ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

Том XXV, № 5 РАДИОФИЗИКА 1982

Грузинская Советская Социалистическая Республика

60 ЛЕТ СССР

УДК 534.222.2

ОБ ОДНОМ МЕХАНИЗМЕ ГЕНЕРАЦИИ ПЛАНЕТАРНЫХ ВОЛН В ИОНОСФЕРЕ

З. Л. Кобаладзе, А. Д. Патарая, А. Г. Хантадзе

Рассматривается нелинейный механизм возбуждения солитонов Россби внутренними гравитационными волнами. Показано, что в западном и восточном направлениях распространяются различные по форме солитоны.

В работах [1–3] было показано, что различные ионосферные параметры в областях D, E и F испытывают длиннопериодные вариации с характерными периодами от двух дней до двух недель и выше. При этом по сдвигу времени максимумов и минимумов этих колебаний на различных станциях определялась скорость распространения, которая менялась от 4 до 30 *м/с*. Если учесть также, что пространственный горизонтальный масштаб (длина волны) этих колебаний составляет 3000—15000 *км*, то можно предположить, что такие вариации отражают «отклик» ионосферных параметров на прохождение планетарных волн в верхней атмосфере. Согласно теории [4–7] распространение планетарных волн из нижних слоев в верхние зависит как от масштабов самих волн, так и от параметров общей циркуляции на данном уровне атмосферы и зонального ветра. В частности, для условий распространения вверх планетарных волн в работах [4, 5] получено простое неравенство $k(k+1)<2\omega_0/\alpha$, где k — волновое число, α — индекс циркуляции, ω_0 — угловая скорость вращения Земли.

В тропосфере зональные ветры направлены летом на восток ($\alpha<0$), а зимой — на запад ($\alpha>0$), и, следовательно, летом нет условий для их распространения, так как при этом неравенство нарушается. Зимой вверх могут распространяться лишь самые крупномасштабные возмущения с волновыми числами $k=1$, 2, так как обычно $\omega_0/\alpha\approx 4$. Таким образом, теоретически невозможно проникновение планетарных волн с волновыми числами $k>2$. Однако экспериментальные исследования длиннопериодических вариаций ионосферных параметров показывают, что «отклик» на прохождение планетарных волн в ионосфере наблюдается не только зимой, но и летом, причем имеются вариации и с волновыми числами $k>2$. Все это свидетельствует о том, что возможные источники планетарных волн должны существовать не только в нижних слоях атмосферы, но и в самой ионосфере.

В данной работе предлагается один из возможных механизмов генерации планетарных волн в ионосфере, обусловленный нелинейными гравитационными волнами.

Будем исходить из обычных гидродинамических уравнений в приближении β-плоскости:

$$\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}+w\frac{\partial u}{\partial z}+\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}-fv=0,$$

$$\frac{\partial v}{\partial t}+u\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}+w\frac{\partial v}{\partial z}+\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y}+fu=0,$$

$$\frac{\partial w}{\partial t}+u\frac{\partial w}{\partial x}+v\frac{\partial w}{\partial y}+w\frac{\partial w}{\partial z}+\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y}+g=0, \tag{1}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}(\rho u)+\frac{\partial}{\partial y}(\rho v)+\frac{\partial}{\partial z}(\rho w)=0,$$

$$\frac{\partial p}{\partial t}+u\frac{\partial p}{\partial x}+v\frac{\partial p}{\partial y}+w\frac{\partial p}{\partial z}+\frac{\gamma p}{\rho}\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}\right)=0,$$

где u, v, w — составляющие скорости соответственно в x-, y-, z-направлениях, p — давление, ρ — плотность, g — ускорение силы тяжести, γ — отношение удельных теплоемкостей, f — параметр Кориолиса.

Будем искать плотность, давление и составляющие скорости в виде рядов по степеням малого параметра $\varepsilon > 0$:

$$\rho=\rho_0\exp[-(z-z_0)/H]+\rho_0\exp[-(z-z_0)/2H]\times \\ \times\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{l=-n}^{n}\varepsilon^n\rho^{(n,l)}\exp[il(kx-\omega t)]; \tag{2}$$

$$u=c_g\exp[(z-z_0)/2H]\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{l=-n}^{n}\varepsilon^n u^{(n,l)}\exp[il(kx-\omega t)], \tag{3}$$

