

В заключение выпишем соответствующую формулу для полного эффективного сечения рассеяния на эллиптическом диске:

$$\sigma = (8\pi/27) k^4 (\alpha_{100}^2 + \alpha_{010}^2 + \beta_{001}^2) - (8\pi/135) k^6 \{ 0,2 [\alpha_{100}^2 \times \\ \times (a^2 + 2b^2) + \alpha_{010}^2 (2a^2 + b^2) + 2\beta_{001}^2 (a^2 + b^2)] + \alpha_{100}\alpha_{200} + \\ + \alpha_{010}\alpha_{020} + \beta_{001}\beta_{002} - \alpha_{100}\beta_{012}b^2 + \alpha_{010}\beta_{102}a^2 + \beta_{001}\alpha_{120}(a^2 - b^2) \} + O(k^8).$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Möglich F.— Ann. Phys., 1927, 83, № 13, p. 609.
2. Stevenson A. F.— J. Appl. Phys., 1953, 24, № 9, p. 1143.
3. Ефимов С. П., Муратов Р. З.— ДАН СССР, 1978, 241, № 6, с. 1315.
4. Левин М. Л., Муратов Р. З.— ЖТФ, 1968, 38, № 10, с. 1623.
5. Левин М. Л., Муратов Р. З.— Изв. вузов — Радиофизика, 1979, 22, № 6, с. 740.
6. Левин М. Л., Муратов Р. З.— ЖТФ, 1978, 48, № 8, с. 1545.
7. Eggimann W. H.— IRE Trans., 1961, MTT-9, № 5, p. 408.
8. Electromagnetic and acoustic scattering by simple shapes (ed. by J. J. Bowman, T. B. A. Senior, P. L. E. Uslenghi).— Amsterdam: North-Holland Publ. Comp., 1969.
9. Муратов Р. З. Потенциалы эллипсоида.— М.: Атомиздат, 1976.
10. Левин М. Л., Муратов Р. З.— ЖТФ, 1980, 50, № 9, с. 1809.

Поступила в редакцию
5 ноября 1981 г.

УДК 621.396.677.49

О РАСЧЕТЕ СТАТИЧЕСКОГО РЕЖИМА АДАПТИВНОЙ АНТЕННОЙ РЕШЕТКИ НА ОСНОВЕ АНАЛИТИЧЕСКОГО ОБРАЩЕНИЯ КОРРЕЛЯЦИОННОЙ МАТРИЦЫ

B. T. Ермолов, A. Г. Флаксман

В статическом режиме вектор $W(w_1, w_2, \dots, w_N)$ оптимальных весовых множителей N -элементной адаптивной антенной решетки (AAP) удовлетворяет уравнению [1]

$$M_{\text{ш}} W = \mu S^*, \quad (1)$$

где $M_{\text{ш}}$ — корреляционная матрица шумовых токов в излучателях AAP, S^* — комплексно-сопряженный вектор-столбец сигнала, μ — произвольная постоянная. Если в окружающем пространстве имеется I дискретных некогерентных источников шума, то матрица $M_{\text{ш}}$ представляет собой сумму корреляционных матриц собственного шума и шумов всех внешних источников:

$$M_{\text{ш}} = \overline{|n_0|^2} M, \quad M = E + \sum_{i=1}^I v_i M_i, \quad (2)$$

где $\overline{|n_0|^2}$ — мощность собственного шума в каждом элементе AAP, E — единичная матрица, v_i — отношение мощности i -го источника шума к мощности $\overline{|n_0|^2}$, $M_i = [\varphi_i^* \ \varphi_i^t]$, φ_i — вектор-столбец, описывающий пространственную структуру когерентного поля i -го источника в области пространства, занимаемого AAP, индекс « t » означает транспонирование.

Решение уравнения (1) определяется одной из подобных матриц M^{-1} , соответствующих обратному оператору \hat{M}^{-1} . Поэтому важную роль в теории AAP играет задача аналитического представления оператора \hat{M}^{-1} . В частности, если удается выбрать такой базис (выбрать такую диаграммообразующую схему), при котором оператору \hat{M} отвечает диагональная матрица M_λ , то решение задачи определяется диагональной матрицей M_λ^{-1} . Однако такой метод, предложенный в [2], в случае большого числа эле-

ментов ААР является сложным, так как связан с необходимостью отыскания собственных значений и собственных векторов оператора \hat{M} . В [3] показано, что обратная матрица M^{-1} может быть представлена в виде линейной комбинации матриц $[\varphi_i^* \varphi_j^*]$ ($i, j = 1 \dots I$). Так как матрицы $[\varphi_i^* \varphi_j^*]$ пропорциональны матрицам $M_i M_j$, то матрица M^{-1} оказывается выраженной через корреляционные матрицы отдельных источников шума. Выделить их из полной корреляционной матрицы на практике довольно сложно. Поэтому представляет интерес возможность выражения обратной матрицы M^{-1} через полную корреляционную матрицу M .

