

УДК 538.311

ОБ АСИМПТОТИЧЕСКИХ МЕТОДАХ ВОССТАНОВЛЕНИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПОЛЯ НА РАСКРЫВЕ АНТЕННЫ ПО РЕЗУЛЬТАТАМ ИЗМЕРЕНИЙ ЕЕ БЛИЖНЕГО ПОЛЯ НА КРИВОЛИНЕЙНОЙ ПОВЕРХНОСТИ

Ю. И. Белов

Предлагается асимптотический метод преобразования измеренных на криволинейной поверхности близких полей антенн к распределениям на плоскости. Исследуемый метод сводится к преобразованию Фурье в прямоугольных координатах и амплитудно-фазовой коррекции спектра.

В связи с созданием многоэлементных фазированных антенных решеток (ФАР) и развитием методов анализа параметров антенных систем по их ближнему полю весьма актуальной становится задача поиска оптимальных, в смысле быстродействия, алгоритмов обработки данных измерений ближнего поля с целью определения диаграмм направленности, неисправных элементов ФАР, дефектов поверхности антенных систем.

С этой целью рассматривается приближенное (справедливое для антенных систем больших волновых размеров) решение обратной задачи электродинамики, т. е. определение амплитудно-фазового распределения (АФР) на раскрыве антенны путем обработки данных измерений тангенциальной составляющей ближнего поля E_n на некоторой поверхности S . Решение этой задачи для произвольных поверхностей сканирования (для плоских поверхностей см. [1]) получено в работе [2]: проекция тока J на произвольный орт e гладкой поверхности S_A

$$\begin{aligned} J \cdot e \sim & \iint_S E_n \cdot [n [r_0 [r_0 [n_A e]]]] \times \\ & \times \frac{\exp [-ik|x_s - x_A|]}{|x_s - x_A|} d^2 x_s + O\left(\frac{1}{k|x_s - x_A|}\right), \end{aligned} \quad (1)$$

где n , n_A — нормали к поверхности сканирования и антенны, $r_0 = (x_s - x_A)/|x_s - x_A|$, k — волновой вектор, x_s — точка на поверхности сканирования, x_A — точка на поверхности антенны. При выводе выражения (1) использовались теорема взаимности и метод стационарной фазы, т. е. (1) является асимптотически точным. Компактный и физически наглядный вид такого решения выгодно отличает его от решения матричным способом [1] с регуляризацией (задача некорректно поставлена), большие же волновые размеры рассматриваемых антенн обеспечивают малость реактивных полей и, следовательно, устойчивость решения. Тем не менее очевидно, что вычисления двумерных интегралов типа (1) должны занимать много машинного времени, поэтому весьма привлекательны методы, сводящиеся к фурье-преобразованию ближнего поля, дающие возможность использования алгоритмов быст-

рого преобразования Фурье (БПФ). Примером такого метода является преобразование [3], где распределение поля на раскрыве $E_p(\mathbf{x}_A)$ связано с ближним полем антенны на сферической поверхности* радиуса R следующим образом:

$$E_p(\mathbf{x}_A) \sim$$

$$\sim \exp[-ik(x'^2 + y'^2)/2R] \iint_S E_n(\xi, \eta) \exp[ik(\xi x' + \eta y')] d\xi d\eta, \quad (2)$$

$$\mathbf{x}_A = \{x', y'\}, \quad \xi = \sin \theta \cos \varphi, \quad \eta = \sin \theta \sin \varphi.$$

Выражение (2) является фурье-обращением алгоритма, использующего параксиальное приближение функции Грина в вычислении ближнего поля на сфере:

$$E_n(\xi, \eta) \sim \iint_{S_A} E_p \exp\{[ik(x'^2 + y'^2)/2R] - ik(\xi x' + \eta y')\} dx' dy'.$$

