

О НИЗКОЧАСТОТНОМ РАССЕЯНИИ ПЛОСКОЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ НА ИДЕАЛЬНО ПРОВОДЯЩЕМ ЭЛЛИПТИЧЕСКОМ ДИСКЕ

P. Z. Muratov

Как известно [1], в эллипсоидальных координатах уравнения Максвелла не разделяются. Отчасти этим объясняется повышенный (по сравнению с ситуацией в скалярной акустике) интерес к методам и результатам приближенного аналитического рассмотрения проблем дифракции электромагнитных волн на эллипсоидальных телах. Сюда относятся и полученные в приближении низких частот (НЧ) известные решения следующих задач: о непоглощающем (диэлектрическом или идеально проводящем) эллипсоиде в поле плоской волны [2, 3], о проводящем эллипсоиде в произвольном поле свободного пространства [4, 5], об идеально проводящем эллиптическом диске, расположенному в «узловой» области первичного поля [6].

Как и в [6], в данной работе объектом дифракции является идеально проводящий эллиптический диск. Однако если в [6] рассматривалось рассеяние обладающих сложной структурой волноводных полей, а целью было решение задачи в первом приближении, то в данной работе приводятся результаты вычисления нескольких членов НЧ разложения для полей, рассеянных при падении на диск плоской волны свободного пространства. Располагая аналитическим решением более общей аналогичной задачи об идеально проводящем эллипсоиде [2, 3], проще всего вывести интересующие нас формулы для эллиптического диска с помощью предельного перехода (устремления к нулю одной из осей эллипса) в результатах более общего решения*. При этом выполнение предельного перехода существенно облегчается, если пользоваться для внутренних потенциальных факторов эллипса [9] специальными разложениями, приведенными в Приложении к [6].

Мы не будем выписывать здесь окончательных формул для рассеянного эллиптическим диском поля в ближней зоне. Отметим только, что оно выражается через внешние потенциальные факторы эллиптического диска, определения которых, а также необходимые рекуррентные и асимптотические формулы даны в [10]. Что же касается представляющих наибольший интерес полей дальней зоны, то в случае падения плоской гармонической (e^{-ikz}) волны единичной амплитуды

$$E_0 = e \exp(ikxr), \quad H_0 = h \exp(ikxr), \quad (1)$$

где $e^2 = h^2 = x^2 = 1$, $e = -[uh]$, $h = [xe]$, на бесконечно тонкий идеально проводящий диск, лежащий в плоскости $z = 0$ и ограниченный эллипсом $x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1$, для рассеянного поля получаем

$$E_{\text{рас}} = k^2 e^{ikr} (3r)^{-1} ([v [Qv]] + [Tv]), \quad H_{\text{рас}} = [v E_{\text{рас}}], \quad v = r/r. \quad (2)$$

Входящие сюда отличные от нуля декартовы компоненты векторов Q и T даются формулами

$$Q_x = \alpha_{100} - 0,1 k^2 [\alpha_{200} + \alpha_{100} (a^2 v_x^2 + b^2 v_y^2) - 2 (a^2 \alpha_{300} v_x + b^2 \alpha_{210} v_y)] + (2/9) ik^3 ab N_{10}^{-1} \alpha_{100} + O(k^4); \quad (3)$$

$$Q_y = \alpha_{010} - 0,1 k^2 [\alpha_{020} + \alpha_{010} (a^2 v_x^2 + b^2 v_y^2) - 2 (a^2 \alpha_{120} v_x + b^2 \alpha_{030} v_y)] + (2/9) ik^3 ab N_{01}^{-1} \alpha_{010} + O(k^4); \quad (4)$$

$$T_z = -\beta_{001} + 0,1 k^2 [\beta_{002} + \beta_{001} (a^2 v_x^2 + b^2 v_y^2) - 2 (a^2 \beta_{102} v_x + b^2 \beta_{012} v_y)] + (2/9) ik^3 ab N_E^{-1} \beta_{001} + O(k^4), \quad (5)$$

в которых

$$\begin{aligned} \alpha_{100} &= ab N_{10}^{-1} e_x, \quad \alpha_{200} = ab N_{10}^{-1} \left\{ (a^2 e_x v_x + b^2 e_y v_y) v_x - (3N_{00} N_{10}^{-1} + a^2) e_x + \right. \\ &\quad \left. + b^2 \frac{N_E + 3N_{01}}{N_E + N_{01}} \left[\frac{N_{01}}{N_{10}} e_x + (e_x v_y - e_y v_x) v_y \right] \right\}, \end{aligned}$$

