

УДК 537.874.6 :  
621.396.677  
621.372.826

## ДИФРАКЦИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН НА СТЫКЕ ДВУМЕРНО-ПЕРИОДИЧЕСКИХ РЕШЕТОК ВОЛНОВОДОВ И ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СТЕРЖНЕЙ

*В. М. Крехтунов, В. А. Тюлин*

В строгой электродинамической постановке методом проекционного сшивания полей решена задача дифракции электромагнитных волн на стыке двумерно-периодических решеток полубесконечных круглых волноводов, соединенных в плоскости стыка идеально проводящим фланцем, и диэлектрических стержней, располагаемых в узлах неортогональной сетки. Получена система алгебраических уравнений для расчета элементов матрицы рассеяния стыка решеток. Численно исследована сходимость решения и точность расчета коэффициента отражения основной волноводной волны в зависимости от диаметров волноводов и стержней, периодов решетки и диэлектрических проницаемостей стержней и среды внутри волноводов

Эффективное согласование волноводных фазированных антенных решеток (ФАР) со свободным пространством осуществляется с помощью диэлектрических структур, располагаемых перед раскрытом решетке волноводов. В настоящее время наиболее полно исследовано влияние на характеристики ФАР слоистых диэлектрических покрытий [1]. В меньшей степени исследованы характеристики волноводных ФАР, согласуемых со свободным пространством диэлектрическими стержнями, выступающими из волноводов решетки [2-4].

Одной из ключевых задач, решение которых необходимо для построения алгоритма расчета волноводно-диэлектрических излучателей для ФАР, является задача дифракции электромагнитных волн на стыке решеток полубесконечных волноводов и диэлектрических стержней. В настоящей работе эта задача решается в строгой электродинамической постановке методом проекционного сшивания полей. Решение базируется на использовании системы собственных волн двумерно-периодической решетки диэлектрических стержней, найденной проекционным методом в [5].

### ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

На рис. 1 показана геометрия исследуемой структуры. В полупространстве  $z < 0$  (область I) расположена двумерно-периодическая решетка полубесконечных круглых волноводов радиуса  $a_1$ , заполненных однородным изотропным диэлектриком с проницаемостью  $\epsilon_1$  и соединенных в плоскости  $z = 0$  идеально проводящим фланцем. Волноводы размещены в узлах неортогональной сетки, характеризуемой углом  $\alpha$  и периодами  $d_1$  и  $d_2$  вдоль осей косоугольной системы координат  $X_1 Y_1 Z$ . Положение каждого волновода характеризуется двумя индексами  $q_1$  и  $q_2$ , показывающими номера узлов сетки вдоль соответствующих осей координат.

В полупространстве  $z > 0$  (область II) с такой же периодичностью расположена решетка полубесконечных однородных диэлектрических

стержней, продольные оси которых параллельны продольным осям волноводов. Не накладывая ограничений на форму поперечного сечения стержней, будем описывать зависимость диэлектрической проницаемости в области II двумерно-периодической кусочно-непрерывной функцией  $\epsilon_2(x, y)$ , имеющей конечное число линий разрыва первого рода в пределах элементарной ячейки решетки. Проводимость стенок волноводов и фланца принимается бесконечной, магнитная проницаемость среды внутри волноводов и в области II равна  $\mu_0$ .

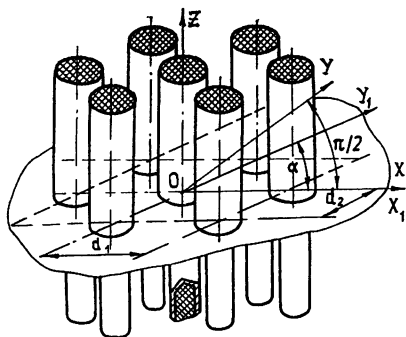


Рис. 1.

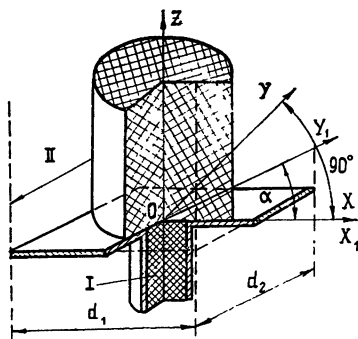


Рис. 2.

Рассматривается квазипериодическое возбуждение решетки волноводов. При этом поперечные составляющие векторов напряженностей электрического и магнитного полей падающей волны в волноводе с индексами  $q_1, q_2$  задаются в виде

$$\begin{aligned} E^{q_1 q_2} &= e_{p_0 t_0 m_0}(x_1, y_1) \exp[-i(q_1 \psi_1 + q_2 \psi_2 + p_{t_0 m_0} k z)], \\ H^{q_1 q_2} &= h_{p_0 t_0 m_0}(x_1, y_1) \exp[-i(q_1 \psi_1 + q_2 \psi_2 + p_{t_0 m_0} k z)]. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь индекс  $p_0$  характеризует поляризацию падающей волны, индекс  $t_0$  — принадлежность волны к классу магнитных  $H_m$ -волн ( $t_0 = 1$ ) или электрических  $E_m$ -волн ( $t_0 = 2$ ), индекс  $m_0$  показывает номер собственной волны при условии расположения волн соответствующего класса в порядке убывания квадратов их коэффициентов распространения,  $p_{t_0 m_0} = \beta_{t_0 m_0} / k$  — коэффициент распространения волны,  $\beta_{t_0 m_0}$  — продольное волновое число,  $k = \omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$  — волновое число вакуума,  $\omega$  — частота колебаний, характеризующая установившийся во времени волновой процесс,  $-\pi \leq \psi_1 \leq \pi$ ,  $-\pi \leq \psi_2 \leq \pi$ .

