

УДК 621.372.2

## ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ В ТОНКОПЛОЧНЫХ СВЕРХПРОВОДЯЩИХ ЛИНИЯХ

*Н. Е. Никитина, Л. А. Островский*

Рассматривается распространение электромагнитных волн в слоистой структуре, содержащей тонкопленочную сверхпроводящую линию. Параметры диэлектриков внутри и снаружи линии, вообще говоря, различны. Особенности распространения волн в такой структуре связаны со своеобразием эффектов отражения наклонно падающей волны от сверхпроводящего слоя конечной толщины: в зависимости от угла падения фаза отраженной волны может соответствовать как проводящим, так и диамангнитным свойствам слоя; в промежуточной области коэффициент прохождения резко растет. Обсуждаются характеристики вытекающих волн, возбуждаемых ТМ-модами тонкопленочной линии. Для структур с полным внутренним отражением найдены условия существования и дисперсионные характеристики волн, направляемых вдоль линии и являющихся результатом связи внутренней и внешней мод.

Распространение электромагнитных волн в сверхпроводящих волноводах и полосковых линиях рассматривается обычно в предположении, что толщина стенок волновода велика по сравнению с глубиной проникновения электромагнитного поля в сверхпроводник. В то же время известно [1], что тонкая (с толщиной порядка лондоновской глубины проникновения  $\lambda_L$ ) сверхпроводящая пленка хорошо экранирует электромагнитное поле с частотой  $\omega$ , удовлетворяющей условию  $\omega \ll c/\lambda_L$ . Сверхпроводящую тонкопленочную линию можно рассматривать как слоистую структуру из диэлектрических и сверхпроводящих слоев, поддерживающую распространение низкочастотных (по сравнению с частотой плазменных колебаний  $\omega_{ps} = c/\lambda_{ps}$ , где  $\lambda_{ps}$  — реальная глубина проникновения [2]) электромагнитных волн.

Открытая слоистая структура в виде сэндвича из диэлектрических и сверхпроводящих слоев имеет различные волновые решения, определяемые соотношениями между параметрами волны и параметрами, характеризующими структуру. Такая структура должна поддерживать распространение вытекающих волн (аналогично многослойному диэлектрику [3]), а также волн, направляемых вдоль слоев и аналогичных электромагнитным волнам в обычной (нетонкопленочной) сверхпроводящей линии.

Свихартом [4] было получено дисперсионное уравнение для медленных ТМ-волн в тонкопленочной сверхпроводящей линии без учета их взаимодействия с электромагнитным полем, проникающим на внешнюю поверхность линии. Оно описывает, в частности, распространение электромагнитных волн вдоль сверхпроводящего туннельного контакта в отсутствие тока Джозефсона [5]. В работе [6] рассмотрена задача о взаимодействии свихартовских волн в сверхпроводящей линии и волн тока Джозефсона в туннельном контакте вследствие индуктивной связи контакта с линией через достаточно тонкую общую стенку. Обсуждаются критерии согласования туннельного контакта с полосковой линией

для наиболее эффективной перекачки мощности из контакта с подаваемым смещением в линию и, наоборот, от источника, возбуждающего волны в линии, в туннельный контакт.

В первой части настоящей работы приведено решение задачи о падении электромагнитной волны на сверхпроводящий слой конечной толщины. Его анализ позволяет отделить два интересных случая распространения электромагнитных волн в открытой слоистой структуре: неизлучающие быстрые моды, направляемые вдоль линии и аналогичные медленным волнам Свихарта, но с ненулевым полем на внешней поверхности, и вытекающие волны, представляющие собой другой тип излучения из линии по сравнению с рассмотренным в работе [6].

## 1. ОТРАЖЕНИЕ И ПРЕЛОМЛЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН ПРИ ПАДЕНИИ НА СВЕРХПРОВОДЯЩИЙ СЛОЙ

Рассмотрим следующую задачу: плоская электромагнитная волна падает под углом  $\theta$  на сверхпроводящий слой толщиной  $l$ , разделяющий два полубесконечных диэлектрика с диэлектрическими проницаемостями  $\epsilon_1$  и  $\epsilon_2$ . Вектор  $\mathbf{H}$  параллелен плоскости слоя.