где c_g — скорость гравитационных волн, H — высота однородной атмосферы, k и ω — волновое число и частота гравитационной волны. Аналогичным образом разложим давление и другие составляющие скорости. Далее будем предполагать, что все возмущенные величины зависят от следующих переменных:

$$t'=\varepsilon^2 t, \qquad y'=\varepsilon y, \qquad \xi=\varepsilon(x-Vt). \tag{4}$$

Кроме того, из-за малости силы Кориолиса будем считать, что

$$f=\varepsilon^2(f_0+\beta y'). \tag{5}$$

Подставляя ряды (2), (3) в (1) и учитывая (4), (5), методом теории возмущений можно получить следующую систему уравнений, описывающую структуру слаболинейных волн (штрихи у переменных опущены):

$$\frac{\partial^2}{\partial\xi^2}\left[Mu^{(2,0)}-\frac{\gamma}{2(\gamma-1)}\rho^{(2,0)}-\mu_1|u^{(1,1)}|^2\right]+\frac{\gamma f_0}{2(\gamma-1)V}\frac{\partial\rho^{(2,0)}}{\partial y}+ \\ +\frac{f_0^2}{Vc_g}u^{(2,0)}=0; \tag{6}$$

$$\frac{\partial^2}{\partial\xi^2}\left[u^{(2,0)}-\frac{\gamma M}{2(\gamma-1)}\rho^{(2,0)}+\mu_2|u^{(1,1)}|^2\right]+\frac{\gamma}{2M(\gamma-1)}\frac{\partial^2\rho^{(2,0)}}{\partial y^2}+ \\ +\frac{f_0}{V}\frac{\partial u^{(2,0)}}{\partial y}+\frac{\beta}{V}u^{(2,0)}=0; \tag{7}$$

$$i\,\frac{\partial u^{(1,1)}}{\partial t}+\frac{V}{2k}\,\frac{\partial^2 u^{(1,1)}}{\partial y^2}+\frac{1}{2}\,\frac{\partial^2\omega}{\partial k^2}\,\frac{\partial^2 u^{(1,1)}}{\partial\xi^2}+q_0 u^{(1,1)}\,|u^{(1,1)}|^2+$$
$$+u^{(1,1)}\,[r_0+r_1 u^{(2,0)}+r_2\,\rho^{(2,0)}]=0, \tag{8}$$

где V — групповая скорость гравитационных волн:

$$V=(\partial\omega/\partial k)=Mc_g,$$

μ_1, μ_2, q_0, r_0, r_1, r_2 — коэффициенты, зависящие от частоты гравитационной волны, которые не выписываем из-за громоздкости. Уравнения (6)—(8) отличаются от уравнений, полученных в работе [8], лишь членами с f_0 и β.

Исследуем прежде всего, как влияет вращение Земли на устойчивость волн постоянной амплитуды. Будем рассматривать возмущения, распространяющиеся вдоль движения волны. Опуская производные по y и переходя к безразмерным переменным $\tau=\omega_g t$, $\zeta=\xi/H$, после некоторых преобразований получим

$$i\,\frac{\partial u}{\partial\tau}+\frac{\Delta}{2}\,\frac{\partial^2 u}{\partial\zeta^2}+u\,[R_0+Rb+Q\,|\,u\,|^2]=0,$$
$$\frac{\partial^2 b}{\partial\zeta^2}+\eta_0\,[b-\mu\,|\,u\,|^2]=0, \tag{9}$$

где введены следующие обозначения: $b=u^{(2,0)}+\mu|u|^2$,

$$\Delta=\frac{1}{\omega_g H^2}\,\frac{\partial^2\omega}{\partial k^2},\qquad R_0=r_0/\omega_g,\qquad \mu=\frac{M\mu_1+\mu_2}{1-M^2},$$

$$R=\frac{1}{\omega_g}\left[r_1+\frac{2(\gamma-1)r_2}{\gamma}\,\frac{M-\delta}{1-\delta M}\right],\qquad \delta=\frac{f_0^2}{\beta c_g},$$

$$Q=\frac{1}{\omega_g}\left[\,q_0-\mu r_1-\frac{2(\gamma-1)r_2}{\gamma}\,\frac{\mu_1+M\mu_2}{1-M^2}\right],$$

$$\eta_0=\frac{H^2}{L^2}\,\frac{1-\delta M}{1-M^2},\qquad L^2=c_g/\beta.$$

Представим решения системы (9) в следующем виде:

$$u=(a_0+a')\,\exp\,[i(\varphi_0+\varphi')],\quad b=\mu\,a_0^2+b',$$

где a', φ', b' — малые возмущения, а $\varphi_0=[R_0+a_0^2\,(Q+\mu R)]\,\tau$. Линеаризуя получающиеся для них уравнения и рассматривая решения, пропорциональные $\exp[i(\Omega\tau-\varkappa\zeta)]$, получим

$$\Omega^2=\frac{\Delta^2\varkappa^2}{4}\left[\varkappa^4-\left(\frac{4a_0^2 Q}{\Delta}+\eta_0\right)\varkappa^2+\frac{4a_0^2\,\eta_0(Q+\mu R)}{\Delta}\right](\varkappa^2-\eta_0)^{-1}. \tag{10}$$

Поскольку для гравитационных волн $\Delta<0$, то для достаточно малых $\varkappa$ условие неустойчивости примет вид

$$Q+\mu R<0.$$

Приведем в качестве примера численные значения коэффициентов для следующих параметров невозмущенной атмосферы: $f_0 = 10^{-4}$ *с*$^{-1}$, $\beta = 1{,}5 \cdot 10^{-11}$ *м*$^{-1} \cdot$ *с*$^{-1}$, $\gamma = 1{,}4$, $\delta = 1$. В табл. 1 приведены численные значения Δ, Q, μ, R и η_0 в зависимости от частоты гравитационной волны. Как видно из таблицы, условие неустойчивости выполняется для высокочастотной области $\omega > \omega_1$. Для ω_1 получаем следующее значение $\omega_1^2/\omega_g^2 = 0{,}835$. По приведенным численным значениям можно оценить также и длину волны возмущения $\lambda = 2\pi H/\varkappa$. Из вышеприведенных рассуждений следует, что $\varkappa^2 < \eta_0$. Учитывая величину η_0 в диапазоне неустойчивости, получим, что $\lambda > \pi H \cdot 10^2$ для $H \sim 30$ *км*, $\lambda > 10^4$ *км*. Таким образом, высокочастотные гравитационные волны неустойчивы относительно длинноволновых возмущений.

Из табл. 1 видно также, что $\eta_0 \ll 1$. Поэтому условие неустойчивости можно переписать в следующем виде:

$$\frac{(\varkappa^2 - \eta_1)(\varkappa^2 - \eta_2)}{\varkappa^2 - \eta_0} < 0, \tag{11}$$

где $\eta_1 = \eta_0\,[1 + (\mu R/Q)]$, $\quad \eta_2 = 4a_0^2 Q/\Delta$.

Как видно из (11), волны также могут быть неустойчивыми относительно возмущений, волновые числа которых находятся в интервале $\eta_1 < \varkappa^2 < \eta_2$, но при условии $Q < 0$. Это условие выполняется для более высокочастотных гравитационных волн. Так, например, для вышеприведенных параметров условие $Q < 0$ выполняется для $\omega > \omega_2$, где $\omega_2^2/\omega_g^2 = 0{,}931$.

Таблица 1

ω^2/ω^2_g	0,19	0,25	0,31	0,38	0,44	0,5	0,56	0,63	0,69	0,75	0,81	0,88	0,94
Δ	−1,5	2—2	−2,5	−3,2	−3,8	−4,4	−4,9	−5,1	−4,9	−4,1	−2,8	−1,3	−0,3
Q	20,6	18,6	17,1	15,8	14,7	13,7	12,6	11,4	10,22	8,8	7,1		−0,7
μ	30,7	21,8	17,1	13,5	11,4	9,4	8,2	7,3	6,5	6	5,7	5,6	5,8
R	−0,26	−0,31	−0,35	−0,39	−0,44	−0,49	−0,54	−0,61	−0,69	−0,81	−0,96	−1,2	−1,7
$\eta_0 \cdot 10^{-4}$	0,31	0,33	0,35	0,38	0,41	0,47	0,55	0,67	0,89	1,27	2,1	4,2	13,3

Если пренебречь вращением Земли ($\eta_0 = 0$), то гравитационные волны оказываются неустойчивыми именно для $\omega > \omega_2$. Такое условие было получено в работе [8]. Таким образом, при учете вращения Земли гравитационные волны оказываются неустойчивыми и для более низких частот $\omega_1 < \omega < \omega_2$.