Искомое дифрагированное поле должно удовлетворять граничным условиям на внутренних поверхностях волноводов, условиям излучения при  $z \rightarrow \pm \infty$  и условиям непрерывности на границе раздела областей I и II при  $z = 0$ :

$$\begin{aligned} E_2 &= \begin{cases} 0, & (x_1, y_1) \in (S_0 - S_1), \\ E_1, & (x_1, y_1) \in S_1 \end{cases}, \\ H_2 &= H_1, \quad (x_1, y_1) \in S_1. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь  $S_0$  и  $S_1$  — площади поперечного сечения элементарной ячейки и волновода.

В силу периодичности геометрии исследуемой структуры и квазипериодичности поля возбуждения (1) дифрагированное поле также должно быть квазипериодической функцией поперечных координат. Вследствие этого можно перейти от исследования задачи дифракции в неограниченном пространстве к эквивалентной задаче в пределах

одной элементарной ячейки рассматриваемой периодической структуры, ограниченной при  $z > 0$  боковой поверхностью поперечно-неоднородного канала Флоке с размерами  $d_1$  и  $d_2$  по осям  $OX_1$  и  $OY_1$ , при  $z < 0$  — внутренней поверхностью волновода и при  $z = 0$  — проводящим фланцем с отверстием радиуса  $a_1$  (рис. 2).

### АЛГЕБРАИЗАЦИЯ ЗАДАЧИ

Для решения сформулированной граничной задачи воспользуемся методом проекционного сшивания полей [6]. Полное поперечное поле в области I представим в виде разложения по собственным волнам волновода:

$$E_1 = e_{p_0 t_0 m_0} \exp(-ip_{t_0 m_0} kz) + \sum_{p=1}^2 \sum_{t=1}^2 \sum_{m=1}^M A_{ptm} e_{\nu t m} \exp(ip_{t m} kz), \quad (3)$$

$$H_1 = h_{p_0 t_0 m_0} \exp(-ip_{t_0 m_0} kz) - \sum_{p=1}^2 \sum_{t=1}^2 \sum_{m=1}^M A_{ptm} h_{p t m} \exp(ip_{t m} kz),$$

где  $A_{ptm}$  — неизвестные амплитуды собственных волн,  $e_{ptm}$  и  $h_{ptm}$  — векторные функции, определяемые выражениями

$$e_{p1m} = \sqrt{|\overline{W}_{1m}|} K_1 [(-q/u_1 a_1) J_q(u_1) F'_{p1} r_0 + (1/a_1) J'_q(u_1) F_{p1} \varphi_0], \quad (4)$$

$$h_{p1m} = (\sqrt{|\overline{W}_{1m}|}/W_{1m}) K_1 [(-1/a_1) J'_q(u_1) F_{p1} r_0 - (q/u_1 a_1) J_q(u_1) F'_{p1} \varphi_0]$$

— для волн типов  $H_m$  ( $t = 1$ ) и

$$e_{p2m} = (\overline{W}_{2m}/\sqrt{|\overline{W}_{2m}|}) K_2 [(-1/a_1) J'_q(u_2) F_{p2} r_0 - (q/u_2 a_1) J_q(u_2) F'_{p2} \varphi_0], \quad (5)$$

$$h_{p2m} = (1/\sqrt{|\overline{W}_{2m}|}) K_2 [(q/u_2 a_1) J_q(u_2) F'_{p2} r_0 - (1/a_1) J'_q(u_2) F_{p2} \varphi_0]$$

— для волн типов  $E_m$  ( $t = 2$ ).

В выражениях (4) и (5) обозначено:  $J_q(u_t)$  и  $J'_q(u_t)$  — функция Бесселя первого рода и ее производная,

$$K_1 = \frac{\sqrt{\varepsilon_q/\pi}}{J_q(u_{qs1}) \sqrt{1 - (q/u_{qs1})^2}}, \quad K_2 = \frac{\sqrt{\varepsilon_q/\pi}}{J_{q+1}(u_{qs2})},$$

$$u_t = u_{qst}(r/a_1), \quad F_{p1} = \cos q\varphi(p-1) + \sin q\varphi(2-p),$$

$$F_{p2} = \sin q\varphi(p-1) + \cos q\varphi(2-p), \quad W_{1m} = W_0/\rho_{1m},$$

$$W_{2m} = W_0 \rho_{2m}/\varepsilon_{r1}, \quad W_0 = \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0}, \quad \varepsilon_{r1} = \varepsilon_1/\varepsilon_0,$$

$$\rho_{tm} = \sqrt{\varepsilon_{11} - [(\lambda/2\pi a) u_{qst}]^2}, \quad \varepsilon_q = \begin{cases} 2 & (q \neq 0) \\ 1 & (q = 0) \end{cases}.$$

Целые числа  $q$  и  $s$  определяют число вариаций поля по координатам  $\varphi$  и  $r$ ,  $u_{qs1}$  и  $u_{qs2}$  —  $s$ -е корни уравнений  $J'_q(u) = 0$  и  $J_q(u) = 0$  соответственно.