Электромагнитное поле в слое описывается в лондоновском приближении уравнениями Максвелла с плотностью тока  $\mathbf{j} = \mathbf{j}_n + \mathbf{j}_s$ , где  $\mathbf{j}_n = \sigma \mathbf{E}$  — плотность тока нормальных электронов в области обычного скин-эффекта, а  $\mathbf{j}_s$  — плотность сверхпроводящего тока, удовлетворяющая уравнениям Лондонов

$$\partial \mathbf{j}_s / \partial t = c^2 \mathbf{E} / 4\pi \lambda_L^2; \quad (1a)$$

$$\text{rot } \mathbf{j}_s = -c \mathbf{H} / 4\pi \lambda_L^2. \quad (1b)$$

Поля и токи в гармонической волне (падающей в плоскости  $xz$  на плоскость  $xy$ ) описываются выражениями  $\text{Re } F(z) \exp[i(k_x x - \omega t)]$ , и комплексные амплитуды полей удовлетворяют следующим уравнениям:

$$\frac{\partial^2 h}{\partial z^2} + k_z^2 h = 0, \quad e_x = -\frac{i\omega}{c} \frac{1}{k_x^2 + k_z^2} \frac{\partial h}{\partial z}, \quad e_z = \frac{k_x \omega}{c} \frac{1}{k_x^2 + k_z^2} h, \quad (2)$$

где  $k_x^2 = (\epsilon_2 \omega^2 / c^2) \sin^2 \theta$ , а  $k_z^2$  равно  $\epsilon_{1,2} \omega^2 / c^2 - k_x^2$  в диэлектрике и  $\omega^2 / c^2 - k_x^2 - 1/\lambda_L^2 - 2i\delta^2$  в сверхпроводнике ( $\delta = c/\sqrt{2\pi\sigma\mu\omega}$  — глубина скин-слоя).

Потребуем выполнения следующих условий:

$$\lambda_L^2 \ll c^2/\omega^2, \quad 1/k_x^2, \quad \delta^2/2. \quad (3)$$

Тогда в сверхпроводнике  $k_z^2 = -1/\lambda_L^2$ . При  $\lambda \sim 10^{-5}$  см,  $\sigma \sim 10^{19}$  с<sup>-1</sup> первое и второе из неравенств (3) приводят к условию  $f \ll 10^{14}$  Гц, где  $f$  — частота волны, а третье неравенство выполняется при  $f \ll 10^{10}$  Гц.

Используя уравнения (2) и условия непрерывности тангенциальных составляющих полей  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$  на границах  $z = 0$  и  $z = l$ , получим для комплексных амплитуд магнитного поля следующие соотношения:

$$\frac{h_r}{h_0} = -\frac{1 - (\text{ch } l/\lambda_L + iA \text{ sh } l/\lambda_L)(\text{ch } l/\lambda_L - iB \text{ sh } l/\lambda_L)}{1 - (\text{ch } l/\lambda_L + iA \text{ sh } l/\lambda_L)(\text{ch } l/\lambda_L + iB \text{ sh } l/\lambda_L)}; \quad (4a)$$

$$\frac{h_l}{h_0} = -\frac{2iB \text{ sh } l/\lambda_L}{1 - (\text{ch } l/\lambda_L + iA \text{ sh } l/\lambda_L)(\text{ch } l/\lambda_L + iB \text{ sh } l/\lambda_L)}, \quad (4b)$$

где  $h_0$  — амплитуда поля в падающей волне,  $h_r$  — в отраженной,

$$h_0 + h_r = h|_{z=0}, \quad h_l = h|_{z=l},$$

$$A = \frac{\sqrt{\varepsilon_2}}{\varepsilon_1} \frac{c}{\omega \lambda_L} \sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} - \sin^2 \theta} = \frac{c^2}{\varepsilon_1 \omega^2 \lambda_L} k_{z_1},$$

$$B = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_2}} \frac{c}{\omega \lambda_L} \cos \theta = \frac{c^2}{\varepsilon_2 \omega^2 \lambda_L} k_{z_2}.$$

Полученные соотношения значительно упрощаются для известного случая нормального падения волны на сверхпроводящий слой в вакууме (см., например, [1]), а также для случая произвольного угла падения при условии, что толщина слоя значительно больше глубины проникновения и можно положить  $\text{ch } l/\lambda_L \approx \text{sh } l/\lambda_L$ . В последнем случае амплитуда волны на поверхности  $z = l$  мала по сравнению с  $h_0$ , а для отраженной волны получаем следующее соотношение:

$$\frac{h_r}{h_0} = \frac{iB - 1}{iB + 1} = e^{i\Delta\varphi}, \quad (5)$$

где  $\text{tg } \Delta\varphi = 2B/(B^2 - 1)$ .

