

УДК 621.396.67

К ВОПРОСУ ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ АМПЛИТУДНО-ФАЗОВОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ТОКА НА ПЛОСКОЙ ПОВЕРХНОСТИ ПО ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫМ ДАННЫМ ИЗМЕРЕНИЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ

В. С. Коротков

Рассмотрен вопрос о методической погрешности восстановления амплитудно-фазового распределения излучающего тока по результатам измерения электрического поля в волновой зоне. Приведены результаты математического моделирования по восстановлению токов в элементах эквидистантной антенной решетке.

Весьма важной в антенной технике является задача о восстановлении амплитудно-фазового распределения (АФР) поля в раскрыве антенны по результатам измерения электромагнитного поля в волновой зоне*. Для случая, когда электрические размеры антенн велики, обычно используют приближенные «голографические» алгоритмы восстановления, поскольку они (с точки зрения уменьшения требуемого машинного времени) значительно предпочтительнее стандартных методов решения интегральных уравнений [1-3]. Как указывается в работе [1], приближенный характер отмеченных алгоритмов восстановления связан с тем, что по результатам измерения электромагнитного поля в волновой зоне восстанавливаются лишь компоненты поля в раскрыве, дающие вклад в видимую часть спектра АФР поля в раскрыве. Физически очевидно, что это обстоятельство приводит к тому, что результат восстановления АФР поля имеет «сглаженный» вид, т. е. в форме свертки истинного АФР поля с некоторой функцией F . Однако в формулах для восстановления АФР поля, приведенных в работах [1-3], отсутствует явный вид «сглаживающей» функции F . Определение алгоритма восстановления АФР поля с учетом явного вида функции F имеет смысл с точки зрения определения пределов применимости «голографических» методов восстановления, а также теоретической оценки точности и получения оптимальных алгоритмов обработки. Этим вопросам посвящена предлагаемая статья.

Рассмотрим случай восстановления амплитудно-фазового распределения тока I_1 на плоской поверхности $z = 0$ по результатам измерений амплитуды и фазы электрической составляющей ближнего поля E_1 на произвольной поверхности сканирования $S_{ск}$ в волновой зоне. Решение этой задачи основано на использовании леммы Лоренца. Для этого зададим на поверхности, совпадающей с поверхностью сканирования, вспомогательный сторонний ток I_2 , возбуждающий в свободном пространстве поле E_2 с резко выраженным максимумом в некоторой точке «фокусировки» (x_f, y_f) на поверхности $z = 0$. (Аналогичный под-

* Волновая зона определяется расстоянием от антенны, на котором можно пренебречь квазистатической составляющей электромагнитного поля по сравнению с волновой.

ход к решению рассматриваемой задачи предложен в работе [3].) Ток I_2 задаем из геометрических соображений таким образом, чтобы все лучи, характеризующие поле E_2 , сходились в точку x_f, y_f . Для этого ток I_2 должен быть задан в виде

$$I_2 = I(x_{ck}, x_f, y_f) e^{ikf}, \quad (1)$$

где $f = \sqrt{(x_f - x)^2 + (y_f - y)^2 + z^2(x, y)}$. Введем безразмерные переменные с помощью соотношений

$$\xi = (x_f - x)/f, \quad \eta = (y_f - y)/f.$$

Рассмотрим значения поля E_2 в точке (x_A, y_A) , расположенной вблизи от точки фокусировки (x_f, y_f) при условии, что выполняется соотношение $\begin{Bmatrix} x_A - x_f \\ y_A - y_f \end{Bmatrix} \ll \sqrt{f\lambda}$, где λ — длина волны. Раскладывая фазовую часть

подынтегрального выражения для поля E_2 в ряд и отбрасывая все члены разложения, кроме первого, можно показать, что в этом случае поле E_2 связано с плавно меняющимся распределением тока I на поверхности S_{ck} следующим образом:

$$E_2(x_A, y_A) = \frac{k^2}{i4\pi\omega} \int_{S_{ck}} [r_0 [I r_0]] \frac{f}{\sqrt{1 - \xi^2 - \eta^2}} \times \\ \times (r_0 n_{ck})^{-1} \exp \{ ik [\xi(x_A - x_f) + \eta(y_A - y_f)] \} d\xi d\eta, \quad (2)$$

