

равенства (3), в котором положено  $\hat{N} = \hat{e}/3$ , так как для любой частицы, имеющей симметрию куба,  $\hat{N} = \hat{e}/3$ . Как видно из таблицы, погрешность оценок сечений рассеяния электромагнитной волны на малых частицах в форме правильных многогранников не превышает 10%, т. е. эффективность таких оценок довольно высока, что позволяет предположить высокую эффективность оценки (3) и в других случаях.

## ЛИТЕРАТУРА

- 1 Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред — М: Гостехиздат, 1957, с. 379
- 2 Казанцев В. П. — Изв. вузов — Радиофизика, 1980, 23, № 5, с. 635
- 3 Янке Е., Эмде Ф., Леш Ф. Специальные функции — М: Наука, 1968, с. 118.

Красноярский государственный  
университет

Поступила в редакцию  
4 мая 1982 г.

УДК 537.874.6

## ДИФРАКЦИЯ ВОЛНОВОГО ПУЧКА НА НЕЗАМКНУТОМ ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ ЭКРАНЕ

В. В. Веремей, Д. Г. Селезнев

Различные ленточные структуры находят широкое применение в антенной и волноводной технике (элементы резонаторов, отражатели, диафрагмы и др.) Задачи о дифракции плоской волны на ленточных структурах различного профиля решены рядом авторов [1—3]. В реальных условиях на структуру падает не плоская волна, а волновой пучок, поэтому представляет интерес решение задачи о дифракции волнового пучка на ленте, в данном случае на незамкнутом цилиндрическом экране. Такое исследование и проведено в данной работе.

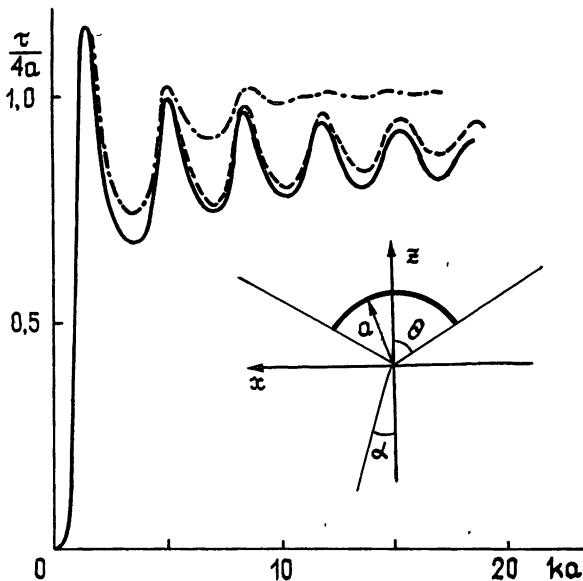


Рис. 1.

Рассматривается двумерная задача. Систему координат введем, как показано на рис. 1. Пусть волновой пучок бесконечен вдоль оси  $Oy$ , ограничен вдоль оси  $Ox$  и падает на структуру из области  $z < 0$ .

Представим поле волнового пучка в виде разложения в интеграл Фурье по плоским волнам:

$$H_y^n(x, z) = \int_{-\infty}^{\infty} F(\xi) \exp [ik(\xi x + z \sqrt{1 - \xi^2})] d\xi,$$

где  $\xi = \sin \alpha$ , или в цилиндрических координатах:

$$H_y^n(r, \varphi) = \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} F(\xi) \exp[in(\varphi + \alpha)] J_n(kr) d\xi, \quad (1)$$

где угол  $\varphi$  отсчитывается от положительного направления оси  $Ox$ .  
Поле, рассеянное зеркалом, можно записать в следующем виде:

$$H_y^0(r, \varphi) = \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} F(\xi) C_n(\xi) \begin{cases} J'_n(ka) H_n^{(1)}(kr) \\ H_n^{(1)'}(ka) J_n(kr) \end{cases} \exp(in\varphi) d\xi \quad \begin{cases} (r > a) \\ (r < a) \end{cases}, \quad (2)$$

где  $C_n(\xi)$  — фурье-компоненты функции плотности поверхности тока на цилиндрическом экране.