Величина сдвига фаз при отражении волны от полупространства определяется соотношением между приведенным волновым сопротивлением диэлектрика  $\rho_{\text{п}} = e_{x0}/h_0 = \cos \theta / \sqrt{\varepsilon_2}$  и поверхностным импедансом сверхпроводника  $\rho_s = -i\omega\lambda_L/c$ . Хотя сверхпроводящий слой обладает свойствами как проводника, так и диамагнетика, вследствие условия  $\omega \ll c/\lambda_L$  при не слишком близких к  $\pi/2$  углах падения выполняется неравенство  $|\rho_s| \ll \rho_{\text{п}}$  и отражение определяется проводящими свойствами ( $\Delta\varphi \approx 0$ ). Только при скользющем падении ( $\cos \theta \sim \sqrt{\varepsilon_2}\omega\lambda_L/c \ll 1$ ) волна начинает «чувствовать» диамагнетизм сверхпроводника, при  $\theta \rightarrow \pi/2$  вследствие неравенства  $|\rho_s| \gg \rho_{\text{п}}$  имеем  $\Delta\varphi \rightarrow \pi$ .

При наличии второй границы формула (4а) переходит в формулу (5), а из формулы (4б) следует малость  $h_l$  при  $l/\lambda_L \gg 1$  для всех значений  $A$  только в том случае, если  $A$  действительно, что соответствует действительным значениям  $k_{z_1}$  (волна проходит через слой). В случае полного внутреннего отражения ( $\varepsilon_1 < \varepsilon_2$ ) величины  $k_{z_1}$  и  $A$  при  $\sin^2 \theta > \varepsilon_1/\varepsilon_2$  становятся малыми и амплитуда волны, определяемая на границе  $z = l$  формулой (4б), экспоненциально убывает при удалении от слоя.

Представим выражение (4б) для комплексных значений  $A$  в виде

$$\frac{h_l}{h_0} = \frac{1}{\text{sh } l/\lambda_L} \frac{2B^2(\text{cth } l/\lambda_L - A') + 2iB(1 - A' \text{cth } l/\lambda_L)}{(1 - A' \text{cth } l/\lambda_L)^2 + B^2(\text{cth } l/\lambda_L - A')^2}. \quad (6)$$

$$\text{Здесь } A' = -iA = \frac{\sqrt{\varepsilon_2}}{\varepsilon_1} \frac{c}{\omega \lambda_L} \sqrt{\sin^2 \theta - \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}}.$$

Из формулы (6) следует, что в случае очень толстой пластинки ( $l/\lambda_L \gg 1$ ,  $\text{cth } l/\lambda_L \approx 1$ ) при  $A' = 1$ , т. е. при выполнении равенства  $\sin^2 \theta = (\varepsilon_1/\varepsilon_2)(1 + \varepsilon_1\omega^2\lambda_L^2/c^2)$ , амплитуда волны при  $z = l$  обращается в бесконечность. Это означает, что возбуждается собственная мода системы диэлектрик—сверхпроводник—поверхностная волна, бегущая вдоль их границы. Равенство  $A' = 1$  определяет дисперсионное уравнение такой волны

$$k_x^2 = (\varepsilon_1\omega^2/c^2)(1 + \varepsilon_1\omega^2\lambda_L^2/c^2). \quad (7)$$

В случае слоя конечной толщины сдвиг фаз при отражении волны определяется отношением волновых сопротивлений сред на границах

$z = 0, z = l$ . Поскольку уравнение (7) можно получить из условия равенства модулей импедансов на границе  $z = l$  в случае полубесконечного по оси  $z$  сверхпроводящего слоя и убывания амплитуды при  $z \rightarrow \pm\infty$ , то, аналогично рассмотренному случаю одной границы, угол падения, при котором возбуждается поверхностная волна, оказывается некоторым критическим углом, разделяющим две области, в которых отражение волны определяется проводящими или диамагнитными свойствами слоя. Записав формулу (4а) для комплексных значений  $A$  в виде

$$\frac{h_r}{h_0} = \frac{B^2(\operatorname{cth} l/\lambda_L - A')^2 - (1 - A' \operatorname{cth} l/\lambda_L)^2 + 2iB(1 - A' \operatorname{cth} l/\lambda_L)(\operatorname{cth} l/\lambda_L - 1)}{(1 - A' \operatorname{cth} l/\lambda_L)^2 + B^2(\operatorname{cth} l/\lambda_L - A')^2} \quad (8)$$

и используя формулу (6), можно проследить за изменением отражающих свойств слоя при увеличении угла падения волны.