где r_0 — единичный вектор, направленный из элемента поверхности в точку наблюдения, n_{ck} — нормаль к поверхности сканирования. Введем в рассмотрение единичный вектор e так, чтобы получить восстанавливаемое АФР тока в виде скалярного произведения с вектором e (т. е. требуемого компоненту тока). Для этого зададим амплитуду тока I таким образом, чтобы удовлетворялось соотношение вида

$$[r_0][I r_0] [f(1 - \xi^2 - \eta^2)^{-1/2}] (r_0 n_{ck})^{-1} = e. \quad (3)$$

Решая уравнение (3) относительно вектора I , можно показать, что распределение I в геометрикооптическом приближении (работа [3]) имеет вид

$$I = [n_{ck} [r_0 [r_0 [e_z e]]]]. \quad (4)$$

Подставляя полученное выражение в лемму Лоренца и используя свойства фурье-преобразования, можно получить соотношение

$$i4\pi\omega \int (E [n_{ck} [r_0 [r_0 [e_z e]]]]) \frac{e^{-ikf}}{f} dS_{ck} = \\ = (I_1(x_A, y_A) e)^* \left[\left(\frac{\sin [k(y_A - y_f) \sin(\varepsilon/2)]}{k(y_A - y_f) \sin(\varepsilon/2)} \right) \left(\frac{\sin [k(x_A - x_f) \sin(\Omega/2)]}{k(x_A - x_f) \sin(\Omega/2)} \right) \right], \quad (5)$$

где Ω, ε — угловой сектор сканирования ближнего поля для случая, когда восстанавливается значение тока в точке (x_f, y_f) . Как видно из выражения (5), левая часть совпадает с выражением (7.13) в работе [1], полученным для случая, когда поверхность сканирования представляет собой плоскость, и с выражением (3) работы [3] для произвольной поверхности сканирования. Правая же часть — свертка искомой компоненты тока с функцией сглаживания

$$F = \frac{\sin [k(y_A - y_f) \sin(\varepsilon/2)]}{k(y_A - y_f) \sin(\varepsilon/2)} \frac{\sin [k(x_A - x_f) \sin(\Omega/2)]}{k(x_A - x_f) \sin(\Omega/2)},$$

Как следует из выражения (5), разрешающая способность метода зависит от величины углового сектора сканирования ближнего поля и в предельном случае $\Omega, \epsilon = 180^\circ$ составляет, как и следует ожидать, величину порядка длины волны. Используя соотношение (5), можно оценить методическую погрешность результатов восстановления АФР поля в раскрыве антенных решеток, приведенных в работах [1-3]. Например, для результатов, приведенных в работе [3], получаем методическую погрешность $\sim 10\%$ (общая погрешность составляет $\sim 14\%$). Математическое моделирование восстановления АФР поля на раскрыве двумерной антенной решетки, приведенное в работе [1], свидетельствует о том, что вероятность определения дефектных элементов находится в пределах 48% (для случая отсутствия шумов). Оценка, проведенная в соответствии с соотношением (5), приведенным выше, дает величину $\sim 50\%$. Исходя из соотношения (5), можно получить выражение для оптимального сектора измерения ближнего поля с целью восстановления АФР токов в элементах эквидистантной антенной решетки. Для этого необходимо, чтобы «сглаживающая» функция принимала близкие к нулевым значения в точках, соответствующих геометрическому положению излучателей. При этом угловой сектор измерения ближнего поля приблизительно равен величине

$$\Omega, \epsilon \sim 2\arcsin(\lambda/2d), \quad (6)$$

где d — расстояние между элементами антенной решетки.

Обычно экспериментальные значения ближнего поля задаются в дискретных точках на поверхности сканирования. Это обстоятельство приводит к тому, что в распределении поля E_z в плоскости фокусирования появляются дифракционные максимумы 1, 2... порядков [2]. Исходя из требования попадания первого дифракционного максимума за пределы раскрыва, на котором восстанавливается АФР поля, легко получить оценку для максимального шага между экспериментальными значениями ближнего поля в следующем виде:

$$\Delta\theta \sim \arcsin(\lambda/D), \quad (7)$$

где D — размер раскрыва, $\Delta\theta$ — дискрет по углу.