В этом смысле будем называть (2) приближением Френеля (ПФР). Однако если произвести замену в (2) поля E_p на его точное интегральное представление с помощью функции Грина в виде

$$E_n(\mathbf{x}) \sim \iint_{S_A} E_p \frac{\partial}{\partial n_A} \left[\frac{\exp[ikr(\mathbf{x}, \mathbf{x}_A)]}{r(\mathbf{x}, \mathbf{x}_A)} \right] d^2 \mathbf{x}_A \quad (\mathbf{x} = \{\xi, \eta\}), \quad (3)$$

$$r(\mathbf{x}, \mathbf{x}_A) = \sqrt{R^2 - 2R\xi x - 2R\eta y + x^2 + y^2},$$

получить четырехкратный интеграл

$$E_p(\mathbf{x}') \sim \iiint_{S_A S} E_p(\mathbf{x}_A) \frac{\partial}{\partial n_A} \left[\frac{\exp[ikr(\mathbf{x}, \mathbf{x}_A)]}{r(\mathbf{x}, \mathbf{x}_A)} \right] \times \\ \times \exp[-ik(x'^2 + y'^2)/2R] \exp[ik(\xi x' + \eta y')] d^2 \mathbf{x}_A d^2 \mathbf{x} \quad (4)$$

и вычислить его методом стационарной фазы, то получим, во-первых, что φ_{ct} (фаза в стационарной точке) зависит от x', y' :

$$\varphi_{ct} = k\sqrt{R^2 + x'^2 + y'^2} - k(x'^2 + y'^2)/2R \neq \text{const},$$

во-вторых, ввиду соотношений в стационарных точках $\begin{cases} x_{ct} \\ y_{ct} \end{cases} =$

$\begin{cases} x' \\ y' \end{cases} R (R^2 - x'^2 - y'^2)^{-1/2}$ происходит искажение координат в плоскости раскрыва. Естественно, при $x'^2, y'^2 \ll R^2$ $\varphi_{ct} = \text{const}$ и $x' = x, y' = y$. Другими словами, ПФР, как параксиальное приближение, на сильно искривленных ($x'^2, y'^2 \sim R^2/2$) поверхностях вне интервала $\{\xi\} \rightarrow 0$ начинает вносить фазовые искажения, т. е. aberrации, что эквивалентно искажению системы координат на плоскости раскрыва. Расширим возможности ПФР введением новой системы координат x, y , связанной с поверхностью сканирования таким образом, чтобы алгоритм восстановления АФР сохранил бы последовательно вид: преобразование Фурье и амплитудно-фазовая коррекция. Для этого потребуется обращение «раскрыв в раскрыв» при асимптотическом вычислении интеграла типа (4).

Итак, в фурье-преобразовании ближнего поля $g(x, y)$,

* Ниже везде рассматриваем для определенности либо сферическую, либо цилиндрическую поверхность сканирования ближнего поля.

$$g(x, y) = \iint_{\xi \in S} E_p(\xi, \eta) \exp[ik(x\xi + y\eta)] d\xi d\eta,$$

произведем замену E_p на его интегральное представление (3), получим четырехкратный интеграл:

$$\begin{aligned} g(x, y) &= \iiint_{S_A} E_p(x_A) \left(\frac{\partial}{\partial n_A} \right) \{ \exp[ikr(x, x_A)] / r(x, x_A) \} \times \\ &\quad \times \exp[ik(\xi x + \eta y)] d^2 x_A d^2 \xi, \end{aligned} \quad (5)$$

он аналогичен (4), в нем лишь отсутствует множитель фазовой коррекции, см. (2). Вычислим (5) методом стационарной фазы, для геометрии задачи, представленной на рис. 1, получим

$$g(x, y) = K(x, y) E_p(x, y) + P.A.(\xi^{rp}, \eta^{rp}, x_A^{rp}) + O[1/(kR)^{3/2}], \quad (6)$$

где Р. А. обозначена равномерная асимптотика*, учитывающая вклад границ $x_A = \{x'^{rp}, y'^{rp}\}$, $\mathbf{x} = \{\xi^{rp}, \eta^{rp}\}$. Координаты x, y связаны с координатами плоскости раскрыва x', y' , отстоящей от начала координат на расстоянии z_0 , соотношениями

$$x'_{ct} = \frac{xR}{\sqrt{R^2 + x^2 + y^2}}, \quad y'_{ct} = \frac{yR}{\sqrt{R^2 + x^2 + y^2}}, \quad (7)$$

$K(x, y)$ имеет вид

$$\begin{aligned} K(x, y) &= \exp(-i\pi/4) 2\pi R k^{-1} (R^2 + x^2 + y^2)^{-1} \exp(-ikz_0) \times \\ &\quad \times \exp(ik\sqrt{R^2 + x^2 + y^2})(\partial r / \partial n_A)|_{ct}. \end{aligned} \quad (8)$$

Основываясь на вышеизложенном, укажем, что алгоритм вычислений поля на раскрыве по данным измерений ближнего поля на сферической поверхности для спадающих к краям апертуры амплитудных

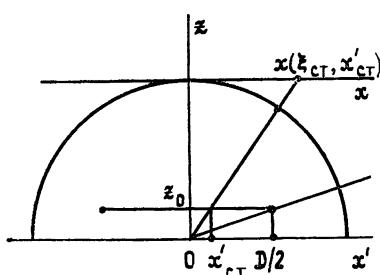


Рис. 1.