Векторные функции (4) и (5) образуют полную в поперечном сечении волноводов систему функций и удовлетворяют условиям ортонормировки:

$$\iint_{S_1} e_{ptm} [h_{p't'm'}^* \cdot z_0] ds = \omega_{tm} \delta_{pp'} \delta_{t't'} \delta_{mm'},$$

$$\iint_{S_1} \mathbf{h}_{plm} [\mathbf{z}_0, \mathbf{e}_{p_l, t, m, 1}^*] ds = \omega_{tm}^* \delta_{pp}, \delta_{tt}, \delta_{mm}, \quad (6)$$

где  $\delta_{pp}, \delta_{tt}$  и  $\delta_{mm}$  — символы Кронеккера, а  $\omega_{tm} = W_{tm}/|W_{tm}|$ , символ (\*) здесь и далее обозначает комплексно-сопряженные величины.

В области II дифрагированное поле представим в виде разложения по ортонормированной системе собственных функций поперечно-неоднородного канала Флоке:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_2 &= \sum_{l=1}^L B_l \mathbf{e}_l \exp(-ip_l kz), \\ \mathbf{H}_2 &= \sum_{l=1}^L B_l \mathbf{h}_l \exp(-ip_l kz), \end{aligned} \quad (7)$$

где  $B_l$  — неизвестные амплитуды собственных волн типов  $HE_l$ , возбуждаемых в области II,  $p_l = \beta_l/k$  — коэффициент распространения  $l$ -й собственной волны поперечно-неоднородного канала Флоке,  $\{\mathbf{e}_l, \mathbf{h}_l\}$  — система поперечных векторов-функций, которая строится на основе собственных волн двумерно-периодической решетки диэлектрических стержней, исследованной в [5]. Выражения для  $\mathbf{e}_l$  и  $\mathbf{h}_l$  имеют вид

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_l &= (W_0/p_l V |\overline{W}_l| V \overline{S}_0) (1/\varepsilon_{r2}(x, y)) \sum_{n_1=-N_1}^{N_1} \sum_{n_2=-N_2}^{N_2} \times \\ &\times M_{ln_1 n_2} \exp[-i(k_{n_1} x + k_{n_2} y)], \end{aligned} \quad (8)$$

$$\mathbf{h}_l = (1/V |\overline{W}_l| V \overline{S}_0) \sum_{n_1=-N_1}^{N_1} \sum_{n_2=-N_2}^{N_2} V_{ln_1 n_2} \exp[-i(k_{n_1} x + k_{n_2} y)].$$

Здесь векторы  $V_{ln_1 n_2} = \begin{pmatrix} C_{ln_1 n_2} \\ D_{ln_1 n_2} \end{pmatrix}$  являются собственными векторами, а величины  $p_l^2$  — собственными значениями матрицы  $A$ , построенной в [5],  $\varepsilon_{r2}(x, y) = \varepsilon_2(x, y)/\varepsilon_0$ ,  $k_{n_1} = (\psi_1 + 2\pi n_1)/d_1$ ,  $k_{n_2} = (\psi_2 + 2\pi n_2)/d_2 \sin \alpha - (\psi_1 + 2\pi n_1)/d_1 \operatorname{tg} \alpha$ . Компоненты векторов  $M_{ln_1 n_2} = \begin{pmatrix} F_{ln_1 n_2} \\ -G_{ln_1 n_2} \end{pmatrix}$  связаны с компонентами векторов  $V_{ln_1 n_2}$  линейными соотношениями

$$\begin{aligned} F_{ln_1 n_2} &= C_{ln_1 n_2} (k_{n_1} k_{n_2}/k^2) + D_{ln_1 n_2} [(k_{n_2}^2/k^2) + p_l^2], \\ G_{ln_1 n_2} &= C_{ln_1 n_2} [(k_{n_1}^2/k^2) + p_l^2] + D_{ln_1 n_2} (k_{n_1} k_{n_2}/k^2). \end{aligned}$$

Параметр  $W_l$  в (8), определяемый выражением

$$\begin{aligned} W_l &= (W_0/p_l) \sum_{n_1=-N_1}^{N_1} \sum_{n_2=-N_2}^{N_2} \sum_{n'_1=-N_1}^{N_1} \sum_{n'_2=-N_2}^{N_2} I_{n_1 n_2 n'_1 n'_2} \times \\ &\times (F_{ln_1 n_2} D_{ln'_1 n'_2} + G_{ln_1 n_2} C_{ln'_1 n'_2}), \end{aligned}$$

по аналогии с волноводами назовем характеристическим сопротивлением для волны типа  $HE_l$  в двумерно-периодической диэлектрической структуре. Коэффициенты  $I_{n_1 n_2 n'_1 n'_2}$  зависят от вида функции  $\varepsilon_2(x, y)$  и определяются интегралами вида

$$I_{n_1 n_2 n'_1 n'_2} = (I/S_0) \iint_{S_0} (1/\varepsilon_{r2}(x, y)) \exp \left[ -i (v_{n_1 n'_1} x + v_{n_2 n'_2} y) \right] dx dy,$$

