

$$I(x_i, y_i, x_j, y_j) = k_1^2 P_1(r) + (\partial^2 / \partial y_i^2) P_2(r), \quad (12)$$

где

$$P_1(r) = \frac{\exp(-ik_1 r)}{r} + \int_0^\infty dx J_0(xr) \frac{x}{\gamma_1} T_1(x); \quad (13)$$

$$P_2(r) = P_1(r) + (\epsilon_1 - \epsilon_2) \int_0^\infty dx J_0(xr) \frac{x \gamma_1}{\Phi_+^3(x) \Phi_+^M(x)}. \quad (14)$$

При малых значениях r ($0 \leq r \leq R_0$) интегралы в этих выражениях можно вычислять непосредственно численным интегрированием по действительной оси x . При больших значениях $r \geq R_0$ интегралы вычисляются с применением методов теории функций комплексной переменной. На комплексной плоскости x подынтегральные функции в (13), (14) имеют точки ветвления при $x = \pm k_2$, а также особые точки в виде полюсов первого порядка, положение которых определяется корнями уравнений

$$\Phi_+^3(x) = 0; \quad (15)$$

$$\Phi_+^M(x) = 0. \quad (16)$$

Положение корней уравнений x_0 на нижнем листе плоскости x , обеспечивающем выполнение условий излучения на бесконечности, зависит от выбора системы разрезов, проходящих через точки ветвления. При разрезах, показанных на рис. 2, анализ областей расположения корней, проведенный аналогично [7], показывает, что в интересующей нас полуплоскости $\text{Re } x \geq 0$ искомые области определяются следующими неравенствами:

$$I. \quad \text{Im } x_0 = 0, \quad -k_2 < \text{Re } x_0 < k_1; \quad (17)$$

$$II. \quad 0 < \text{Re } x_0 < k_2, \quad -\infty < \text{Im } x_0 < 0. \quad (18)$$

При этом в области II для больших значений $|\kappa_0|$ ($|\kappa_0| \approx |\gamma_1| \approx |\gamma_2|$) можно получить асимптотическое значение корня уравнения (15):

$$\operatorname{Re} \frac{\kappa_0}{k_1} = \frac{1}{2k_1 d_c} \ln \frac{1 + (\varepsilon_2/\varepsilon_1)}{1 - (\varepsilon_2/\varepsilon_1)}; \quad (19)$$

$$\operatorname{Im} \frac{\kappa_0}{k_1} = \frac{1}{2k_1 d_c} \pi (1 + 2n) \quad (n = -1, -2, \dots). \quad (20)$$

При малых значениях $|\kappa_0|$, а также в области I положение корней находится численно. Заметим, что с уменьшением электрической толщины слоя корни удаляются из области по линиям, показанным на рис. 2.

Таким образом, решение уравнения (15) порождает дискретный конечный спектр электрических поверхностных волн. Уравнение (16) при больших значениях $|\kappa_0|$ не имеет корней. Его корни находятся численно в области I, либо при малых значениях в области II. При сколь угодно малой электрической толщине слоя будет существовать по крайней мере одна поверхностная волна электрического типа.

Интегралы (13), (14) при больших значениях r ($r \geq R_0$) вычисляются интегрированием на комплексной плоскости z путем разбиения каждого из них на два интеграла, контуры интегрирования которых, показанные на рис. 2, выбраны из условия экспоненциального убывания подинтегральных функций на контуре интегрирования. Выполнив интегрирование, получим

$$P_1(r) = P_{1k}(r) + P'_1(r) + P_{1\text{пов}}(r); \quad (21)$$

$$P_2(r) = P_1(r) + P'_2(r) + P_{2\text{пов}}(r). \quad (22)$$

Здесь член $P_{1k}(r)$ представляет собой вклад пространственной волны в полубесконечной среде с параметрами ε_1, μ_0 :

$$P_{1k}(r) = \exp(-ik_1 r)/r. \quad (23)$$

Члены $P'_1(r)$ и $P'_2(r)$ учитывают влияние границы раздела:

$$P'_1(r) = -\varepsilon_1 \varepsilon_2 \exp\left(i \frac{3\pi}{4}\right) \int_{z=k_2-i0}^{k_2-i\infty} dz H_0^{(2)}(rz) \frac{z \sqrt{z^2 - k_2^2}}{\Phi_+^{\circ}(z) \Phi_-^{\circ}(z)}; \quad (24)$$

$$P'_2(r) = (\varepsilon_2 - \varepsilon_1) \exp\left(i \frac{3\pi}{4}\right) \int_{z=k_2-i0}^{k_2-i\infty} dz H_0^{(2)}(rz) \sqrt{i(z^2 - k_2^2)} \times \\ \times \frac{z(z^2 - k_1^2) (\varepsilon_1 \operatorname{ch}^2 \gamma_1 d_c - \varepsilon_2 \operatorname{sh}^2 \gamma_1 d_c)}{\Phi_+^{\circ}(z) \Phi_-^{\circ}(z) \Phi_+^{\text{M}}(z) \Phi_-^{\text{M}}(z)}. \quad (25)$$

И, наконец, члены $P_{1\text{пов}}$, $P_{2\text{пов}}$ представляют собой вклады поверхностных волн:

$$P_{1\text{пов}}(r) = -\pi i \sum_{\nu} \operatorname{res} [f_1(x), x_{\nu}]; \quad (26)$$

$$P_{2\text{пов}}(r) = -\pi i \sum_{\nu, \mu} \operatorname{res} [f_2(x), x_{\nu, \mu}]. \quad (27)$$

Здесь $\int_{1,2}(x)$ — соответственно подынтегральные функции в (13) и (14) с заменой в них функции Бесселя на функцию Ханкеля $H_0^{(2)}(x r)$.

Возвращаясь к вычислению проводимостей в (9), заметим, что поскольку $P_1(r)$, $P_2(r)$ зависят от разностей координат $x_i - x_j$, $y_i - y_j$, то можно, дважды выполнив замену переменных, свести четырехкратный интеграл к двойному. Результат такого преобразования зависит от выбора системы базисных функций. При выборе в качестве функции $\varphi_q(y'_r)$

$$\varphi_q(y'_r) = \sin \alpha_q y'_r \quad (\alpha_q = q(\pi/l), \quad q = 1, \dots, M) \quad (28)$$

выражение для проводимости (9) преобразуется к виду

$$Y_{ik, j\rho}^e = -\frac{1}{4\pi i \omega \mu_0} \int_{\xi=0}^l \int_{\eta=0}^d d\xi d\eta F(\eta) [C_1 \Pi_1 - C_2 \Pi_2], \quad (29)$$

где

$$C_1 = \begin{cases} k_1^2 (\alpha_k^2 - \alpha_p^2)^{-1} [(-1)^{p+k} \alpha_k \sin \alpha_p \xi - \alpha_p \sin \alpha_k \xi] & (k \neq p), \\ \frac{k_1^2 - \alpha_p^2}{2} (l - \xi) \cos \alpha_p \xi - (-1)^p \frac{k_1^2 + \alpha_p^2}{2} \frac{\sin \alpha_p (l - \xi)}{\alpha_p} & (k = p); \end{cases} \quad (30)$$

$$C_2 = \begin{cases} \alpha_k \alpha_p (\alpha_k^2 - \alpha_p^2)^{-1} [(-1)^{p+k} \alpha_p \sin \alpha_p \xi - \alpha_k \sin \alpha_k \xi] & (k \neq p), \\ -\frac{\alpha_p^2}{2} \left[(l - \xi) \cos \alpha_p \xi + (-1)^p \frac{\sin \alpha_p (l - \xi)}{\alpha_p} \right] & (k = p); \end{cases} \quad (31)$$

$$\Pi_m = P_m(r_{++}) + P_m(r_{+-}) + (-1)^{p+k} [P_m(r_{-+}) + P_m(r_{--})] \quad (m=1, 2); \quad (32)$$

$$r_{\pm\pm} = \sqrt{(t_i - t_j \pm \eta)^2 + (v_i - v_j \pm \xi)^2}. \quad (33)$$