* Подобная попытка, предпринятая в работе [2], была доведена до конца только для случая круглого диска. К сожалению, даже в этом случае найденные Стивенсоном итоговые формулы, как показал Эггманн [7, 8], оказались неправильными.

$$\alpha_{300} = \frac{ab^3}{3} \frac{N_{02}e_x z_x - N_{11}e_y z_y}{3N_{10}N_{01} - N_{00}N_{11}},$$

$$\alpha_{210} = \alpha_{120} = \frac{ab}{a^2 + b^2} \frac{N_{10}e_x z_y + N_{01}e_y z_x}{N_{11}N_E},$$

$$\beta_{001} = \frac{ab}{N_E} h_z, \quad \beta_{102} = \frac{ab}{N_{01}(N_{10} + N_E)} (N_E h_z z_x - N_{10} h_x z_z),$$

$$\beta_{002} = \frac{ab}{N_E} \left\{ (a^2 h_x z_x + b^2 h_y z_y) z_z + 3 \frac{N_{00}}{N_E} h_z + \right. \\ \left. + \frac{a^2(N_{01} - 3N_{10}) - b^2(N_{10} - 3N_{01})}{(a^2 + b^2)N_E N_{11}} (N_{10} e_x z_y + N_{01} e_y z_x) \right\}.$$

Таким образом, в дальней зоне рассеянное поле выражается через внутренние потенциальные факторы эллиптического диска N_{lm} , равные, по определению,

$$N_{lm} = (2l - 1)!!(2m - 1)!! ab \int_0^\infty (a^2 + t^2)^{-l-1/2} (b^2 + t^2)^{-m-1/2} dt.$$

В частности,

$$N_{00} = a^2 N_{10} + b^2 N_{01} = \min \{a, b\} K, \quad N_E \equiv N_{10} + N_{01} = E / \min \{a, b\}, \quad (6)$$

где K , E — полные эллиптические интегралы первого и второго рода соответственно, модуль которых равен эксцентриситету диска. Факторы с большими индексами получаются из выражений (6) на основе рекуррентных соотношений [6]

$$a^2 N_{l+1, m} + b^2 N_{l, m+1} = (2l + 2m + 1) N_{lm},$$

$$N_{l+1, m+1} = \frac{(2l + 1) N_{l, m+1} - (2m + 1) N_{l+1, m}}{a^2 - b^2}.$$

Отметим, что в отличие от формы представления рассеянного поля, принятой в [2], формулы (2) — (5) не требуют дополнительного дифференцирования и, к тому же, в явном виде отражают присущую задаче (x, y) -симметрию. Последнее обстоятельство позволяет, в частности, сразу получить выражения для опущенных выше коэффициентов α_{10} , α_{020} , α_{030} и β_{012} с помощью взаимной замены $x \leftrightarrow y$ (и одновременно $a \leftrightarrow b$) из формул для α_{100} , α_{200} , α_{300} и β_{102} соответственно.

Для круглого диска ($b = a$), когда [6]

$$N_{lm} = \frac{\pi}{2} \frac{(2l - 1)!!(2m - 1)!!(2l + 2m - 1)!!}{(2l + 2m)!! a^{2l+2m-1}},$$

вместо выражений (3) — (5) будем иметь*

$$Q_x = \frac{4a^3}{3\pi} \left\{ 3e_x + \frac{k^2 a^2}{10} [(8 + 5z_z^2 + 3v_z^2) e_x - 2e_z z_x z_z + \right. \\ \left. + (3e_x z_x - e_y z_y) v_x + 2(e_x z_y + e_y z_x) v_y] + i \frac{8}{3\pi} k^3 a^3 e_x \right\} + O(k^4), \\ T_z = \frac{2a^3}{3\pi} \left\{ -3h_z + \frac{k^2 a^2}{10} [(12 - 3z_z^2 - 3v_z^2) h_z - 4(2h_z z_x - \right. \\ \left. - h_x z_z) v_x - 4(2h_z z_y - h_y z_z) v_y] + i(4/3\pi) k^3 a^3 h_z \right\} + O(k^4).$$

Подстановка этих выражений в (2) и последующий пересчет в сферические компоненты и координаты подтверждает и дополняет результаты Эггманна [7, 8].