где

$$v_{n_1 n'_1} = 2\pi (n_1 - n'_1)/d_1,$$

$$v_{n_2 n'_2} = (2\pi/d_2 \sin \alpha) [n_2 - n'_2 - (n_1 - n'_1) (d_2/d_1) \cos \alpha].$$

Для круглых поперечно-однородных диэлектрических стержней коэффициенты  $I_{n_1 n_2 n'_1 n'_2}$  находятся в замкнутом виде:

$$I_{n_1 n_2 n'_1 n'_2} = \delta_{n_1 n'_1} \delta_{n_2 n'_2} + 2(1 - \varepsilon_{r2})/\varepsilon_{r2} (S_1 J_1(u)/S_0 u),$$

$$u = a_2 \sqrt{v_{n_1 n'_1}^2 + v_{n_2 n'_2}^2}.$$

Построенная система векторов-функций  $\{e_l, h_l\}$  удовлетворяет соотношениям ортонормировки:

$$\iint_{S_0} e_l [h_{l'}, z_0] ds = \omega_l \delta_{ll'},$$

$$\iint_{S_0} h_l [z_0, e_{l'}^*] ds = \omega_l^* \delta_{ll'},$$

(9)

где  $\delta_{ll'}$  — символ Кронеккера,  $\omega_l = W_l/|W_l|$ . При этом мощность, переносимая собственной волной типа  $HE_l$  с амплитудой  $B_l$  в двумерно-периодической диэлектрической структуре, равна  $|B_l|^2$ .

Сопоставим граничным условиям (2) их проекционные аналоги:

$$\iint_{S_0} (E_1 - E_2) [h_l^*, z_0] ds = 0 \quad (l = 1, 2, \dots, L),$$

$$\iint_{S_0} (H_1 - H_2) [z_0, e_{ptm}^*] ds = 0 \quad \begin{matrix} (p = 1, 2; t = 1, 2; \\ m = 1, 2, \dots, M). \end{matrix}$$

(10)

Подставляя в (10) представления полей (3) и (7) и используя ортогональность собственных функций в областях I и II, получаем систему линейных неоднородных алгебраических уравнений относительно амплитудных коэффициентов  $A_{ptm}$  и  $B_l$ :

$$Q_{lp_0 m_0} + \sum_{p=1}^2 \sum_{t=1}^2 \sum_{m=1}^M A_{ptm} Q_{lptm} - B_l \omega_l = 0 \quad (l = 1, 2, \dots, L),$$

(11)

$$\omega_{l_0 m_0}^* \delta_{m_0 m} \delta_{p_0 p} \delta_{l_0 l} - A_{ptm} \omega_{l m}^* - \sum_{l=1}^L B_l Q_{lptm}^* = 0$$

$$(p = 1, 2; t = 1, 2; m = 1, 2, \dots, M).$$

Коэффициенты связи собственных волн волновода и поперечно-неоднородного канала Флоке определяются выражениями

$$Q_{lptm} = \iint_{S_1} e_{ptm} [h_l^*, z_0] ds,$$

$$Q_{lptm}^* = \iint_{S_1} h_l [z_0, e_{ptm}^*] ds.$$

Для круглых волноводов и соосных с ними круглых диэлектрических стержней выражения для  $Q_{lptm}$  находятся в замкнутом виде и приведены в Приложении.

Порядок системы алгебраических уравнений (11), равный  $4M + L$ , можно понизить, исключив модальные коэффициенты передачи  $B_l$  либо модальные коэффициенты отражения  $A_{ptm}$ :

$$B_l = \omega_l^* \left( \sum_{p=1}^2 \sum_{t=1}^2 \sum_{m=1}^M A_{ptm} Q_{lptm} + Q_{lp_0t_0m_0} \right) \quad (12)$$

$$(l = 1, 2, \dots, L);$$

$$A_{ptm} = \delta_{p_0p} \delta_{t_0t} \delta_{m_0m} - \omega_{tm} \sum_{l=1}^L B_l Q_{ptml}^* \quad (13)$$

$$(p = 1, 2; t = 1, 2; m = 1, 2, \dots, M).$$

Подставляя (12) или (13) в (11), получаем системы алгебраических уравнений относительно коэффициентов  $A_{ptm}$  или  $B_l$  соответственно порядка  $4M$  и  $L$ :

$$\sum_{p=1}^2 \sum_{t=1}^2 \sum_{m=1}^M A_{ptm} \left( \omega_{l'm'}^* \delta_{p'p} \delta_{l't'} \delta_{m'm} + \sum_{l=1}^L \omega_l^* Q_{lptm} Q_{p'l'm'l}^* \right) =$$

$$= \omega_{l_0m_0}^* \delta_{p_0p} \delta_{l_0t} \delta_{m_0m} - \sum_{l=1}^L \omega_l^* Q_{lp_0t_0m_0} Q_{p'l'm'l}^* \quad (14)$$

$$(p' = 1, 2; t' = 1, 2; m' = 1, 2, \dots, M);$$

$$\sum_{l=1}^L B_l \left( \omega_{l'} \delta_{l'l} + \sum_{p=1}^2 \sum_{t=1}^2 \sum_{m=1}^M \omega_{tm} Q_{l'ptm} Q_{ptml}^* \right) = 2Q_{l'p_0t_0m_0} \quad (15)$$