Используя предложенный способ вывода соотношения (5), можно оптимизировать «голографические» алгоритмы восстановления АФР. Для этого левую часть выражения (3) приравниваем не единичному вектору e , а произведению $H \cdot e$. Функция H выбирается из условий оптимизации. В качестве функции H можно использовать известное [4-6] решение задачи синтеза для распределения поля на раскрыве по заданной диаграмме направленности. В качестве диаграммы направленности можно выбрать функцию с оптимальным отношением ширины главного лепестка к заданному уровню боковых лепестков. Методическая погрешность восстановленного АФР поля определяется вкладом соседних участков излучающей поверхности $z = 0$ в истинное АФР поля для некоторой точки поверхности $z = 0$. Величина вклада соответствует уровню боковых лепестков сглаживающей функции F^* . Уровень боковых лепестков функции может быть снижен до весьма малой величины, однако при этом уменьшается разрешающая способность предлагаемого метода восстановления АФР поля.

РЕЗУЛЬТАТЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

С целью проверки полученных соотношений (5) — (7) проводилось математическое моделирование на ЭКВМ «Электроника ДЗ-28». Математическое моделирование осуществлялось следующим образом: по заданному АФР тока в плоскости $z = 0$ по точным формулам рассчитывалась электрическая составляющая ближнего поля E_1 на окружности

радиуса R в угловом секторе Ω , затем полученные значения поля использовались в качестве исходной информации для восстановления АФР по алгоритму, составленному в соответствии с формулой (5). Для простоты рассматривался случай, когда излучающие токи на поверхности $z = 0$ зависят только от одной координаты y . На рис. 1 представлен результат восстановления АФР тока точечного источника, расположенного в одном случае в точке $y = 0$, а в другом — в $y = 2\lambda$. Для точечного источника с координатой $y = 0$ приведены результаты восстановления АФР тока по распределению поля на окружности радиуса 100λ и 20λ в секторе 180° .

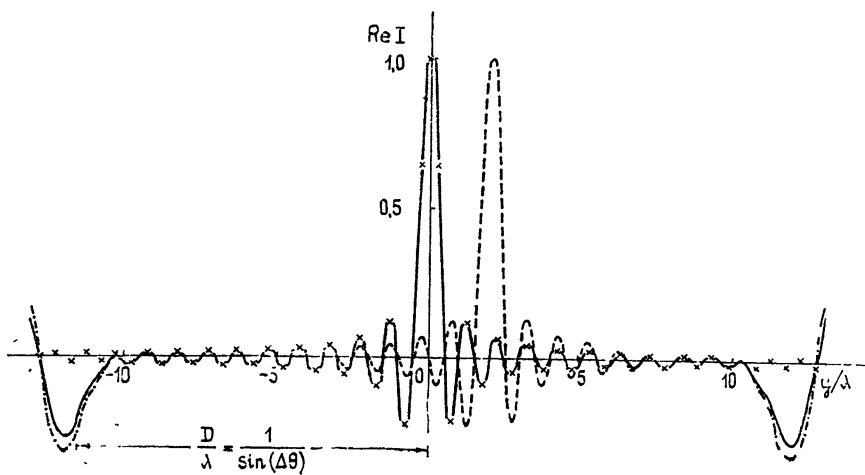


Рис. 1. Результаты восстановления амплитудно-фазового распределения токов точечного источника; параметры: $R/\lambda = 100$, $\Omega = 180^\circ$, $y/\lambda = 0$ (сплошная кривая); $R/\lambda = 20$, $\Omega = 180^\circ$, $y/\lambda = 0$ (штрихпунктирная кривая); $R/\lambda = 100$, $\Omega = 180^\circ$, $y/\lambda = 2$ (штриховая кривая).

На рис. 1 крестиками отмечены значения функции $\sin x/x$. Как следует из рис. 1, при использовании соотношения (5) для восстановления АФР тока точечного источника получается сглаживающая функция, с большей точностью совпадающая с функцией вида $\sin x/x$. Заметное увеличение значений функций, показанных на рис. 1 в области координат $\pm 12\lambda$, согласуется с формулой (7) и соответствует первым дифракционным максимумам, вызванным тем, что распределение ближнего поля задано в точках, расположенных с дискретом по углу, равным 5° .

Как уже отмечалось выше, имеется возможность оптимизировать «голографические» алгоритмы восстановления АФР тока (или поля на раскрые), вводя в алгоритм восстановления функцию H . На рис. 2 представлены результаты восстановления тока точечного источника для случаев, когда функция H представляет собой распределение Тейлора с отношением значения на краю к значению в центре, равным 0,5 и 0,1.

На рис. 2 изображен результат восстановления точечного источника в отсутствие модулирующей функции, т. е. $H = 1$. Как следует из рис. 2, введение в алгоритм восстановления функции H позволяет уменьшить величину боковых лепестков сглаживающей функции, однако при этом несколько увеличивается ширина функции F^* , что приводит к некоторому уменьшению разрешающей способности.