Здесь левые знаки при r соответствуют знакам в правых скобках под радикалом. Вид функции $F(\eta)$ зависит от выбора функции $\psi(x'_r)$, описывающей распределение электрического поля поперек щели:

$$F(\eta) = \int_{\eta-d}^{d-\eta} d\tau \psi\left(\frac{\tau + \eta}{2}\right) \psi\left(\frac{\tau - \eta}{2}\right). \quad (34)$$

Для электростатической функции $\psi(x'_r)$ в виде

$$\psi(x'_r) = \frac{1}{\pi \sqrt{(d/2)^2 - x_r'^2}} \quad \left(|x'_r| < \frac{d}{2} \right) \quad (35)$$

$F(\eta)$ принимает вид

$$F(\eta) = \frac{8}{\pi^2} \frac{1}{d + \eta} K\left(\frac{d - \eta}{d + \eta}\right), \quad (36)$$

где $K(v)$ — полный эллиптический интеграл первого рода. В этом случае подынтегральное выражение в (29) имеет интегрируемую логарифмическую особенность при $\eta = 0$.

В ряде работ [8, 9] распределение электрического поля поперек щели предполагается постоянным:

$$\psi(x'_r) = 1/d, \quad |x'_r| \leq d/2. \quad (37)$$

В этом случае выражение для $F(\eta)$ упрощается:

$$F(\eta) = (2/d^2) (d - \eta). \quad (38)$$

На рис. 3, 4 представлены зависимости собственной проводимости щели, рассчитанные по формулам (30) и (37), излучающей из-под слоя диэлектрика различной толщины с $\epsilon_1 = 9,8$. На рис. 5, 6 те же зависимости для диэлектрика с $\epsilon_1 = 2,5$. Значения электрической толщины слоя 0 и ∞ соответствуют случаям отсутствия слоя и полностью заполненного полупространства. Пунктиром нанесены кривые, рассчитанные по формулам (29) и (38). Как видно из сравнения, вид функции $\psi(x'_r)$ слабо влияет на величину проводимости, особенно в резонансной области. При увеличении толщины диэлектрика от 0 до ∞ величина проводимости колеблется, асимптотически стремясь к своему значению на бесконечности (рис. 7).

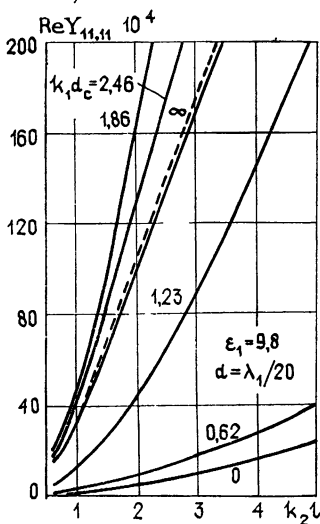


Рис. 3.

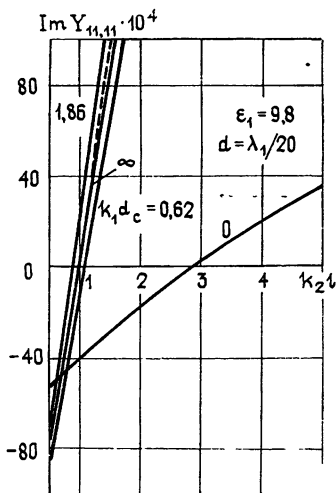


Рис. 4.