В настоящей работе предлагается структура обратного оператора M^{-1} в виде разложения по степеням оператора \hat{M} . При этом, если количество внешних источников шума $I \geq N - 1$, то матрица M^{-1} представляет собой линейную комбинацию матриц $E, M, M^2, \dots, M^{N-1}$. Искомый вектор W весовых множителей оказывается разложенным по N независимым векторам $S^*, MS^*, M^2S^*, \dots, M^{N-1}S^*$ и определяется, с учетом нормировки, через $N - 1$ параметров. Когда $I < N - 1$, матрица M^{-1} выражается через матрицы E, M, M^2, \dots, M^I . Такое построение оператора \hat{M}^{-1} соответствует физическим представлениям о степенях свободы ААР, а математически осуществляется на основе выделения из N -мерного пространства K_N векторов W циклического подпространства K_{I+1} меньшей размерности. В отличие от метода диагонализации [2] данный метод построения обратного оператора не требует знания собственных чисел и собственных векторов оператора \hat{M} . Достаточно определить коэффициенты характеристического или минимального многочленов матрицы M , что является более простой задачей [4].

1. Когда число внешних источников шума $I \geq N - 1$, все собственные числа $\lambda_0^{(i)}$ ($i = 1 \dots N$) оператора \hat{M} отличны друг от друга. Оператору \hat{M} соответствует характеристическое уравнение

$$\lambda^N - p_1 \lambda^{N-1} - p_2 \lambda^{N-2} - \dots - p_N = 0. \quad (3)$$

Согласно теореме Гамильтона—Кэли [4] матрица M удовлетворяет своему характеристическому уравнению. Таким образом, матрица M^N выражается в виде линейной комбинации матриц $E, M, M^2, \dots, M^{N-1}$. Следовательно, и матрица M^{N+p} (p — любое целое положительное число) и многочлен от матрицы M степени выше N также могут быть сведены к многочлену от матрицы M степени не выше ($N - 1$). Это означает, что из бесконечного ряда векторов $M^q S^*$ ($q = 0, 1, 2 \dots$) линейно-независимыми являются векторы $S^*, MS^*, M^2S^*, \dots, M^{N-1}S^*$, которые образуют базис N -мерного пространства K_N . Искомый вектор W можно представить в виде разложения по данному базису:

$$W = c_0 S^* + c_1 M S^* + c_2 M^2 S^* + \dots + c_{N-1} M^{N-1} S^*. \quad (4)$$

Отсюда непосредственно следует, что

$$M^{-1} = c_0 E + c_1 M + c_2 M^2 + \dots + c_{N-1} M^{N-1}. \quad (5)$$

Чтобы установить связь коэффициентов c_i с коэффициентами p_j характеристического уравнения (3), воспользуемся тождеством $MM^{-1} = E$. В результате получим следующие выражения:

$$c_0 = -\frac{p_{N-1}}{p_N}, \quad c_1 = -\frac{p_{N-2}}{p_N}, \quad \dots, \quad c_{N-2} = -\frac{p_1}{p_N}, \quad c_{N-1} = \frac{1}{p_N}. \quad (6)$$

2. Если число внешних источников шума $I < N - 1$, то характеристическое уравнение оператора \hat{M} имеет кратные корни. В теории таких операторов важную роль играет не характеристический, а минимальный многочлен. Образуем следующий ряд матриц: $E, M, M^2, \dots, M^{I-1}, M^I, \dots, M^N, \dots$ Независимыми здесь будут только первые $(I + 1)$ матриц. В этом легко убедиться, рассматривая частные случаи, когда число источников $I = 0, 1, 2, \dots, N - 2$. Например, при $I = 2$ матрица M^3 может быть представлена в виде линейной комбинации матриц E, M, M^2 : $M^3 = p_1 M^2 + p_2 M + p_3 E$. Минимальный многочлен матрицы M имеет вид $\Psi(\lambda) = \lambda^3 - p_1 \lambda^2 - p_2 \lambda - p_3$. Аналогично, если $I = 3$, то независимыми являются матрицы E, M, M^2, M^3 . В общем случае I ($0 < I < N - 1$) источников шума можно записать, что

$$M^{I+1} - p_1 M^I - p_2 M^{I-1} - \dots - p_I M - p_{I+1} E = 0. \quad (7)$$

Теперь независимыми векторами будут векторы $S^*, MS^*, M^2S^*, \dots, M^I S^*$. Они образуют базис $(I + 1)$ -мерного подпространства K_{I+1} , которое является частью пространства

K_N. Искомый вектор *W* весовых множителей может быть представлен следующим образом:

$$W = c_0 S^* + c_1 M S^* + c_2 M^2 S^* + \dots + c_I M^I S^*. \quad (8)$$

Для обратной матрицы M^{-1} и коэффициентов c_0, c_1, \dots, c_I справедливы выражения (5) и (6), если в них заменить $N - 1$ на I .