При выполнении равенства  $A' = \operatorname{th} l/\lambda_L$ , т. е. при

$$\sin^2 \theta = \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} \left( 1 + \frac{\epsilon_1 \omega^2 \lambda_L^2}{c^2} \operatorname{th}^2 l/\lambda_L \right), \quad (9)$$

сдвиг фаз при отражении от слоя равен нулю, а амплитуда волны при  $z = l$  определяется соотношением

$$h_l/h_0 = 2 \operatorname{ch} l/\lambda_L. \quad (10)$$

При выполнении равенства  $A' = \operatorname{cth} l/\lambda_L$ , т. е. при

$$\sin^2 \theta = \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} \left( 1 + \frac{\epsilon_1 \omega^2 \lambda_L^2}{c^2} \operatorname{cth}^2 l/\lambda_L \right), \quad (11)$$

сдвиг фаз при отражении равен  $-\pi$ , при этом

$$\frac{h_l}{h_0} = -2i \sqrt{\frac{c^2}{\epsilon_2 \omega^2 \lambda_L^2} \left( 1 - \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} \right) - \frac{\epsilon_1^2}{\epsilon_2^2} \operatorname{cth}^2 l/\lambda_L \operatorname{sh} l/\lambda_L}. \quad (12)$$

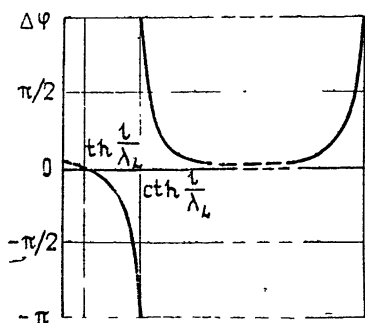


Рис. 1.

Рис. 1. Разность фаз падающей и отраженной волн при полном внутреннем отражении от слоя в зависимости от угла падения

$$\left( \sin^2 \theta = \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} \left( 1 + \frac{\epsilon_1 \omega^2 \lambda_L^2}{c^2} A'^2 \right) \right).$$

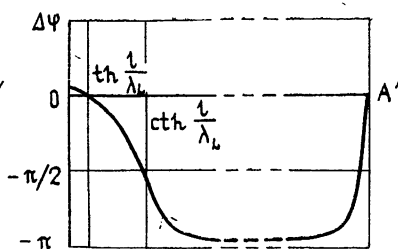


Рис. 2.

Рис. 2. Та же, что на рис. 1, зависимость для фазы волны, проникающей на противоположную поверхность слоя.

Схематически зависимость фазы отраженной волны по отношению к падающей от величины  $A'$  при полном внутреннем отражении показана на рис. 1. На рис. 2 приведена соответствующая зависимость фазы маг-

нитного поля волны при  $z = l$ . Из рис. 2 видно, что область значений  $\text{th } l/\lambda_L < A' < \text{cth } l/\lambda_L$  соответствует переходу от синфазного изменения векторов магнитного поля на границах слоя к противофазному.

## 2. ВЫТЕКАЮЩИЕ ВОЛНЫ В ТОНКОПЛЕНОЧНОЙ СВЕРХПРОВОДЯЩЕЙ СТРУКТУРЕ

Рассмотрим сверхпроводящую линию, ширина которой (вдоль оси  $y$ ) велика по сравнению с глубиной проникновения, но мала по сравнению с длиной волны, распространяющейся в линии вдоль оси  $x$  (рис. 3). Поскольку в этом случае краевыми эффектами можно пренебречь, волновое решение не зависит от  $y$  и определяется выражениями, полученными в разд. 1. Пусть толщина одной из стенок линии сравнима с глубиной проникновения, толщину другой для простоты считаем бесконечной. Линия заполнена диэлектриком с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon_2$ , диэлектрическая проницаемость внешней среды —  $\epsilon_1$ .

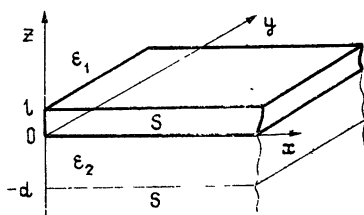


Рис. 3. Схематический вид слоистой структуры, содержащей тонкопленочную линию.

