

УДК 533.9.01

## ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ВОЛН В АКТИВНОЙ СЛОИСТО-ПЕРИОДИЧЕСКОЙ СРЕДЕ

*А. А. Булгаков, В. М. Яковенко*

Исследуется взаимодействие дрейфовых и плазменных волн в регулярно-неоднородной среде, состоящей из слоев полупроводника с отрицательной дифференциальной проводимостью и диэлектрика или двух полупроводников с сильно различающимися частотами столкновений. Показано, что в таких средах распространяются дрейфовые волны, величиной инкремента нарастания (декремента затухания) которых можно управлять выбором размеров и материала слоев. Взаимодействие этих волн с плазменными колебаниями позволяет получить большие инкременты нарастания на частотах, превышающих  $10^{11} \text{ с}^{-1}$ .

1. Важной особенностью слоисто-периодических структур является возникновение волнового процесса передачи энергии в направлении, перпендикулярном к границам раздела. Это оказывается возможным и для поверхностных волн, распространяющихся вдоль границ слоев, если глубина проникновения поля сравнима с соответствующей толщиной слоя. Физические свойства таких систем определяются усредненными характеристиками составляющих их материалов [1, 2]. Обзор работ, посвященных изучению периодических систем, дан в [3].

В данной заметке изучаются особенности взаимодействия потенциальных поверхностных колебаний в слоистых средах, состоящих из слоев диэлектрика толщиной  $d_2$  и полупроводника толщиной  $d_1$ , вдоль которых протекает постоянный электрический ток. Поля в каждом из слоев описываются уравнениями электростатики. Систему координат расположим таким образом, чтобы ось  $Oz$  была направлена перпендикулярно границам раздела, а ось  $Ox$  — вдоль волнового вектора, лежащего в плоскости границы. Решение будем искать в виде  $\exp[i(k_x x + k_z z - \omega t)]$ . Периодичность структуры приводит к тому, что поля в точках, отстоящих вдоль направления  $z$  на целое число периодов, могут отличаться только на фазовый множитель  $\exp[\pm ik(d_1 + d_2)]$ . Следовательно, с учетом граничных условий получим дисперсионное уравнение

$$\begin{aligned} \operatorname{ch} k_x d_1 \operatorname{ch} k_x d_2 + (1/2)(\epsilon_1 \epsilon_2^{-1} + \epsilon_1^{-1} \epsilon_2) \operatorname{sh} k_x d_1 \times \\ \times \operatorname{sh} k_x d_2 = \cos k(d_1 + d_2). \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь  $\epsilon_{1,2}(\omega)$  — диэлектрические проницаемости слоев.

Аналогичное соотношение было исследовано в [4, 5] для системы с  $\epsilon_{1,2} = \epsilon_{01,2} - \omega_{01,2}^2 / [\omega(\omega + i\nu_{1,2})]$  при  $\omega \gg \nu_{1,2}$  ( $\epsilon_{01,2}$  — проницаемость решетки,  $\omega_{01,2}$  — плазменная частота,  $\nu_{1,2}$  — эффективная частота соударений).

Выражение (1) может быть преобразовано к виду

$$\epsilon_1/\epsilon_2 = -\xi_{1,2}, \quad (2)$$

где  $\xi_{1,2}$  — корень уравнения  $\xi^2 - 2A\xi + 1 = 0$ ,  $A = [\operatorname{ch} k_x d_1 \operatorname{ch} k_x d_2 - \cos k(d_1 + d_2)] / (\operatorname{sh} k_x d_1 \operatorname{sh} k_x d_2)$ .