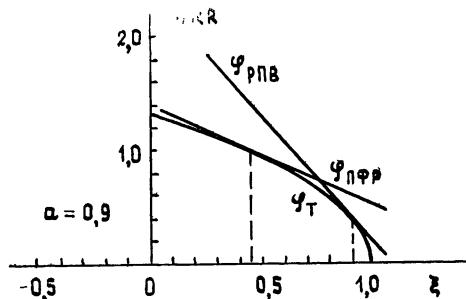


Рис. 2.

распределений** сводится к следующим операциям: а) вычисление спектра (ядро $\exp[ik(\xi x + \eta y)]$) ближнего поля $E_p(\xi, \eta)$, б) коррекции результата на амплитудно-фазовый множитель $K^{-1}(x, y)$ (см. (8)), в) преобразование координат (7). Нетрудно убедиться, что при $x, y \rightarrow x', y'$ предлагаемый алгоритм*** сводится к приближению Френеля (2). При этом, для сохранения вида алгоритма мы воспользова-

* Стационарная точка принадлежит границе.

** В этом случае можно пренебречь вторым слагаемым в (6).

*** В работе [4] данный алгоритм условно назван «методом разложения по плоским волнам» (РПВ).

лись дополнительным преобразованием координат, так как преобразование Фурье ближнего поля по координатам ξ , η представляет собой поле на раскрыве (тем точнее, чем больше спадает распределение поля на раскрыве к краям) в измененных координатах, см. (7).

Важным результатом такого подхода является возможность конструировать алгоритмы, сохраняющие в основе преобразование Фурье и амплитудно-фазовую коррекцию полученного спектра, для криволинейных поверхностей сканирования, отличных от сферы. Необходимым условием для этого является существование решения для уравнений стационарных точек интеграла (5).

Место преобразования РПВ в сравнении с приближением Френеля можно определить следующим образом. Уравнение, связывающее диаграмму направленности E_f с ближним полем,

$$E_f \sim \int_s E_n(\xi') G(\xi, \xi') d\xi' \quad (9)$$

(ядро преобразования G представляет собой ток, наведенный плоской волной на поверхности сканирования), в параксиальном приближении представляет собой свертку (преобразование Френеля). В методе РПВ фаза G зависит от разности координат $(\xi' - \xi)$ только в стационарной точке, т. е. если записать фурье-преобразование полученного методом РПВ распределения поля на раскрыве с ядром $\exp(-ik\xi'x')$ и вычислить внутренний интеграл по x' методом стационарной фазы, то получим аналог (9) — уравнение свертки от вклада внутренних стационарных точек ($x'_{st} \approx R(\xi' - \xi)$).

Проиллюстрируем также некоторое формальное отличие выражений для фаз ядра $L = |L| \exp(i\phi)$ различных одномерных преобразований: (1), (2) (условно назовем (1) «точным» способом, так как, очевидно, приближение Френеля (2) сводится к разложению в ряд фазы подынтегрального выражения (1))^{*} и метода РПВ, как он описан выше,

$$g(x') \sim \int_s E_n(\xi) L(\xi, a) d\xi: \quad (10)$$

- a) точный способ — $\Phi_T = kR \sqrt{1 - 2\xi a + a^2}$, где $a = x'/R$,
- б) приближение Френеля $\Phi_{PFR} = kR(1 - \xi a + a^2/2)$,
- в) разложение по плоским волнам $\Phi_{PVB} = kR(1/\sqrt{1 - a^2})(1 - \xi a)$.