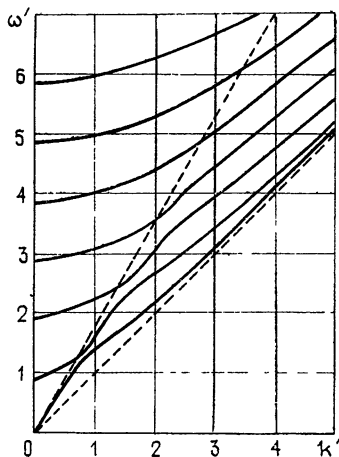


Рис. 4. Дисперсионные кривые для линии с параметрами  $l/\lambda_L = 0,1$ ,  $d/\lambda_L = 100$ ,  $\epsilon_2/\epsilon_1 = 3$  в безразмерных переменных ( $\omega' = \omega (\sqrt{\epsilon_2} d / \pi c)$ ,  $k' = k d / \pi$ ).

Используем обычное представление волны, распространяющейся в линии, в виде набора плоских волн, многократно отраженных от стенок линии. Тогда для действительной части постоянной распространения справедливо следующее уравнение:

$$k^2 = \frac{\epsilon_2 \omega^2}{c^2} - \frac{\pi^2 n^2}{d^2} \left( 1 - \frac{\Delta\varphi'}{2\pi n} \right)^2, \quad n = 1, 2, 3, \dots, \quad (13)$$

где  $d$  — толщина диэлектрического заполнения,  $\Delta\varphi'$  — сумма фазовых сдвигов при однократном отражении волны от стенок линии.

Величину сдвига фаз при отражении от толстой стенки легко определить по формуле (5), а для тонкой стенки — с помощью выражений

$$\sin \Delta\varphi = \frac{\text{Im } h_r}{|h_r|}, \quad \cos \Delta\varphi = \frac{\text{Re } h_r}{|h_r|}, \quad (14)$$

где в случае полного внутреннего отражения действительная и мнимая части  $h_r$  находятся согласно формуле (8), а при наличии излучения через стенку — из аналогичного выражения

$$h_r/h_0 = \frac{(A^2 B^2 - 1) + (B^2 - A^2) \text{cth}^2 l/\lambda_L + 2iB(A^2 + 1) \text{cth } l/\lambda_L}{(1 - AB)^2 + (A + B)^2 \text{cth}^2 l/\lambda_L}, \quad (15)$$

полученного из формулы (4а) при действительном  $A$ . Здесь

$$A = \frac{c^2}{\varepsilon_1 \omega^2 \lambda_L} \sqrt{\frac{\varepsilon_1 \omega^2}{c^2} - k^2}, \quad B = \frac{c^2}{\varepsilon_2 \omega^2 \lambda_L} \sqrt{\frac{\varepsilon_2 \omega^2}{c^2} - k^2}.$$

Амплитуда поля, проникающего на боковую поверхность, в последнем случае определяется модулем коэффициента прохождения, т. е. величиной

$$\gamma = \frac{|h_l|}{h_0} = \frac{1}{\operatorname{sh} l/\lambda_L} \frac{2B}{\sqrt{(1-AB)^2 + (A+B)^2 \operatorname{cth}^2 l/\lambda_L}}. \quad (16)$$

Поскольку общие выражения для коэффициентов отражения и прохождения при  $\varepsilon_1 \neq \varepsilon_2$  довольно громоздки, ограничимся пока случаем  $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon$ . Выражение (15) тогда существенно упрощается:

$$h_r/h_0 = \exp(i\Delta\varphi - \alpha), \quad (17)$$

где

$$\operatorname{tg} \Delta\varphi = \frac{2B \operatorname{cth} l/\lambda_L}{B^2 - 1},$$

$$\alpha = \frac{1}{2} \ln \left[ 1 + \frac{4B^2 (\operatorname{cth}^2 l/\lambda_L - 1)}{(1 + B^2)^2} \right].$$

При выполнении условия  $B \gg \operatorname{cth} l/\lambda_L$ , т. е. при углах отражения от стенок, не близких к  $\pi/2$ , поле внутри линии представляет собой слабо-затухающую волну вида  $h(z) \exp(-\delta x) \exp[i(kx - \omega t)]$ , где действительная часть постоянной распространения находится из уравнения

$$k^2 = \frac{\varepsilon \omega^2}{c^2} \left[ 1 + \frac{2\lambda_L}{d} (\operatorname{cth} l/\lambda_L + 1) \right] - \frac{\pi^2 n^2}{d^2}, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (18)$$

Наименьшая частота, соответствующая таким волнам, равна  $\omega_0 = \frac{c\pi}{\sqrt{\varepsilon} d} \frac{1}{1 + (\lambda_L/d)(\operatorname{cth} l/\lambda_L + 1)}$ , поэтому для существования быстрых волн в линии при  $l \gtrsim \lambda_L$  (в приближении  $\omega \ll c/\lambda_L$ ) необходимо выполнение условия  $d \gg \lambda_L$ .