Рассмотрим систему, состоящую из слоев диэлектрика  $\epsilon_2 = \epsilon_{02}$  и полупроводника, обладающего отрицательной дифференциальной проводимостью  $\sigma_d$ . Пусть вдоль оси  $Ox$  к полупроводнику приложено постоянное электрическое поле, приводящее к дрейфу носителей со скоростью  $v_0$ . Тогда диэлектрическая проницаемость может быть записана в виде  $\epsilon_1 = \epsilon_{01} + i4\pi\sigma_d/(\omega - k_x v_0)$  [6]. Подставляя  $\epsilon_1$  и  $\epsilon_2$  в (2), получим

$$\omega = k_x v_0 - i[4\pi\sigma_d/(\epsilon_{01} + \xi_{1,2} \epsilon_{02})]. \quad (3)$$

Это соотношение описывает две поверхностные дрейфовые волны, соответствующие двум корням квадратного уравнения. В области  $\sigma_d < 0$  эти волны оказываются неустойчивыми, а величина инкремента зависит от геометрии структуры. При  $k_x d < 1$  ( $d_1 = d_2 = d$ ), когда глубина проникновения волн превышает толщину слоев, влияние периодичности структуры оказывается наиболее существенным. Разлагая  $\xi_{1,2}$  по этому параметру, из (3) получим

$$\omega_1 = k_x v_0 - i4\pi\sigma_d \frac{k_x^2 d^2 + 2 \sin^2 kd}{\epsilon_{01}(k_x^2 d^2 + 2 \sin^2 kd) + \epsilon_{02} k_x^2 d^2},$$

$$\omega_2 = k_x v_0 - i4\pi\sigma_d \frac{k_x^2 d^2}{\epsilon_{01} k_x^2 d^2 + \epsilon_{02}(k_x^2 d^2 + 2 \sin^2 kd)}.$$

Если на периоде структуры укладывается нечетное число полуволн  $2kd = (2n + 1)\pi$ , то  $|\text{Im } \omega_1|$  имеет наибольшее возможное значение, в  $1 + \epsilon_{02}/\epsilon_{01}$  раз превышающее инкремент (декремент) поверхностного колебания, возникающего на границе полупроводник — диэлектрик [7]. Увеличение инкремента связано с синфазным сложением полей колебаний от различных границ структуры. При этом уменьшается влияние одного из диэлектриков на инкремент нарастания (декремент затухания) амплитуды колебаний.

Если  $k_x d \gg 1$ , то перекрытие полей от поверхностных колебаний, распространяющихся вдоль соседних границ, пропорционально малой величине  $\exp(-k_x d)$ ,  $\xi_{1,2} = 1 \pm 2\exp(-k_x d)(2 - 2\cos 2kd)^{1/2}$ . Влияние периодичности структуры мало сказывается на распространении поверхностных дрейфовых колебаний, а закон дисперсии почти не отличается от описанного в [7].

2. Пусть периодическая структура образована слоями полупроводников с сильно различающимися частотами столкновений:

$$\omega \gg \nu_{1,2}, \quad \epsilon_1 = \epsilon_{01} - (\omega_{01}^2/\omega^2), \quad \omega \ll \nu_2,$$

$$\epsilon_2 = \epsilon_{02} + i4\pi\sigma_2/(\omega - k_x v_{02}).$$

В этих формулах  $\omega_{01}$  — плазменная частота носителей полупроводника,  $\sigma_2^{-1}$  — максвелловское время релаксации. Предполагается, что к слоям полупроводника с индексом 2 приложено электрическое поле, приводящее к дрейфу со скоростью  $v_{02}$ . Теперь (1) и (3) преобразуются к виду

$$(\omega - k_x v_{02}) \left( \omega^2 - \frac{\omega_{01}^2}{\epsilon_{01} + \xi_{1,2} \epsilon_{02}} \right) = -i \frac{\omega^2 4\pi \sigma_2}{\epsilon_{01} \xi_{1,2}^{-1} + \epsilon_{02}}. \quad (4)$$

Если  $(4\pi\sigma_2/\omega) \ll 1$ , то соотношение (4) описывает две дрейфовые

$$\omega_d = k_x v_{02} - i4\pi\sigma_2 \frac{k_x^2 v_{02}^2 \xi_{1,2}}{(\epsilon_{01} + \xi_{1,2} \epsilon_{02}) k_x^2 v_{02}^2 - \omega_{01}^2} \quad (5)$$

$$\omega_{\pi} = \frac{\omega_{01}}{\sqrt{\epsilon_{01} + \xi_{1,2} \epsilon_{02}}} - i \frac{4 \pi \sigma_2 \omega_{01}}{(\epsilon_{01} \xi_{1,2}^{-1} + \epsilon_{02}) (\omega_{01} - k_x v_{02} \sqrt{\epsilon_{01} + \xi_{1,2} \epsilon_{02}})} \quad (6)$$