$$(l' = 1, 2, \dots, L).$$

#### АНАЛИЗ РЕШЕНИЯ

В матричной форме система уравнений (11) имеет вид

$$Q(A + \delta) = \omega_2 B; \quad (16a)$$

$$\omega_1^* (\delta - A) = Q^* B, \quad (16b)$$

где  $Q$  и  $Q^*$  — матрицы с элементами  $Q_{lptm}$  и  $Q_{ptml}^*$  соответственно,  $\omega$  и  $\omega^*$  — диагональные матрицы с элементами главной диагонали  $\omega_l$  и  $\omega_{lm}^*$ ,  $\delta$  — единичный вектор, у которого компонента  $\delta_{m_0} = 1$ , а остальные — нули.

Умножив правую и левую части уравнения (16a) скалярно на  $B$ , а уравнения (16b) — на  $(A + \delta)$ , получим

$$(\omega_1^* (\delta - A), (A + \delta))^* = (\omega_2 B, B). \quad (17)$$

После подстановки в (17) соответствующих матричных элементов и выполнения скалярного умножения получаем

$$\sum_{p=1}^2 \sum_{t=1}^2 \sum_{m=1}^M \omega_{tm} |A_{ptm}|^2 + \sum_{l=1}^L \omega_l |B_l|^2 =$$

$$= \omega_{t_0 m_0} + 2i \operatorname{Im} (A_{p_0 t_0 m_0} \omega_{t_0 m_0}). \quad (18)$$

Приравнявая в (18) действительные части справа и слева, находим

$$\sum_{p=1}^2 \sum_{t=1}^2 \sum_{m=1}^M |A_{ptm}|^2 + \sum_{l=1}^L |B_l|^2 = 1. \quad (19)$$

В (19) штрихи у знаков сумм означают, что суммирование осуществляется для тех волн в частичных областях I и II, у которых коэффициенты распространения  $p_{ptm}$  и  $p_l$  — действительны. Так как эти волны переносят активную мощность и распространяются соответственно в направлениях  $-z$  и  $+z$  от плоскости стыка, то тождество (19) можно трактовать как условие сохранения энергии в системе. Оно выполняется при любом числе волн, учитываемых в областях I и II при приближенном решении задачи. Численная проверка выполнения условия (19) может служить критерием правильности построения алгоритма расчета и функционирования вычислительной программы для ЭВМ.

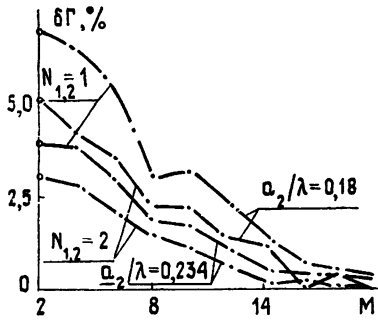


Рис. 3.

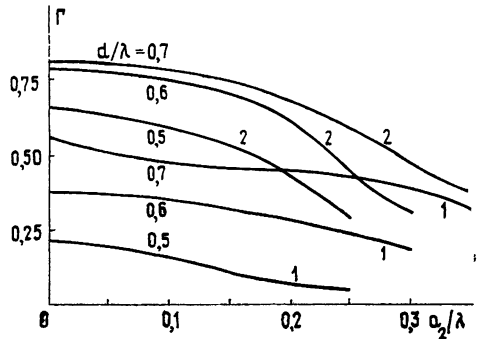


Рис. 4.

Порядок полученных систем алгебраических уравнений, а следовательно, и точность расчета искомых амплитудных коэффициентов  $A_{ptm}$  и  $B_l$  зависят от количества собственных волн  $M$  и  $L$ , учитываемых в волноводе и в поперечно-неоднородном канале Флоке, а также от точности расчета коэффициентов распространения  $p_l$  и собственных векторов  $V_{ln, n_2}$  при решении задачи о собственных волнах двумерно-периодической системы диэлектрических стержней. Следуя [6], можно показать, что при увеличении  $M$  и  $L$  приближенное решение сходится к точному в интегральном смысле, однако о точности расчета в конечном приближении ( $M, L$ ) при заданных параметрах исследуемой структуры можно судить только по результатам численного анализа сходимости построенного решения.

### ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Численное исследование решения задачи дифракции выполнено для решетки с гексагональной ячейкой ( $\alpha = 60^\circ$ ,  $d_1 = d_2 = d$ ). В результате решения системы алгебраических уравнений (15) определялись комплексные амплитуды  $B_l$  волн, возбужденных в решетке круглых диэлектрических стержней. Амплитуды отраженных волн  $A_{ptm}$  в волноводах рассчитывались по формулам (13). На рис. 3 приведены результаты численного исследования сходимости последовательности приближенных решений для случая возбуждения волноводов основной волной типа  $H_{11}$  ( $p_0 = 1$ ,  $t_0 = 1$ ,  $m_0 = 1$ ). Точками показаны значения относительной погрешности расчета модуля коэффициента отражения волны, определяемой по формуле  $\delta\Gamma = 100 \cdot |\Gamma_M - \Gamma_{M_{\max}}| / \Gamma_{M_{\max}}$ , где  $M$  и  $M_{\max} = 20$  — порядки решаемой системы уравнений (15). При

$M = \text{const}$  учитывалось  $2M$  низших типов волн в волноводах и  $M/2$  собственных волн в решетке стержней. Расчеты выполнены для следующих параметров решетки:  $d = 0,6\lambda$ ,  $a_1 = 0,234\lambda$ ,  $\epsilon_{r1} = \epsilon_{r2} = 2,56$ ,  $\psi_1 = \psi_2 = 0$ ,  $a_2 = 0,18\lambda$  и  $a_2 = 0,234\lambda$ . Анализ численных результатов показывает, что погрешность расчета коэффициента отражения  $\Gamma = |A_{111}|$  при  $M = \text{const}$  уменьшается с увеличением радиусов диэлектрических стержней.