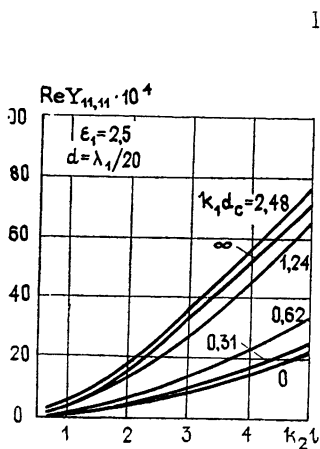


Рис. 5.

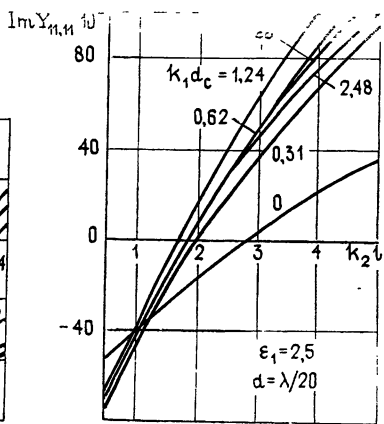


Рис. 6

Из рис. 3, 4, и 5, 6 можно заключить, что в широком диапазоне изменения толщин слоя резонансная длина щели близка к резонансной длине щели, излучающей в заполненное полупространство. При этом резонансная щель, находящаяся под тонким слоем с большим ϵ_1 имеет сильно уменьшенную активную проводимость, что необходимо учитывать при конструировании и расчетах щелевых решеток. На рис. 8 изображена взаимная проводимость двух щелей, находящихся под слоем

диэлектрика, в зависимости от продольного расстояния между ними, нормированного к резонансной длине волны R/λ_p ; на рис. 9 — случай поперечного смещения щелей. Резонансная длина волны определяется из условия обращения в нуль мнимой части собственной проводимости. Здесь необходимо отметить, что взаимная проводимость для щелей, расположенных под толстым слоем диэлектрика, очень существенно определяется поверхностной волной, в то время как для тонких слоев взаимные проводимости определяются в основном пространственной волной, на что указывает соотношение расстояний, на которых меняется знак проводимости.

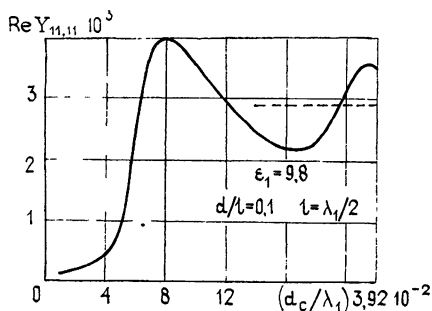


Рис. 7.

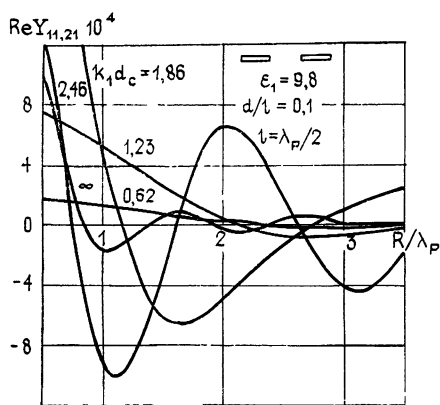


Рис. 8.

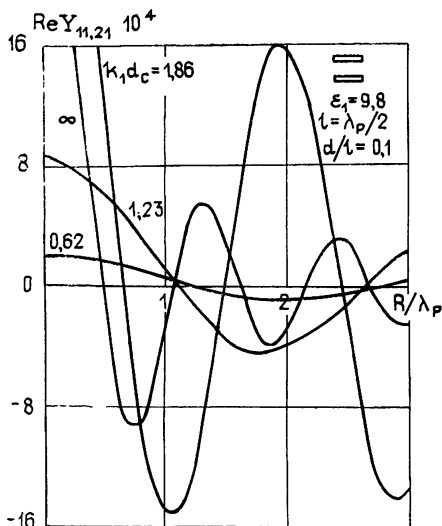


Рис. 9.