В качестве иллюстрации полученных результатов рассмотрим частный случай, когда в пространстве расположены два источника шума ($I = 2$). Независимыми векторами являются векторы S^*, MS^*, M^2S^* , которые образуют базис трехмерного циклического подпространства K_3 , а независимыми матрицами — матрицы E, M, M^2 . Матрица $M^3 = p_1 M^2 + p_2 M + p_3 E$. Для отыскания коэффициентов p_1, p_2, p_3 минимального многочлена подставим сюда матрицу $M = E + v_1 M_1 + v_2 M_2$ и приравняем коэффициенты при линейно-независимых элементах. В результате получим

$$p_1 = 3 + (v_1 + v_2) N, \quad p_2 = -[3 + 2(v_1 + v_2) N + v_1 v_2 (N^2 - |F_{12}|^2)], \quad (9)$$

$$p_3 = 1 + (v_1 + v_2) N + v_1 v_2 (N^2 - |F_{12}|^2) \quad \left(F_{12} = \sum_{q=1}^N \varphi_{1q} \varphi_{2q}^* \right).$$

Обратная матрица $M^{-1} = -p_2/p_3 E - p_1/p_3 M + 1/p_3 M^2$. Найдем теперь собственные значения $\lambda_0^{(i)}$ ($i = 1, 2, 3$) и соответствующие им собственные векторы $y^{(i)}$ оператора \hat{M} . Решая уравнение $\lambda^3 - p_1 \lambda^2 - p_2 \lambda - p_3 = 0$, будем иметь

$$\lambda_0^{(1)} = 1, \quad \lambda_0^{(2,3)} = 1 + (N/2)(v_1 + v_2) \pm \sqrt{(N^2/4)(v_1 - v_2)^2 + v_1 v_2 |F_{12}|^2}. \quad (10)$$

Векторы $y^{(i)}$ представим в виде разложения по выбранному базису, а коэффициенты разложения определим на основе выражения $My^{(i)} = \lambda_0^{(i)} y^{(i)}$. В результате получим, что

$$y^{(1)} = (1 + 2A + B) S^* - 2(1 + A) M S^* + M^2 S^*, \\ y^{(2,3)} = (1 + A \mp \sqrt{A^2 - B}) S^* - (2 + A \mp \sqrt{A^2 - B}) M S^* + M^2 S^*, \quad (11)$$

где

$$A = (N/2)(v_1 + v_2), \quad B = v_1 v_2 (N^2 - |F_{12}|^2).$$

ЛИТЕРАТУРА

- Applebaum S. P.— IEEE Trans. on Antennas and Propagation, 1976, AP-24, № 5, p. 585.
- Gabriel W. F.— Proc. IEEE, 1976, 64, № 2, p. 239.
- Литвинов О. С.— ДАН СССР, 1979, 245, № 6, с. 1364.
- Гантмахер Ф. Р. Теория матриц.— М.: Гостехиздат, 1953.

Поступила в редакцию
12 марта 1981 г.

УДК 621.372.8

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН В НЕСИММЕТРИЧНОЙ ПОЛОСКОВОЙ ЛИНИИ НА КОМБИНИРОВАННОЙ ФЕРРИТО-ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ПОДЛОЖКЕ С УЧЕТОМ ПОТЕРЬ В ФЕРРИТЕ

A. H. Колотилин, Е. П. Курушин, В. А. Неганов

Известно, что несимметричные полосковые линии на двухслойных ферритодиэлектрических подложках позволяют создать широкий класс новых функциональных элементов интегральных схем СВЧ [1—3]. Теоретический анализ таких линий сложен [4, 5] и выполнен только для однослойных гиротропных подложек. Единственной работой, в которой получены численные результаты с учетом диссипации энергии в феррите, является работа [6]. Данное сообщение посвящено результатам численного анализа экранированной несимметричной полосковой линии на двухслойной феррито-диэлектрической подложке при поперечном касательном намагничивании ферритового слоя (рис. 1), выполненного методом [6], и является продолжением этой работы. Металлический экран и токопроводящая полоска считаются по-прежнему идеально проводящими, полосок — бесконечно тонким. Нижний диэлектрический слой не имеет потерь. Наличие магнитных потерь в ферритовом слое учтено заданием компонент тензора магнитной проницаемости (их мнимых и вещественных частей) в форме Иолдера [7].