Все приведенные ниже численные результаты получены при решении системы уравнений (15) в таком приближении, при котором обеспечивается погрешность расчета не более 3%.

Зависимости коэффициента отражения от радиуса диэлектрических стержней, рассчитанные для различных периодов решетки при  $\epsilon_{r1} = \epsilon_{r2}$ ,  $\psi_1 = \psi_2 = 0$ , приведены на рис. 4. Кривые 1 рассчитаны для волноводов радиуса  $a_1 = 0,234\lambda$  и  $\epsilon_{r1} = 2,56$ , кривые 2 — для  $a_1 = 0,168\lambda$  и  $\epsilon_{r1} = 5$ . Анализ приведенных зависимостей показывает, что решетка волноводов без диэлектрических стержней характеризуется максимальным рассогласованием. В этом случае исходная система алгебраических уравнений (15), а также численные результаты совпадают с решением аналогичной задачи, полученной в [1] методом интегральных уравнений. С увеличением радиуса стержней наблюдается падение коэффициента отражения, а его минимальное значение соответствует случаю наиболее плотной «упаковки» решетки диэлектрических стержней ( $d = 2a_2$ ). Характерно, что рассогласование решетки волноводов и диэлектрических стержней увеличивается с ростом периодов решетки и диэлектрической проницаемости материала  $\epsilon_{r1}$ .

На рис. 5 приведены зависимости коэффициента отражения от величины диэлектрической проницаемости стержней, рассчитанные при  $d = 0,6\lambda$  и  $\psi_1 = \psi_2 = 0$ . Кривая 1 соответствует структуре с  $a_1 = a_2 = 0,234\lambda$  и  $\epsilon_{r1} = 2,56$ . При этом в волноводе может распространяться только одна волна типа  $H_{11}$ , а число распространяющихся волн в решетке диэлектрических стержней зависит от  $\epsilon_{r2}$ .

Характер зависимости  $\Gamma(\epsilon_{r2})$  существенно меняется по сравнению с кривой 1, если одновременно увеличиваются значения  $\epsilon_{r1}$  и  $\epsilon_{r2}$ . Кривая 2 соответствует случаю  $a_1 = a_2 = 0,234\lambda$  и  $\epsilon_{r1} = \epsilon_{r2}$ . В этом случае с увеличением  $\epsilon_{r2}$  коэффициент отражения увеличивается.

Несомненный интерес представляет зависимость  $\Gamma(\epsilon_{r2})$ , рассчитанная при условии, что  $a_1 = a_2$ ,  $\epsilon_{r1} = \epsilon_{r2}$  и волноводы являются одноволновыми. Последнее выполняется при радиусах волноводов  $a_1 = 0,375\lambda/\sqrt{\epsilon_{r1}}$ . Сравнение зависимостей, приведенных на рис. 5, показывает, что решетка одноволновых волноводов, нагруженных диэлектрическими стержнями того же радиуса при  $\epsilon_{r1} = \epsilon_{r2}$  (кривая 3) характеризуется наибольшим рассогласованием и более резким изменением  $\Gamma$  в зависимости от  $\epsilon_{r2}$ .

Как показывает численный анализ, решетка волноводов, нагруженных диэлектрическими стержнями, обладает хорошими диапазонными свойствами. Это следует из рис. 6, где приведены зависимости  $\Gamma(d/\lambda)$ , рассчитанные при различных относительных размерах радиусов стержней  $a_2/d$  и  $a_1/d = 0,39$ ,  $\epsilon_{r1} = \epsilon_{r2} = 2,56$ ,  $\psi_1 = \psi_2 = 0$ .

Все приведенные выше зависимости коэффициента отражения от параметров структуры и частоты были рассчитаны для случая синфазного возбуждения волноводов решетки ( $\psi_1 = \psi_2 = 0$ ). На рис. 7 показаны зависимости коэффициента отражения от управляющих фаз полей в волноводах. Расчет выполнен для случая возбуждения волноводов волнами типа  $H_{11}$  с фазами, определяемыми формулой (1) при  $d = 0,6\lambda$ ,  $a_1 = 0,234\lambda$ ,  $\epsilon_{r1} = \epsilon_{r2} = 2,56$  и различных значениях радиусов диэлектрических стержней,  $\psi_2 = \psi_1/2$ , что в случае ФАР соответствует сканированию луча в плоскости  $XZ$ . Как видно из приведенных зави-



симостей, наличие диэлектрических стержней не только позволяет уменьшить рассогласование решетки, но и найти такие параметры, при которых в широком диапазоне значений  $\psi_1$ ,  $\psi_2$  коэффициент отражения изменяется незначительно.