Коэффициент затухания  $\delta$  можно определить, исходя из геометрических соображений: при однократном отражении волны от тонкой стенки затухание определяется величиной  $\exp(-\alpha) = \exp(-\delta x)$ , где  $x = (2d/k_z)k_x$ , отсюда  $\delta = (k_z/k_x)(\alpha/2d)$ . Используя выражение (17) для  $\alpha$  и связь  $k_z$  и  $B$ , для коэффициента затухания получаем

$$\delta = \frac{\varepsilon \omega^2 \lambda_L}{kc^2 d \operatorname{sh} l/\lambda_L}. \quad (19)$$

Поскольку искомое решение затухает вдоль оси  $x$ , то вследствие условия  $k_x^2 + k_z^2 = \varepsilon \omega^2 / c^2$  для среды без диссипации энергии волновой вектор будет иметь мнимую составляющую вдоль оси  $z$  ( $k_z = \kappa + i\beta$ ). Внутри линии это приведет к возмущению поперечной структуры, а во внешнем диэлектрике — к возрастанию поля при удалении от слоя. Мнимая составляющая волнового вектора вдоль  $z$  будет равна  $\beta = -\delta(k/\kappa) = -\delta \operatorname{tg} \theta$ , а значит, поверхности равной амплитуды будут параллельны поверхности  $x = z \operatorname{tg} \theta$ , где  $\theta$  — угол преломления волны. В полупространстве  $z > l$  для действительных частей волновых векторов выполняется равенство

$$x^2 + k^2 = \frac{\varepsilon \omega^2}{c^2} + \delta^2 + \beta^2. \quad (20)$$

Таким образом, при  $z > l$  существует неоднородная медленная плоская волна, распространяющаяся без затухания под углом  $\theta$ . Это типичная направленная комплексная волна (leaky wave) [7]. Поскольку условие отсутствия поля на бесконечности здесь не выполняется, данная волна не является собственной модой системы, а связана с излучением из тонкопленочной линии во внешнюю среду. Ввиду конечного затухания вдоль линии для детального описания таких волн необходимо рассматривать конкретную граничную или начальную задачу.

Характеристики излучения такой сложной «антенны», как рассматриваемая слоистая структура, зависят от ее параметров и от типа возбуждаемых в ней волн. Как следует из выражения (16) при  $B = A$ , максимум отношения амплитуды излучаемой неоднородной волны к амплитуде волны, возбуждаемой в линии, равен

$$\gamma^* = 1/\operatorname{ch} l/\lambda_L \quad (21)$$

и достигается при  $B^* = 1$ , что соответствует  $\cos \theta^* = \sqrt{\varepsilon} \omega \lambda_L / c$ . Как указывалось в разд. 1, при этом значении  $\theta$  приведенное волновое сопротивление диэлектрика равно по модулю волновому сопротивлению сверхпроводника. Для рассматриваемых низкочастотных волн угол  $\theta^*$  близок к  $\pi/2$ . Для слаботухающих волн ( $B \gg \operatorname{cth} l/\lambda_L$ ), описываемых уравнениями (18), (19), выполняется соотношение

$$\gamma^* = \frac{2}{B \operatorname{sh} l/\lambda_L} = \frac{2 \varepsilon \omega^2 \lambda_L d}{\pi n c^2 \operatorname{sh} l/\lambda_L} \left( 1 + \frac{\varepsilon \omega^2 \lambda_L d}{c^2} \operatorname{cth} l/\lambda_L \right) \ll \frac{2}{\operatorname{ch} l/\lambda_L}. \quad (22)$$

В случае существенного различия диэлектрических проницаемостей  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$  величина  $\theta^*$  зависит не только от величин  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$ , но и от толщины сверхпроводящей пленки. Учитывая связь величин  $A$  и  $B$ , входящих в формулу (16),

$$A^2 = \frac{c^2}{\varepsilon_1 \omega^2 \lambda_L^2} \left( 1 - \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \right) + \frac{\varepsilon_2^2}{\varepsilon_1^2} B^2, \quad (23)$$