В формулах (5) и (6) знаки перед радикалами выбраны из условия, что положительным  $k_x$  соответствуют положительные частоты. Существование двух плазменных ветвей можно пояснить следующим образом. Учитывая, что  $\xi_1 = \xi_2^{-1} = \xi$ , уравнение для плазмонов можно записать следующим образом:  $\epsilon_1 + \xi \epsilon_{02} = 0$  и  $\epsilon_1 + \xi^{-1} \epsilon_{02} = 0$ . Если  $k_x d \gg 1$  ( $d_1, d_2 \rightarrow \infty$ ), то  $\xi \rightarrow 1$  и обе ветви вырождаются в поверхностный плазмон  $\epsilon_1 + \epsilon_{02} \approx 0$ , как это и должно быть на границе двух полубесконечных сред. При  $k_x d \rightarrow 0$ ,  $\xi \gg 1$  происходит расщепление на две ветви колебаний. Для одной уменьшается влияние диэлектрика  $\epsilon_{02}$  и образуется обычный объемный плазмон  $\epsilon_1 \approx 0$ , для другой влияние  $\epsilon_{02}$  возрастает. Это приводит к образованию низкочастотного колебания ( $\omega \ll \omega_{01}$ ) в результате сложения полей поверхностных плазмонов от каждой границы раздела.

Затухание дрейфовых волн меняет знак в области, где эффективная диэлектрическая проницаемость  $\epsilon_{эфф} = \epsilon_{01} + \xi_{1,2} \epsilon_{02} - (\omega_{01}/\omega)^2$  становится отрицательной, плазменные волны нарастают при  $v_{02} > v_{\phi} = \omega_{\pi}/k_x$ .

Из (4) следует, что при равенстве  $x$ -компоненты фазовой скорости плазмона ( $v_{\phi x}$ ) скорости дрейфа оба сомножителя слева одновременно обращаются в нуль, т. е. имеет место резонансное взаимодействие дрейфовых и плазменных волн. Особенностью плазменных колебаний в периодической среде является осциллирующая зависимость  $v_{\phi x}$  от волнового числа  $k$ . Поэтому условия резонанса приводят к набору «разрешенных» значений  $k_{рез}$ :

$$k_{1рез} \approx (d_1 + d_2)^{-1} \sqrt{|\epsilon_1(k_x v_{02})| k_x^2 d_1 d_2 / \epsilon_{02} + n \pi},$$

$$k_{2рез} \approx (d_1 + d_2)^{-1} \sqrt{\epsilon_{02} k_x^2 d_1 d_2 / |\epsilon_1(k_x v_{02})| + n \pi}.$$

(В области существования плазмона  $\epsilon_1(\omega) < 0$ .) Таким образом, в слоисто-периодической среде имеется целый спектр плазменных колебаний, удовлетворяющих резонансному условию  $k_x v_{02} = (k v_{\phi})$  ( $k = \{k_x, k\}$ ) и распространяющихся под различными углами к границам раздела. При выполнении резонансных условий добавка к частоте  $\delta\omega$  имеет вид

$$\frac{\delta\omega}{\omega_{рез}} = \pm \frac{1-i}{2} \sqrt{\frac{2 \pi \sigma_2}{\omega_{рез} (\epsilon_{01} \xi_{1,2}^{-1} + \epsilon_{02})}} \quad (7)$$

Рассмотрим влияние периодичности среды на дисперсионные соотношения (5)–(7). Если  $k_x d_{1,2} \gg 1$ , как и в предыдущем случае,  $\xi_{1,2} \approx 1$  и периодичность слабо влияет на закон дисперсии. При  $k_x d_{1,2} \ll 1$   $\xi_1 = \xi_2^{-1} \approx 8 \sin^2[k(d_1 + d_2)/2] / (k_x^2 d_1 d_2) \ll 1$  ( $k(d_1 + d_2)/2 \neq n\pi$ )\*.