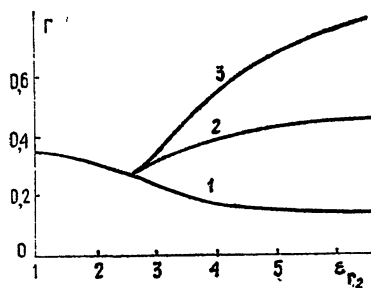


Рис. 5.

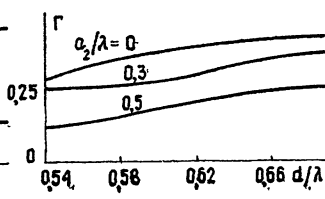


Рис. 6.

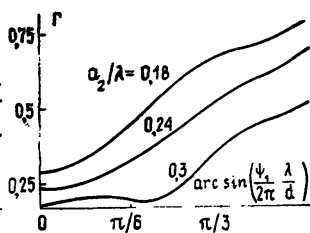


Рис. 7.

## ВЫВОДЫ

1) Проведенные исследования точности расчета коэффициента отражения волны в волноводах свидетельствуют о высокой эффективности построенного алгоритма. Для расчета коэффициента отражения основной волны с погрешностью, не превышающей 3%, в рассмотренной области изменения параметров решетки волноводов и диэлектрических стержней достаточно учитывать в решетке стержней 10 низших собственных волн, представляя каждую из них 50 пространственными гармониками.

2) Полученные результаты могут быть использованы для расчета параметров стержневых диэлектрических структур, применяемых для широкополосного согласования волноводных антенных решеток с широкоугольным сканированием луча.

## ПРИЛОЖЕНИЕ

### Вывод выражений для коэффициентов $Q_{lptm}$

Для нахождения коэффициентов связи собственных волн областей I и II, определяемых интегралами вида

$$Q_{lptm} = \iint_{S_1} e_{ptm} [h_l^*, z_0] ds, \quad (\text{П.1})$$

воспользуемся выражениями для коэффициентов связи собственных волн круглого волновода с пространственными гармониками [1]. Представим вектор-функцию  $h_l$  в виде ряда

$$h_l = (1/\sqrt{|W_l|}) \sum_{n_1=-N_1}^{N_1} \sum_{n_2=-N_2}^{N_2} (M_{1ln_1n_2} \varphi_{1n_1n_2} + M_{2ln_1n_2} \varphi_{2n_1n_2}),$$

где  $M_{1ln_1n_2}$  и  $M_{2ln_1n_2}$  — коэффициенты разложения, связанные с компонентами известного вектора  $V_{ln_1n_2}$  соотношениями

$$M_{1ln_1n_2} = (1/k_r) (k_{n_1} C_{ln_1n_2} + k_{n_2} D_{ln_1n_2}),$$

$$M_{2ln_1n_2} = (1/k_r) (-k_{n_2} C_{ln_1n_2} + k_{n_1} D_{ln_1n_2}),$$

$k_r = \sqrt{k_{n_1}^2 + k_{n_2}^2}$ ,  $\{\varphi_{1n_1n_2}\}$  и  $\{\varphi_{2n_1n_2}\}$  — ортонормированные системы магнитных и электрических гармоник, определяемых в прямоугольной системе координат выражениями

$$\varphi_{1n_1n_2} = (1/k_r \sqrt{S_0}) (k_{n_1} x_0 + k_{n_2} y_0) \exp [-i (k_{n_1} x + k_{n_2} y)],$$

$$\varphi_{2n_1n_2} = (1/k_r \sqrt{S_0}) (-k_{n_2} x_0 + k_{n_1} y_0) \exp [-i (k_{n_1} x + k_{n_2} y)].$$

Для подынтегрального выражения в (П.1) находим

$$[H_i^*, z_0] = (1/\sqrt{|W_i|}) \sum_{n_1=-N_1}^{N_1} \sum_{n_2=-N_2}^{N_2} (M_{11n_1n_2} \psi_{1n_1n_2} + M_{21n_1n_2} \psi_{2n_1n_2}), \quad (\text{П.2})$$

где векторы-функции  $\psi_{1n_1n_2}$  и  $\psi_{2n_1n_2}$  в цилиндрической системе координат  $(r, \varphi, z)$ , связанной с круглым волноводом, имеют вид

$$\psi_{1n_1n_2} = (1/\sqrt{S_0}) [\sin (\varphi_1 - \varphi) r_0 - \cos (\varphi_1 - \varphi) \varphi_0] \exp [ik_r \cos (\varphi - \varphi_1)],$$

$$\psi_{2n_1n_2} = (1/\sqrt{S_0}) [\cos (\varphi_1 - \varphi) r_0 + \sin (\varphi_1 - \varphi) \varphi_0] \times$$

$$\times \exp [ik_r \cos (\varphi - \varphi_1)], \quad \varphi_1 = \arctg (k_{n_2}/k_{n_1}).$$