можно найти максимум функции  $\gamma(B)$ , который достигается при

$$B^{*2} = \frac{\sqrt{\varepsilon_1}}{\varepsilon_2} \frac{c}{\omega \lambda_L} \sqrt{1 - \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \operatorname{cth} l/\lambda_L}. \quad (24)$$

Соответствующие выражения для углов падения и преломления следующие:

$$\cos^2 \theta_2 = \frac{\sqrt{\varepsilon_1} \omega \lambda_2}{c} \sqrt{1 - \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \operatorname{cth} l/\lambda_L}; \quad (25a)$$

$$\cos^2 \theta_1 = 1 - \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} + \frac{\varepsilon_2}{\sqrt{\varepsilon_1}} \frac{\omega \lambda_L}{c} \sqrt{1 - \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \operatorname{cth} l/\lambda_L}. \quad (25b)$$

Максимальное излучение происходит под углом, близким к углу полного внутреннего отражения при падении волны из среды 1 в среду 2.

### 3. ВОЛНЫ, НАПРАВЛЯЕМЫЕ ВДОЛЬ СЛОЕВ

Рассмотрим ту же самую структуру при  $\varepsilon_1 < \varepsilon_2$  (например, линия с диэлектрическим заполнением в вакууме). В такой линии при полном

внутреннем отражении волны распространяются с фазовой скоростью, меньшей, чем скорость плоской волны во внешнем пространстве. При этом излучение через стенку и, следовательно, затухание отсутствуют.

Дисперсионное соотношение для быстрых ТМ-волн в такой структуре дает уравнение (13), где сдвиг фаз при отражении от тонкой стенки описывается формулой

$$\Delta\varphi = \arctg \frac{2B(A^2 + 1)\text{cth } l/\lambda_L}{A^2B^2 - 1 + (B^2 - A^2)\text{cth}^2 l/\lambda_L} \quad (26)$$

при наличии излучения через стенку и

$$\Delta\varphi = 2 \arctg \frac{1 - A' \text{cth } l/\lambda_L}{B(\text{cth } l/\lambda_L - A')} \quad (27)$$

при полном внутреннем отражении. Здесь  $A' = -iA = (c^2/\varepsilon_1\omega^2\lambda_L) \times \sqrt{k^2 - \varepsilon_1\omega^2/c^2}$ . В области  $k < \sqrt{\varepsilon_1\omega/c}$  существуют решения типа вытекающих волн. В области незатухающих волн ( $k > \sqrt{\varepsilon_1\omega/c}$ ) при толщине стенки, много большей глубины проникновения, имеются два независимых типа решений дисперсионного уравнения: поверхностная ветвь, определяемая равенством (7), и «волноводные» ветви, определяемые равенствами (13), (27) при  $\text{cth } l/\lambda_L = 1$ . В приближении бесконечно толстой стенки поверхностная ветвь пересекает на плоскости  $\omega$ ,  $k$  волноводные ветви вблизи прямой  $k = \sqrt{\varepsilon_1\omega/c}$ . При конечной толщине стенки эти решения становятся зависимыми и дисперсионные кривые в точках пересечения расщепляются. Механизм расщепления становится понятен, если обратиться к рассмотренному в разд. 1 эффекту изменения фазы отраженной волны при переходе через критический угол падения на сверхпроводящий слой, при котором возбуждается поверхностная волна (см. рис. 1). Каждая «волноводная» ветвь расщепляется в соответствии с уравнением (13) и рис. 1 и образуются новые ветви, соответствующие непрерывному изменению фазы при переходе от 0 почти до  $-2\pi$  и превращению волны из «симметричной» в «антисимметричную» по отношению к сверхпроводящему слою (см. рис. 2). Амплитуда поля на внешней поверхности линии в области перехода достаточно велика по сравнению с амплитудой внутри линии, вследствие чего распространение волн имеет ярко выраженный поверхностный характер.

Результат численного решения на ЭВМ системы уравнений (13), (26) и (27) приведен на рис. 4. Для упрощения расчетов одна из стенок линии считается идеально проводящей.