Отличия функциональной зависимости фазы $\Phi(\xi)$, отнесенной к множителю kR , видны на рис. 2: Φ_{PFR} совпадает с Φ_T в точке $\xi = a/2$, а Φ_{PVB} совпадает с Φ_T в точке $\xi = a$. Из выражения для Φ_{st} интеграла (4) можно получить оценку фазовой погрешности (потребовав, чтобы ее величина была меньше $\pi/8$) для радиуса сферы R при заданном размере раскрыва антенны D , когда приближение РПВ еще работает, а ПФР уже не справедливо.

Сравнение всех трех способов с помощью численных расчетов** показывает (см. рис. 3), что ПФР восстанавливает фазовый фронт плоского синфазного раскрыва с погрешностью, зависящей от значений параметра m — «сокращение» (отношение условной дальней зоны $2D^2/\lambda$ к радиусу сферы измерений) и возрастающей на краях раскрыва, и что граница амплитудной «ступени» более размыта, чем в методе РПВ. «Точный» метод восстанавливает границу амплитудной «ступени» лучше, чем РПВ, и имеет лучшее, в сравнении с ним, разрешение, что

* Условие применимости такого разложения обычно приводится (см. [3]) как критерий применимости преобразования Френеля в получении диаграммы направленности антенны по ее ближнему полю, измеренному на сфере.

** Рассматривался худший для алгоритмов РПВ и ПФР случай — равномерный синфазный раскрыв, рассчитывалось ближнее поле по формуле (3) и восстанавливалось распределение по раскрыву тремя алгоритмами: «точным», РПВ и ПФР.

легко понять по аналогии с известным фактом техники сканирующих антенн — уширением луча (у нас — элемента разрешения) при сканировании им с помощью создания фазового сдвига на апертуре [6]. Можно показать, что разрешение в центре апертуры «точного» и РПВ методов одинаково, а к краям апертуры, например, в точке x'_0 , где ближнее поле приближенно приобретает линейный фазовый сдвиг $\exp(ikx'_0\xi)$, преобразование Фурье в РПВ ухудшает разрешение в сравнении с «точным» методом «фокусировки» фазы ближнего поля.

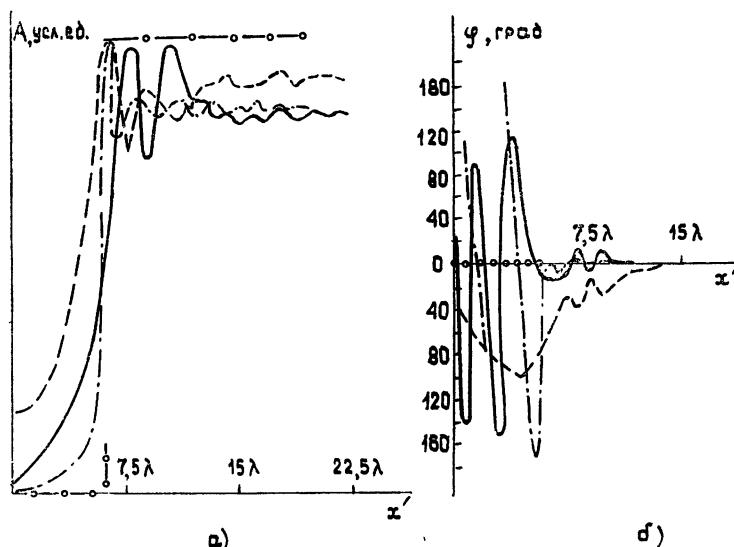


Рис. 3. Амплитуда (а) и фаза (б) восстановленного синфазного равномерного распределения поля на раскрыве (точки) тремя методами: штрихпунктир — «точный», сплошная линия — РПВ, пунктири — приближение Френеля. Сокращение дальней зоны $m = 63,5$, шаг по ξ : $\Delta\xi = 1/60$, сектор определения ξ : $\xi_i = 54/60$, $D/2 = 11\lambda$.

В заключение отметим, что достоинство преобразования РПВ заключается во введении некоторого единого подхода к выделению гладкой функции распределения поля на раскрыве, по которой можно определить, обрабатывая результаты измерения ближнего поля на криволинейной поверхности, например, неисправности элементов ФАР, особенности облучения антенн и их диаграмму направленности. Методически этим мы обязаны замене (3) осциллирующего ближнего поля в интеграле Фурье, что позволяет вычислить интеграл методом стационарной фазы. Важным достоинством метода является использование им преобразования Фурье в прямоугольных координатах, что позволяет применить алгоритм БПФ, как наиболее эффективный* при вычислениях на ЭВМ.