Представив вектор-функцию  $e_{ptm}$  в виде

$$e_{ptm} = e_{p1m} (2 - t) + e_{p2m} (t - 1), \quad (\text{П.3})$$

из (П.1) с учетом (П.2) и (П.3) находим

$$Q_{1ptm} = (1/\sqrt{|W_i|}) \sum_{n_1=-N_1}^{N_1} \sum_{n_2=-N_2}^{N_2} \{M_{11n_1n_2} [(2 - t) C_{p1m}^{1n_1n_2} +$$

$$+ (t - 1) C_{p2m}^{1n_1n_2}] + M_{21n_1n_2} [(2 - t) C_{p1m}^{2n_1n_2} + (t - 1) C_{p2m}^{2n_1n_2}]\}. \quad (\text{П.4})$$

После подстановки в (П.4) выражений для коэффициентов связи собственных волн круглого волновода с пространственными гармониками поперечно-однородного канала Флоке  $C_{ptm}^{1n_1n_2}$  [1] получаем соотношения для расчета искомых коэффициентов связи собственных волн круглого волновода и поперечно-неоднородного канала Флоке:

$$Q_{1ptm} = i^{q-1} \frac{2 \sqrt{\pi \varepsilon_q}}{\sqrt{u_{qs1}^2 - m^2}} \frac{a_1}{\sqrt{S_0}} \sqrt{\frac{W_{1m}}{|W_i|}} \sum_{n_1=-N_1}^{N_1} \sum_{n_2=-N_2}^{N_2} \times$$

$$\times \left[ M_{11n_1n_2} \frac{u_{qs1}^2 J'_q(k_r a_1)}{(k_r a_1)^2 - u_{qs1}^2} F_{p1} - M_{21n_1n_2} \frac{q J_q(k_r a_1)}{k_r a_1} F'_{p1} \right];$$

$$Q_{1p2m} = i^{q-1} 2 \sqrt{\pi \varepsilon_q} \frac{W_{2m}}{\sqrt{|W_{2m}| |W_i|}} \frac{a_1}{\sqrt{S_0}} \sum_{n_1=-N_1}^{N_1} \sum_{n_2=-N_2}^{N_2} M_{21n_1n_2} \times$$

$$\times \frac{k_r a_1 J_q(k_r a_1)}{(k_r a_1)^2 - u_{qs2}^2} F_{p2}.$$

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Амтей Н., Галиндо В., Ву Ч. Теория и анализ фазированных антенных решеток. — М., Мир, 1974.
2. Ильинский А. С., Косич Н. Б. — Радиотехника и электроника, 1974, 19, № 6, с 1171.
3. Виниченко Ю. П., Захарьев Л. Н., Леманский А. А., Полянский Н. И., Туманская А. Е. — Радиотехника и электроника, 1975, 20, № 9, с. 1804.

4. Крехтунов В. М., Тюлин В. А. — В кн.: Всесоюзная научная конференция «Машинное проектирование устройств и систем сверхвысоких частот». Тексты докладов. — Тбилиси: Госуниверситет, 1979, с. 25.
5. Крехтунов В. М., Тюлин В. А. — Радиотехника и электроника, 1980, 25, № 1, с. 44.
6. Никольский В. В. Вариационные методы для внутренних задач электродинамики. — М.: Наука, 1967.
7. Справочник по волноводам. / Пер. с англ. под ред. Я. Н. Фельда. — М.: Сов. радио, 1952.

Московское высшее техническое  
училище имени Н Э Баумана

Поступила в редакцию  
28 ноября 1980 г.

DIFFRACTION OF ELECTROMAGNETIC WAVES BY JOINT  
OF TWO-DIMENSIONAL PERIODIC ARRAYS OF WAVEGUIDES  
AND DIELECTRIC RODS

*V. M. Krekhtunov, V. A. Tulin*

With strict electromagnetic formulation by the projection field matching method the problem of diffraction of electromagnetic waves by joint of two-dimensional periodic arrays of semi-infinite round waveguides connected on the flat of joint by the perfect conducting flange and dielectric rods located in junction of nonorthogonal lattice is solved. An algebraical system for calculation of the scattering matrix elements of arrays joint is received. Convergence of solution and exactitude of main waveguide wave-reflectivity calculation that depends of waveguide and rod diameters, array's periods and dielectric permittivity of rods and medium within waveguides are studied numerically.

---

**ВЫШЕЛ В СВЕТ СБОРНИК**

**«Автоволновые процессы в системах с диффузией»**

(Отв. редактор — проф. М. Т. Грехова)

Сборник посвящен современным исследованиям автоволновых процессов в физических, химических и биологических системах, а также математическим проблемам, связанным с описанием автоволн. Автоволны — самоподдерживающийся волновой процесс в неравновесных средах, остающийся неизменным при достаточно малых изменениях как начальных, так и граничных условий.

В представленных статьях особое внимание обращается на новые динамические режимы в неравновесных средах, а также рассматриваются модели различных объектов (полупроводников, кипящей жидкости, окислительных реакций, проводящей системы сердца, протоплазмы в клетках, кровеносных сосудов и т. д.), в которых наблюдаются автоволновые процессы.

Сборник предназначен для широкого круга специалистов и студентов, занимающихся как общей теорией волн, так и ее приложениями в различных областях науки.

Заказы на сборник можно направлять по адресу: 603600, Горький, ул. Ульянова, 46, Институт прикладной физики АН СССР, Городецкой Н. А. Цена сборника 1 р. 95 к.