Теперь рассмотрим вопрос возбуждения внутренними гравитационными волнами огибающих их солитонов — волн Россби. Высокочастотные гравитационные волны создают низкочастотную силу, которая, действуя как вынуждающая сила, возбуждает низкочастотные волны Россби. В этом случае групповая скорость высокочастотных гравитационных волн должна быть того же порядка, что и фазовая скорость линейной волны Россби. Введем переменную $\theta = \xi + \alpha y$ и будем рассматривать волны, распространяющиеся под малым углом относительно зонального направления, т. е. будем предполагать, что $\alpha < \sqrt{\beta V}/f_0$. Кроме того, в высоких слоях атмосферы можно считать, что $\delta < 1$. Тогда можно пренебречь в уравнениях (6)—(8) членами с f_0. Выделяя из $u^{(1,1)}$ нелинейную фазу и рассматривая стационарные решения $u^{(1,1)} = e^{ist}A(\theta)$, можно получить следующую систему уравнений, описывающую установившееся движение нелинейных волн:

$$\begin{gathered}\frac{d^2A}{d\,\theta^2} + \sigma A\,[(s + r_0) + qA^2 + rB] = 0,\\ \frac{d^2B}{d\,\theta^2} + \frac{\beta}{\nu V}\,[B - \chi A^2] = 0,\end{gathered} \tag{12}$$

где
$$\sigma = 2\left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial k^2} + \alpha^2 \frac{V}{k}\right)^{-1}, \qquad \nu = 1 - M^2 + \alpha^2.$$

Низкочастотные составляющие скорости и плотности определяются через A и B следующим образом:

$$u^{(2,0)} = B - \chi A^2; \tag{13}$$

$$\rho^{(2,0)} = \frac{2(\gamma - 1)M}{\gamma} B - \left[\mu_1 + \frac{2(\gamma - 1)M\chi}{\gamma}\right] A^2. \tag{14}$$

Значения коэффициентов q, r, χ несложно получить из (6)—(8):

$$q = q_0 - \chi r_1 - r_2\left[\mu_2 + \frac{2(\gamma - 1)M\chi}{\gamma}\right],$$

$$r = r_1 + \frac{2(\gamma - 1)M}{\gamma} r_2, \qquad \chi = \frac{M(M\mu_1 + \mu_2) - \alpha^2\mu_1}{M(1 + \alpha^2 - M^2)}.$$

Как видно из (12), при отсутствии гравитационных волн ($A = 0$) получаем линейное уравнение для волн Россби. С другой стороны, при неучете вращения Земли ($\beta = 0$) исчезающим на бесконечности решением второго уравнения (12) является $B = 0$, и для огибающей гравитационных волн получаем обычные солитонные решения, рассмотренные в работе [8]. Система (12) имеет сходство с уравнениями, полученными в работе [9]. Оказывается, что (12) имеет солитонные решения в случае выполнения условия

$$q = 0. \tag{15}$$

Это условие определяет частоту гравитационной волны в зависимости от α. В случае, когда выполняется (15), система (12) имеет солитонные решения двух видов. Если волна распространяется в восточном направлении ($k > 0$, $V > 0$), то решение (12) имеет вид

$$A = 3\sqrt{\frac{\beta}{\sigma\nu r V \chi}}\, \mathrm{sch}\left[\sqrt{\frac{\beta}{2\nu V}}\,\theta\right] \mathrm{th}\left[\sqrt{\frac{\beta}{2\nu V}}\,\theta\right]; \tag{16}$$

$$B = \frac{3\beta}{\sigma\nu r V}\, \mathrm{sch}^2\left[\sqrt{\frac{\beta}{2\nu V}}\,\theta\right]; \tag{17}$$

$$s = -r_0 - (\beta/2\sigma\nu V). \tag{18}$$

В случае, если волна распространяется в западном направлении ($k < 0$, $V < 0$), решение (12) дает

$$A = \frac{3}{2}\sqrt{\frac{\beta}{\sigma\nu r|V|\chi}}\, \mathrm{sch}^2\left[\sqrt{\frac{\beta}{4\nu|V|}}\,\theta\right]; \tag{19}$$

$$B = \frac{3\beta}{2\sigma\nu r|V|}\, \mathrm{sch}^2\left[\sqrt{\frac{\beta}{4\nu|V|}}\,\theta\right]; \tag{20}$$

$$s = -r_0 - \frac{\beta}{\sigma\nu|V|}. \tag{21}$$

Как видно из (16)—(21), от направления распространения волны зависит не только амплитуда и характерная ширина солитонов, а также и форма огибающей высокочастотной части скорости. Огибающий солитон, распространяющийся в восточном направлении, состоит из двух горбов и обращается в нуль при $\theta = 0$, а в западном направлении распространяется одногорбый солитон, который принимает максимальное значение в точке $\theta = 0$. Качественная форма высокочастотной составляющей скорости показана на рис. 1: а) — солитон, распространяющийся на восток, а б) — на запад. По формулам (13), (14), (16)—(21) видно также, что форма низкочастотных составляющих тоже зависит от направления волны.