Таким образом, в работе предложен аппарат для расчета взаимных проводимостей щелевых излучателей, расположенных под слоем диэлектрика, и на некоторых примерах показана необходимость учета влияния диэлектрика на указанные параметры. Заметим, что необходимость в таком аппарате обусловлена тем, что взаимные проводимости по различным базисным функциям являются промежуточным параметром для расчета всех технических характеристик щелевой антенной решетки, выполненного с учетом взаимного влияния как по внутреннему, так и по внешнему пространству волновода щелевой антенны.

ЛИТЕРАТУРА

1. Bailey M. C. — IEEE Trans., 1967, AP-15, № 5, p. 594.
2. Bailey M. C. — IEEE Trans., 1970, AP-18, № 5, p. 596.
3. Вьюшкова Л. А. — В сб.: Антенны, 1974, № 19, с. 118.
4. Фельд Я. Н., Бененсон Л. С. Антенно-фидерные устройства Ч. II. — М.: ВВИА им. проф. Жуковского, 1958, с. 298.
5. Марков Г. Г., Чаплин А. Ф. Возбуждение электромагнитных волн. — М.—Л.: Энергия, 1967, с. 53.
6. Панченко Б. А. В сб. Проблемы повышения эффективности и качества радиотехнических систем. — Свердловск: УПИ, 1979, вып. 2, с. 29.

7. Зернов Н. В., Сташкевич А. И. В сб. Прикладная электродинамика, — М.: Высшая школа, 1978, вып. 2, с. 145.
8. Левман А. Г., Дайлис С. Ю. В сб.: Антенны и СВЧ узлы радиотехнических устройств.— Свердловск: 1976, с. 48.
9. Булгаков А. А., Лященко В. А.— Радиотехника и электроника, 1976, 21, № 9, с. 1981.

Московский энергетический
институт

Поступила в редакцию
21 мая 1981 г.

EXTERNAL NATURAL AND MUTUAL CONDUCTIVITIES OF SLOTS IN AN INFINITE PLANE SCREEN COVERED BY A DIELECTRIC LAYER

V. V. Bodrov, V. I. Gridnev

A method is described for calculation the natural and mutual conductivities over different base functions of parallel slot radiators located at a thin infinite screen under the dielectric layer without losses. The field distribution transverse the slot is described by the function $\psi(x_r')$ which either being the constant or takes into account the field peculiarities close to the screen edges. An effect of the function from on the conductivity value is studied. Diagrams are given of natural conductivities for different dimensions of slots and the layer parameters as well as diagrams of mutual conductivities of two slots for two types of shifts

ИНФОРМАЦИЯ О НОВЫХ КНИГАХ

Исследование высокоширотной ионосферы и магнитосферы Земли. / Полярный геофиз. ин-т. — Л.: Наука, 1982. — 10 л:

В сборнике представлен цикл работ, посвященных исследованию авроральных радиоотражений. В частности, приведены данные об электрических полях и токах в ионосфере, изучены связи видимых полярных сияний и радиоавроры. Рассмотрены также результаты изучения спорадических образований и неоднородностей ионосферы различными методами. Представлены некоторые результаты исследования потоков заряженных частиц и вариаций магнитного поля Земли.

Для специалистов в области магнитосферы и полярной ионосферы.

Бреховских Л. М., Лысанов Ю. П. Теоретические основы акустики океана. — Л.: Гидрометеоздат, 1982. — 20 л.

Излагается современная теория звукового поля в океане. Даются наиболее важные акустические характеристики океана — скорость и поглощение звука, особенности строения дна и характеристики взволнованной поверхности океана, случайные неоднородности толщи океана, внутренние волны, вихри и т. д. Рассматриваются распространение звука в подводном звуковом канале, в мелкой воде, в океане как в случайно-неоднородной среде, особенности звукового поля в зонах конвергенции и тени, анти-волноводное распространение звука. Приводится теория отражения и рассеяния звука на дне и поверхности океана.

Для специалистов в области гидроакустики и океанологии.