Закон дисперсии дрейфовых волн в этом пределе равен

\* В случае  $k(d_1 + d_2)/2 = n\pi$   $\xi_1 = \xi_2^{-1} = 2(d_1^2 + d_2^2)/d_1 d_2$ . Если  $d_2 \gg d_1$ , то  $\xi_1 \gg 1$ ,  $\xi_2 \ll 1$ .

$$\omega_x \approx \left\{ \begin{array}{l} k_x v_{02} - i \frac{32 \pi \sigma_2 v_{02}^2}{d_1 d_2} \sin^2 \frac{k(d_1 + d_2)}{2} \left[ \frac{8 \varepsilon_{02} v_{02}^2}{d_1 d_2} \times \right. \\ \quad \left. \times \sin^2 \frac{k(d_1 + d_2)}{2} - \omega_{01}^2 \right]^{-1} \text{ для } \xi_1, \\ \\ k_x v_{02} - i \frac{k_x^4 v_{02}^2 d_1 d_2}{2 \sin^2 [k(d_1 + d_2)/2]} \times \\ \quad \times \frac{\pi \sigma_2}{(k_x^2 v_{02}^2 \varepsilon_{01} - \omega_{01}^2)} \text{ для } \xi_2. \end{array} \right. \quad (8)$$

Проведем численную оценку. Для выполнения неравенства  $\omega \gg \nu$ , может быть выбран слой из халькогенидов свинца PbTe, PbSe, PbS, соединений A<sup>III</sup>B<sup>V</sup> типа InSb или, наконец, более сложных соединений типа Hg<sub>x</sub>Cd<sub>1-x</sub>Te. Эти материалы имеют эффективную частоту соударений при 77 К  $\sim 10^{11}$  с<sup>-1</sup>. Необходимое неравенство выполняется уже для частот  $\omega \sim 3 \cdot 10^{11}$  с<sup>-1</sup>. Материалом второго слоя может быть взят кремний с концентрацией  $n_0 \sim 10^{12}$  см<sup>-3</sup>,  $m \sim 0,3 m_e$  и подвижностью  $\mu \sim 2000$  см<sup>2</sup>/В·с. При этом  $4\pi\sigma_2 \sim 3 \cdot 10^9$  с<sup>-1</sup>. Для этих веществ  $(4\pi\sigma_2/\omega) \sim 10^{-2}$ . Если толщины слоев  $d_1 \sim 10^{-5}$  см и  $d_2 \sim 2 \cdot 10^{-4}$  см, условия нарастания дрейфовых волн выполняются при скоростях  $v_{02} \leq 10^7$  см/с, а относительный инкремент нарастания для большего корня  $\sim 10^{-2} \div 10^{-3}$ .

Как указывалось, плазменные волны образуют две ветви. Большшему корню соответствует «акустическая» ветвь

$$\omega_{п. а} \approx \frac{k_x \omega_{01}}{|\sin[k(d_1 + d_2)/2]|} \sqrt{\frac{d_1 d_2}{8 \varepsilon_{02}}} - i \frac{4\pi\sigma_2 \omega_{01} \sqrt{d_1 d_2/8\varepsilon_{02}}}{\omega_{01} \sqrt{d_1 d_2/8\varepsilon_{02}} - v_{02} |\sin[k(d_1 + d_2)/2]|}. \quad (9)$$

Фазовая скорость этой волны  $\text{Re } \omega_{п. а}/k_x$  меняется от минимального значения  $\omega_{01} (d_1 d_2/8\varepsilon_{02})^{1/2}$  до  $\omega_{01} (d_1 d_2/8\varepsilon_{02})^{1/2} [k_x^2 (d_1^2 + d_2^2)]^{-1/2}$  при  $\sin[k(d_1 + d_2)/2] = 0$ . Таким образом, выбором размеров слоев можно регулировать значение скорости  $v_{02}$ , при которой наступает неустойчивость. Отклонение аргумента синуса от  $(\pi/2) + \pi n$  приводит к увеличению максимальной скорости. Так как относительный инкремент нарастания порядка  $4\pi\sigma_2/\omega_{п. а}$ , то для выбранного выше примера он составляет примерно  $10^{-2}$ .