В таблицах 1—5 приведены результаты математического моделирования по восстановлению токов пятнадцатиеlementной эквидистантной антенной решетки. В качестве математической модели использовалась антенная решетка с расстоянием d между элементами, равными $\lambda/2$.

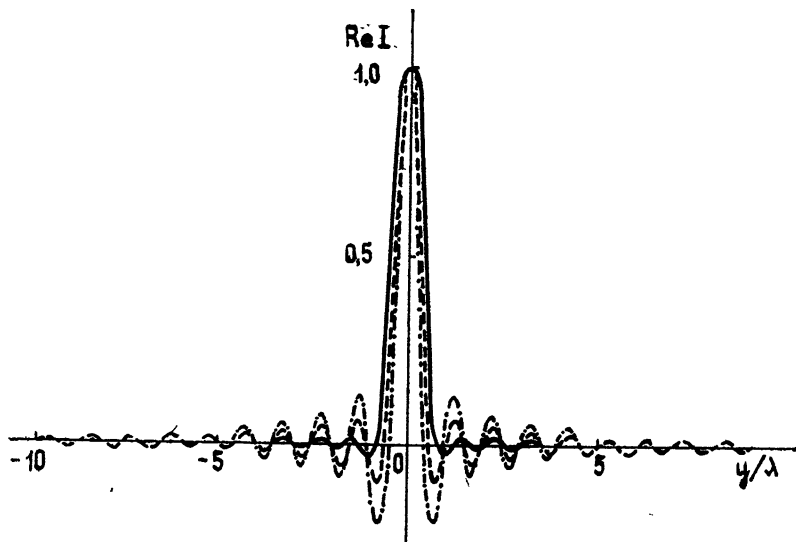


Рис. 2. Результаты восстановления амплитудно-фазового распределения токов точечного источника с учетом модулирующей функции, где H имеет следующий вид:

1 — $H = 1$ (штрихпунктирная кривая); 2, 3 — H -функция Тейлора с отношением значения на краю сектора к значению в центре, равным 0,5 (штриховая) и 0,1 (сплошная кривая).

Таблица 1

Параметры:		$R/\lambda = 20;$	$\Delta\theta = 2^\circ,5;$	$\Omega = 180^\circ$
Заданное распределение токов		Восстановленное распределение токов		
Амплитуда	Фаза	Амплитуда	Фаза	
1,00	0,00	0,9995	0,0000	
1,00	0,00	1,0002	-0,0001	
1,00	0,00	0,9995	-0,0001	
1,00	0,00	1,0000	0,0000	
1,00	0,00	0,9996	-0,0001	
1,00	0,00	1,0000	0,0000	
1,00	0,00	0,9996	-0,0001	
1,00	0,00	1,0000	0,0000	
1,00	0,00	0,9996	-0,0001	
1,00	0,00	1,0000	0,0000	
1,00	0,00	0,9996	-0,0001	
1,00	0,00	1,0000	0,0000	
1,00	0,00	0,9995	-0,0001	
1,00	0,00	1,0002	-0,0001	
1,00	0,00	0,9990	0,0000	

Таблица 2

Параметры:		$R/\lambda = 20;$	$\Delta\theta = 2^\circ,5;$	$\Omega = 180^\circ$
Заданное распределение токов		Восстановленное распределение токов		
Амплитуда	Фаза	Амплитуда	Фаза	
1,01	0,00	1,0090	0,0000	
0,99	0,00	0,9902	-0,0001	
1,01	0,00	1,0095	-0,0001	

1	2	3	4
0,99	0,00	0,9900	0,0000
1,01	0,00	1,0095	—0,0001
0,99	0,00	0,9900	0,0000
1,01	0,00	1,0095	—0,0001
0,99	0,00	0,9900	0,0000
1,01	0,00	1,0095	—0,0001
0,99	0,00	0,9900	0,0000
1,01	0,00	1,0095	—0,0001
0,99	0,00	0,9900	0,0000
1,01	0,00	1,0095	—0,0001
0,99	0,00	0,9902	—0,0001
1,01	0,00	1,0090	0,0000