* Формула для Q_y получается из Q_x взаимной заменой $x \leftrightarrow y$.

В заключение выпишем соответствующую формулу для полного эффективного сечения рассеяния на эллиптическом диске:

$$\sigma = (8\pi/27) k^4 (\alpha_{100}^2 + \alpha_{010}^2 + \beta_{001}^2) - (8\pi/135) k^6 \{ 0,2 [\alpha_{100}^2 \times \\ \times (a^2 + 2b^2) + \alpha_{010}^2 (2a^2 + b^2) + 2\beta_{001}^2 (a^2 + b^2)] + \alpha_{100}\alpha_{200} + \\ + \alpha_{010}\alpha_{020} + \beta_{001}\beta_{002} - \alpha_{100}\beta_{012}b^2 + \alpha_{010}\beta_{102}a^2 + \beta_{001}\alpha_{120}(a^2 - b^2) \} + O(k^8).$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Möglich F.— Ann. Phys., 1927, 83, № 13, p. 609.
2. Stevenson A. F.— J. Appl. Phys., 1953, 24, № 9, p. 1143.
3. Ефимов С. П., Муратов Р. З.— ДАН СССР, 1978, 241, № 6, с. 1315.
4. Левин М. Л., Муратов Р. З.— ЖТФ, 1968, 38, № 10, с. 1623.
5. Левин М. Л., Муратов Р. З.— Изв. вузов — Радиофизика, 1979, 22, № 6, с. 740.
6. Левин М. Л., Муратов Р. З.— ЖТФ, 1978, 48, № 8, с. 1545.
7. Eggimann W. H.— IRE Trans., 1961, MTT-9, № 5, p. 408.
8. Electromagnetic and acoustic scattering by simple shapes (ed. by J. J. Bowman, T. B. A. Senior, P. L. E. Uslenghi).— Amsterdam: North-Holland Publ. Comp., 1969.
9. Муратов Р. З. Потенциалы эллипсоида.— М.: Атомиздат, 1976.
10. Левин М. Л., Муратов Р. З.— ЖТФ, 1980, 50, № 9, с. 1809.

Поступила в редакцию
5 ноября 1981 г.

УДК 621.396.677.49

О РАСЧЕТЕ СТАТИЧЕСКОГО РЕЖИМА АДАПТИВНОЙ АНТЕННОЙ РЕШЕТКИ НА ОСНОВЕ АНАЛИТИЧЕСКОГО ОБРАЩЕНИЯ КОРРЕЛЯЦИОННОЙ МАТРИЦЫ

B. T. Ермолов, A. Г. Флаксман

В статическом режиме вектор $W(w_1, w_2, \dots, w_N)$ оптимальных весовых множителей N -элементной адаптивной антенной решетки (AAP) удовлетворяет уравнению [1]

$$M_{\text{ш}} W = \mu S^*, \quad (1)$$

где $M_{\text{ш}}$ — корреляционная матрица шумовых токов в излучателях AAP, S^* — комплексно-сопряженный вектор-столбец сигнала, μ — произвольная постоянная. Если в окружающем пространстве имеется I дискретных некогерентных источников шума, то матрица $M_{\text{ш}}$ представляет собой сумму корреляционных матриц собственного шума и шумов всех внешних источников:

$$M_{\text{ш}} = \overline{|n_0|^2} M, \quad M = E + \sum_{i=1}^I v_i M_i, \quad (2)$$

где $\overline{|n_0|^2}$ — мощность собственного шума в каждом элементе AAP, E — единичная матрица, v_i — отношение мощности i -го источника шума к мощности $\overline{|n_0|^2}$, $M_i = [\varphi_i^* \ \varphi_i^t]$, φ_i — вектор-столбец, описывающий пространственную структуру когерентного поля i -го источника в области пространства, занимаемого AAP, индекс « t » означает транспонирование.

Решение уравнения (1) определяется одной из подобных матриц M^{-1} , соответствующих обратному оператору \hat{M}^{-1} . Поэтому важную роль в теории AAP играет задача аналитического представления оператора \hat{M}^{-1} . В частности, если удается выбрать такой базис (выбрать такую диаграммообразующую схему), при котором оператору \hat{M} отвечает диагональная матрица M_λ , то решение задачи определяется диагональной матрицей M_λ^{-1} . Однако такой метод, предложенный в [2], в случае большого числа эле-