Таблица 2

α^2	0	0,11	0,19	0,3	0,43	0,56	0,85
ω^2/ω^2_g	0,931	0,875	0,844	0,813	0,781	0,75	0,688
M	0,05	0,12	0,17	0,22	0,28	0,33	0,44
A_0	1,8	2,9	3,3	3,7	3,9	4,1	4,0
B_0	6,0	9,1	9,2	9,0	7,9	7,0	4,7

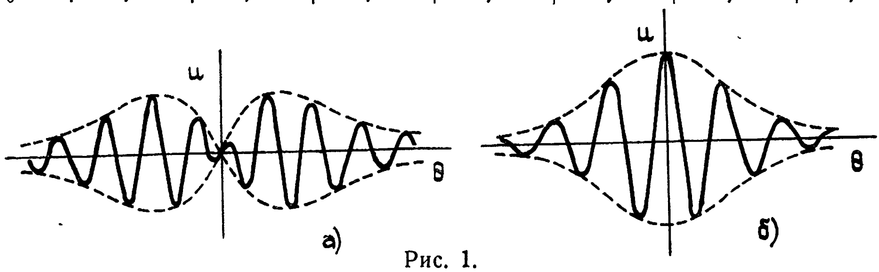

Рис. 1.

Амплитуды солитонов зависят от частоты гравитационной волны, которая, со своей стороны, в силу условия (15) зависит от α. Поэтому амплитуда солитонов будет разной для разных углов их распространения. Запишем амплитуды солитонов в безразмерной форме:

$$3\sqrt{\frac{\beta}{\sigma\nu\, rV\chi}} = A_0 \frac{H}{L}, \qquad \frac{3\beta}{\sigma\nu\, rV} = B_0 \frac{H^2}{L^2}.$$

Для выяснения зависимости амплитуд от α рассмотрим численные значения A_0 и B_0 для случая восточного направления солитонов. В табл. 2 приведены значения частот гравитационных волн, скоростей и амплитуд солитонов для разных α.

Как видно из табл. 2, амплитуды солитонов имеют максимумы при определенных (отличных от нуля) значениях α.

ЛИТЕРАТУРА

1. Шарадзе З. С., Хантадзе А. Г. — Сообщ. АН ГрССР, 1976, 94, № 3, с. 699.
2. Шарадзе З. С —В сб · Ионосферные исследования.—М : Сов. радио, 1979, № 29, с 29.
3. Арошидзе Г. М, Лиадзе З Л., Киквилашвили Г. Б, Шарадзе З. С.— В сб.: Ионосферные исследования — М.: Сов. радио, 1977, № 24, с. 82
4. Трубников Б Н., Щерба И. А. — Труды ЦАО, 1967, № 76.
5. Жукова Л. П, Трубников Б. Н. — Труды ЦАО, 1967, № 76
6. Charney J. G., Drazin P. G. — J. Geophys. Res., 1961, 66, № 1, p. 83.
7. Dickinson R. E —J Atm. Sci, 1968, 25, № 6, p. 984.
8. Кобаладзе З. Л., Патарая А. Д., Хантадзе А. Г.— Изв. АН СССР Сер. Физика атмосферы и океана, 1981, 17, № 4, с. 428
9. Патарая А Д, Чагелишвили Г. Д. — Физика плазмы, 1977, 3, № 6, с 1323.

Институт геофизики
АН ГрССР

Поступила в редакцию
7 апреля 1981 г.

ONE MECHANISM OF PLANETARY WAVE GENERATION IN THE IONOSPHERE

Z. L. Kobaladze, A D. Pataraya, A. G. Khantadze

We consider a nonlinear mechanism of Rossby soliton excitation by internal gravitational waves. It is shown that in the West and East directions there are different forms of solitons propagated.