Таблица 3

Параметры:		$R/\lambda = 20;$	$\Delta\theta = 2^\circ,5;$	$\Omega = 180^\circ$
Заданное распределение токов		Восстановленное распределение токов		
Амплитуда	Фаза	Амплитуда	Фаза	
1,02	+3,0	1,025	+2,9556	
0,98	—3,0	0,9801	—3,0010	
1,02	+3,0	1,0254	+2,9563	
0,98	—3,0	0,9800	—3,0004	
1,02	+3,0	1,0255	+2,9568	
0,98	—3,0	0,9800	—3,0001	
1,02	+3,0	1,0255	+2,9570	
0,98	—3,0	0,9800	—3,0000	
1,02	+3,0	1,0255	+2,9570	
0,98	—3,0	0,9800	—3,0001	
1,02	+3,0	1,0255	+2,9568	
0,98	—3,0	0,9800	—3,0004	
1,02	+3,0	1,0254	+2,9563	
0,98	—3,0	0,9801	—3,0010	
1,02	+3,0	1,0250	+2,9556	

Таблица 4

Параметры:		$R/\lambda = 100;$	$\Delta\theta = 2^\circ,5;$	$\Omega = 180^\circ$
Заданное распределение токов		Восстановленное распределение токов		
Амплитуда	Фаза	Амплитуда	Фаза	
1,02	+3,0	1,0207	+2,957	
0,98	—3,0	0,9800	—3,000	
1,02	+3,0	1,0207	+2,957	
0,98	—3,0	0,9800	—3,000	
1,02	+3,0	1,0207	+2,957	
0,98	—3,0	0,9800	—3,000	
1,02	+3,0	1,0207	+2,957	
0,98	—3,0	0,9800	—3,000	
1,02	+3,0	1,0207	+2,957	
0,98	—3,0	0,9800	—3,000	
1,02	+3,0	1,0207	+2,957	

Параметры:		$R/\lambda = 20;$	$\Delta\theta = 2^\circ,5;$	$\Omega = 180^\circ$
Заданное распределение токов		Восстановленное распределение токов		
Амплитуда	Фаза	Амплитуда	Фаза	
1,00	0,00	0,9994	-0,0003	
1,00	0,00	1,0011	0,0001	
0,00	0,00	0,0001	1,1905	
1,00	0,00	0,9996	0,0000	
1,00	0,00	1,0007	-0,0001	
1,00	0,00	1,0000	-0,0001	
1,00	0,00	1,0006	0,0000	
1,00	0,00	1,0000	-0,0001	
0,00	0,00	0,0003	0,0786	
1,00	0,00	1,0002	-0,0001	
1,00	0,00	1,0005	-0,0001	
1,00	0,00	1,0001	0,0000	
1,00	0,00	1,0007	-0,0001	
1,00	0,00	0,9996	0,0001	
0,00	0,00	0,0004	-0,4727	

В соответствии с соотношением (6) с целью максимального уменьшения методической погрешности «голографических» алгоритмов восстановления токов в этом случае необходимо использовать значения поля в волновой зоне в секторе $\Omega = 180^\circ$. Как следует из табл. 1—5, методическая погрешность «голографических» методов восстановления токов в элементах эквидистантных антенных решеток может быть уменьшена до величины менее 0,5% как по амплитуде, так и по фазе.

В заключение автор выражает благодарность Н. М. Цейтлину и В. И. Турчину за обсуждение результатов данной работы и ряд полезных советов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Вычислительные методы в электродинамике./Под ред. Р. Митры./Пер. с англ. под ред. Э. М. Бурштейна.— М.: Мир, 1977.
2. Турчин В. И., Цейтлин Н. М.—Радиотехника и электроника, 1978, 24, № 12.
3. Коротков В. С., Турчин В. И.—Изв. вузов — Радиофизика, 1979, 22, № 6, с. 772.
4. Бахрах Л. Д., Кременецкий С. Д. Синтез излучающих систем.— М.: Сов: радио, 1974.
5. Землин Е. Г. Построение излучающей системы по заданной диаграмме направленности.— М.: Энергоиздат, 1963.
6. Минкович Б. М., Яковлев В. П. Теория синтеза антенн.— М.: Сов. радио, 1969.

Научно-исследовательский
радиофизический институт

Поступила в редакцию
24 марта 1981 г.

TO THE PROBLEM OF DEFINITION OF AMPLITUDE-PHASE CURRENT DISTRIBUTION ON A PLANE SURFACE ACCORDING TO EXPERIMENTAL DATA ON ELECTROMAGNETIC FIELD MEASUREMENTS

V. S. Korotkov

A problem is considered on methodical error of restoration of amplitude-phase distribution of the radiating current over the results of the electric field measurements in the wave zone. Results of mathematical modelling are presented over the current restoration in elements of equidistant array lattice.