Экспериментальная проверка алгоритма РПВ была проведена для семиметровой зеркальной осесимметричной параболической антенны на длине волны 55 см. На сфере в азимутально-угломестной системе координат (радиус сферы равен 9,3 м) измерялись две ортогональные компоненты тангенциальной составляющей ближнего поля амплифазометрическим способом [3]. Так как не имелось возможности эталонировать поле на раскрыве данной антенны, качество алгоритма РПВ оценивалось по сравнению диаграммы направленности (фурье-преобразования поля на раскрыве) с диаграммой той же антенны, измеренной корреля-

* Мы не обсуждаем конкурирующие с БПФ преобразования Винограда, Уолша и некоторые другие.

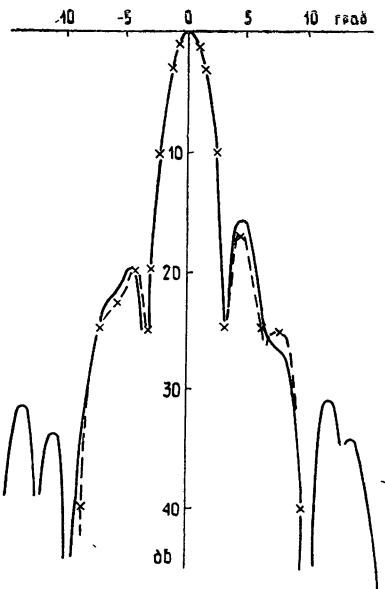


Рис. 4.

ционным способом по внеземным источникам* (см. рис. 4). Обрабатываемые матрицы имели размер 64×64 , полное время обработки на ЭВМ БЭСМ-6 составляет 2,5 мин. Пересчет неравномерной системы координат x, y , (см. (6)) на равномерную x', y' осуществлялся по интерполяционным полиномам Лагранжа. Как видно из сравнения сечений диаграммы, полученных двумя способами, совпадение хорошее, т. е. метод РПВ можно успешно применять для решения задач определения параметров антенн по данным измерения поля в ближней зоне на криволинейной поверхности, в том числе и вне справедливости приближения Френеля.

Рис. 4. Диаграмма направленности семиметровой параболической антенны: сплошная линия — вычисленная по восстановленному методом РПВ распределению на раскрыве, пунктир — измеренная корреляционным способом по внеземным радиоисточникам.

Автор выражает благодарность В. И. Турчину за постоянное внимание при написании работы и Н. М. Цейтлину за обсуждение полученных результатов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Вычислительные методы в электродинамике — М.: Мир, 1977, с. 429.
2. Коротков В. С., Турчин В. И.—Изв. вузов — Радиофизика, 1979, 22, № 6, с. 772
3. Турчин В. И., Цейтлин Н. М., Чандаев А. К.—Радиотехника и электроника, 1973, 18, № 4, с. 725.
4. Белов Ю. И. Препринт № 136 — Горький: НИРФИ, 1980.
5. Кравцов Ю. А., Орлов Ю. И. Геометрическая оптика неоднородных сред. М.: Наука, 1980, с. 104.
6. Сканирующие антенны системы СВЧ, т. 2.—М.: Сов. радио, 1969, с. 57.
7. Федорюк М. В. Метод перевала — М: Наука, 1977, с. 339.
8. P. G. Smith.— IEEE Trans., AP-14, № 1, p. 6.

Научно-исследовательский
радиофизический институт

Поступила в редакцию
13 апреля 1981 г.

ON ASYMPTOTIC RESTORATION OF THE FIELD DISTRIBUTION ON THE ANTENNA APERTURE ACCORDING TO THE MEASUREMENT RESULTS OF ITS NEAR FIELD ON A CURVILINEAR SURFACE

Yu. I. Belov

An asymptotic method is suggested for the transformation of near antenna fields measures on a curvilinear surface to the distribution over the plane. The method investigated is reduced to the Fourier transformation in rectangular coordinates and amplitude-phase spectrum correction.

* Корреляционный прием [8] ведется с помощью исследуемой и вспомогательной антенн на специальный приемник, при этом удается исключить влияние мешающих радиоисточников и достичь высокого динамического диапазона измерений (в нашем случае ~ 40 дБ). Данные для сравнения любезно предоставлены А. В. Калининым и В. С. Коротковым.