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотренные особенности распространения электромагнитных волн в структуре, содержащей тонкопленочную сверхпроводящую линию, связаны с тем, что экранирующие свойства сверхпроводящего слоя определяются распределением сверхпроводящих токов в нем. В рассматриваемом квазистатическом случае это распределение зависит от характера неоднородности магнитного поля вдоль нормали к слою. При определенных углах падения волны слой эквивалентен идеальному проводнику или диамагнетику, в промежуточной области эффект экранирования гораздо меньше. Вследствие этого тонкопленочная сверхпроводящая линия при  $\varepsilon_1 > \varepsilon_2$  обладает некоторой направленностью утечки неоднородных волн. Максимальной амплитудой обладает волна, вытекающая под определенным углом, зависящим от параметров слоистой структуры ( $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$ ,  $l$ ,  $\lambda_L$ ).

При  $\varepsilon_1 < \varepsilon_2$  данная структура не имеет ярко выраженной направленности утечки, а при углах падения на тонкий слой, соответствующих полному внутреннему отражению, поддерживает распространение волн



вдоль линии при сколь угодно малой толщине пленки. Эффект «разэкранирования» сверхпроводящего слоя проявляется здесь в том, что распространение волн, возбуждаемых в линии, происходит при определенных углах падения на слой в основном по внешней ее поверхности.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Кулик И. О. — ЖЭТФ, 1969, 57, с. 600
2. Есопотов Е. N. — Phys. Rev., 1969, 182, p. 539.
3. Tamir T., Bertony H. L. — Opt. Soc. Amer., 1971, 61, p. 1397.
4. Swihart J. C. — J. Appl. Phys., 1961, 32, p. 461.
5. Кулик И. О., Янсон И. К. Эффект Джозефсона в сверхпроводящих туннельных структурах. — М.: Наука, 1970.
6. Owen C. S., Scalapino P. J. — J. Appl. Phys., 1970, 41, p. 2047.
7. Tamir T., Oliner A. A. — Proc. IEE, 1963, 110, № T-1, p. 310.

Институт прикладной физики  
АН СССР

Поступила в редакцию  
7 августа 1981 г.

### ELECTROMAGNETIC WAVES IN THIN-FILM SUPERCONDUCTING LINES

*N. E. Nikitina, L. A. Ostrovskij*

Propagation of electromagnetic waves is considered in a stratified structure containing a thin-film superconducting line. Parameters of dielectrics inside and outside the line are different. Peculiarities of wave propagation in such a structure are associated with originality of reflection effects of an obliquely incident wave from the superconducting layer of a finite depth: depending on the incident angle the reflected wave phase may correspond either to conducting or to diamagnetic properties of the layer; in the intermediate region the reflection coefficient sharply increases. Characteristics of leaky waves excited by TM-modes of the thin-film line are discussed. For structures with total internal reflection existence conditions and dispersive characteristics of waves have been found, the latter are directed along lines and being the result of coupling between internal and external modes.

#### ИНФОРМАЦИЯ О НОВЫХ КНИГАХ

**Бахвалов Н. С., Жилейкин Я. М., Заболотская Е. А. Нелинейная теория звуковых пучков.** — М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1982. — 13 л.

В книге рассматривается проблема нелинейного распространения звуковых пучков в жидкостях и газах. Исследование проводится на основе нелинейного уравнения, учитывающего как нелинейность, так и дифракцию. В основу проводимых исследований положены результаты численных экспериментов на ЭВМ, изложение и анализ которых составляют основное содержание книги. Большое внимание уделено асимптотическому исследованию, обоснованию численных методов и описанию комплекса стандартных программ для ЭВМ.

Книга предназначена для физиков и инженеров, работающих в области акустики и гидроакустики, аспирантов и студентов, интересующихся вопросами излучения и нелинейного распространения волн в слабодиспергирующих средах, а также лиц, занимающихся вопросами применения ЭВМ к решению задач математической физики.

**Проблемы оптики атмосферы.** / Ин-т оптики атмосферы СО АН СССР. — Новосибирск: Наука, 1982. — 11 л.

В сборнике представлены все направления исследований переноса лазерного излучения через аэрозольную и турбулентную атмосферу. Наибольшее число работ посвящено нелинейной оптике атмосферы (физике взаимодействия интенсивного излучения с газовой и дисперсной средой, переносу излучения в условиях испарения, взрыва аэрозолей, радиационного нагрева газа и частиц, оптического пробоя атмосферы).

Для исследователей, изучающих передачу оптических сигналов, и специалистов, интересующихся приложениями лазерной техники.