Вторая ветвь плазменных волн — «оптическая»:

$$\omega_{п. о} \approx \frac{\omega_{01}}{\varepsilon_{01}} \left[ 1 - \frac{\varepsilon_{02}}{\varepsilon_{01}} \frac{k_x^2 d_1 d_2}{8 \sin^2 [k(d_1 + d_2)/2]} \right] - i \frac{4 \pi \sigma_2 \omega_{01} k_x^2 d_1 d_2}{8 \varepsilon_{01}^{3/2} \sin^2 [k(d_1 + d_2)/2] (\omega_{01} \varepsilon_{01}^{-1/2} - k_x v_{02})}. \quad (10)$$

В этом случае мнимая часть частоты пропорциональна малому параметру  $k_x^2 d_1 d_2$ .

При резонансе инкремент оказывается наибольшим. Для резонанса «акустической» и дрейфовой волн относительный инкремент может достигать величины  $\sim 10^{-1}$ , для «оптической» —  $\sim 3 \cdot 10^{-2}$ .

## ЛИТЕРАТУРА

1. Файнберг Я. Б., Хижняк Н. А. — ЖТФ, 1955, 25, № 4, с. 711.
2. Рытов С. М. — ЖЭТФ, 1955, 29, № 5(11), с. 605.
3. Элаши Ш. — ТИИЭР, 1976, 64, № 12, с. 22.
4. Романов Ю. А. — ЖТФ, 1972, 42, № 5, с. 1804.
5. Дряхлушин В. Ф., Романов Ю. А. — ЖТФ, 1974, 44, № 7, с. 1410.
6. Яковенко В. М. — ФТТ, 1966, 8, № 3, с. 939.
7. Ханкина С. И., Яковенко В. М. — Изв. вузов — Радиофизика, 1968, 11, № 8, с. 1259.

Институт радиофизики и электроники  
АН УССР

Поступила в редакцию  
24 марта 1981 г.

## INTERACTION OF WAVES IN AN ACTIVE STRATIFIED PERIODIC MEDIUM

*A. A. Bulgakov, V. M. Yakovenko*

An interaction is studied between drift and plasma waves in a regular inhomogeneous medium consisting of semiconductor layers with the negative differential conductivity and a dielectric or two semiconductors with strongly different collision frequencies. It is shown that drift waves propagate in such media. The value of the increment (damping decrement) of these waves may be controlled by the choice of dimensions and material of layers. Interaction between these waves and plasma oscillations permits one to obtain larger increments at frequencies exceeding  $10^{11} \text{ s}^{-1}$ .

---

## ГЕОМАГНЕТИЗМ И АЭРОНОМИЯ, т. XXI, № 3, 1981 г.

(Окончание)

**В. А. Алимов, А. В. Рахлин.** Перспективы моделирования неоднородной структуры ионосферы и прогнозирования ионосферных сцинтилляций радиосигналов.

Рассмотрены методические вопросы построения модели неоднородной структуры ионосферы и использования ее для прогнозирования ионосферных сцинтилляций радиосигналов. Общие принципы построения модели и применения ее в практике радиопрогнозов иллюстрируются на примере прогнозирования помехоустойчивости одноканальной телеграфной линии связи.

**А. И. Агарышев.** Особенности сверхдальнего распространения декаметровых радиоволн в период высокой солнечной активности.

Приведены результаты измерений углов прихода на пяти сверхдальних трассах в период высокой солнечной активности. Обнаружено, что наблюдаемые величины девиаций пеленгов существенно меньше рассчитанных в предположении о скачковом механизме распространения. Показана возможность приема сигналов с углами места вблизи критических углов слоя  $F_2$ .

**Н. А. Коченова, М. Д. Флигель.** О возможной причине слабей циклической изменчивости поглощения радиоволн в высоких широтах.

**Г. В. Букин.** Магнитосферный сигнал в присутствии нагрева ионосферы.

---