Будем считать, что пучок имеет гауссово распределение поля, тогда в области  $z > z_0$  поле описывается формулой (1), где

$$F(\xi) = \sqrt{\pi} (w/\lambda) \exp[-(\pi w/\lambda \xi)^2 - i2\pi z_0/\lambda \sqrt{1-\xi^2}]. \quad (3)$$

Решение рассматриваемой задачи опирается на алгоритм численного решения задачи о дифракции плоской электромагнитной волны на металлическом зеркале, полученного методом задачи Римана—Гильберта [3], и построение с помощью этого алгоритма оператора рассеяния на цилиндрическом экране.

Решение задачи для плоской волны проводилось следующим образом. Подчиняя полное поле граничному условию Неймана на поверхности цилиндра и используя равенство нулю тока на раскрыве, получаем систему парных сумматорных функциональных уравнений с тригонометрическим ядром относительно неизвестных  $C_n(\xi)$  ( $\xi$  — фиксировано). Применяя метод задачи Римана—Гильберта, получаем систему уравнений второго рода, удобную для численного решения на ЭВМ. При различных значениях параметра  $\xi$  решения полученных систем уравнений будут образовывать матрицу рассеяния, описывающую рассеивающие характеристики данного препятствия для волнового пучка. Численное интегрирование полученной матрицы дает возможность определить рассеянное структурой поле в любой точке пространства.

Точность определения характеристик рассеяния зависит от точности решения задачи о дифракции плоской волны, интервала численного интегрирования в (2) и от количества узловых точек на этом интервале. Величина интервала интегрирования определяется в основном функцией  $F(\xi)$ , которая является быстро убывающей при стремлении аргумента к бесконечности. Поэтому при численных расчетах достаточно брать интервал  $(-1, 1)$ .

Рассмотрим энергетические характеристики рассеянного зеркалом поля. Пусть  $W$  — полная энергия рассеянного экраном поля, а  $W^0$  — энергия падающего на зеркало волнового пучка, приходящаяся на площадку единичной длины вдоль оси  $Oy$  и шириной  $2a$ . Введем коэффициент рассеяния волнового пучка по энергии как отношение  $W$  к  $W^0$ :

$$\frac{\tau}{4a} = \left[ \frac{1}{ka} \operatorname{Re} \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} F^*(\xi) F(\xi') C_n^*(\xi) C_n(\xi') \times \right. \\ \left. \times |J'_n(ka)|^2 d\xi d\xi' \right] \left[ \operatorname{Re} \int_{-\infty}^{\infty} iF(\xi) F^*(\xi') \sqrt{1-\xi'^2} d\xi d\xi' \right]^{-1}, \quad (4)$$

где

$$i = \sin ka(\xi - \xi')/ka(\xi - \xi').$$

Следует отметить, что введенный нами коэффициент рассеяния волнового пучка при стремлении ширины пучка к бесконечности переходит в полный поперечник рассеяния, характеристику, описывающую рассеяние плоской волны.

Незамкнутый экран в виде цилиндрической ленты обладает спектром квазисобственных колебаний. О возбуждении колебаний того или иного типа можно судить по энергетическим характеристикам поля, рассеянного данной структурой. Так, на рис. 1 показаны частотные зависимости коэффициента рассеяния для различных ширин пучков (штрихпунктирная кривая —  $w/\lambda = 1$ , сплошная —  $w/\lambda = 5$ , штриховая — плоская волна,  $\theta = 60^\circ$ ). Резонансный характер зависимостей связан с возбуждением соответствующих квазисобственных колебаний цилиндрической ленты.

Из приведенных зависимостей видно, что энергетические характеристики рассеянного зеркалом поля для значений параметра  $w/\lambda \geq 5$  практически не отличаются от полного поперечника рассеяния плоской волны в широком диапазоне изменения параметра  $ka$ , а для более узких пучков такое совпадение наблюдается лишь в для низкой области.

Наряду с энергетическими характеристиками важную роль играют диаграммы направленности (ДН) рассеянного поля в дальней зоне. На рис. 2 показаны ДН для различных положений горловины пучка при  $ka=23$  ( $1-z_0=0$ ,  $2-z_0=a/2$ ,  $3-z_0=-a$ ,  $\theta=60^\circ$ ). Из этого рисунка видно, что изменение положения горловины пучка в пределах, сравнимых с характерными размерами рассеивателя, слабо влияет на форму ДН.

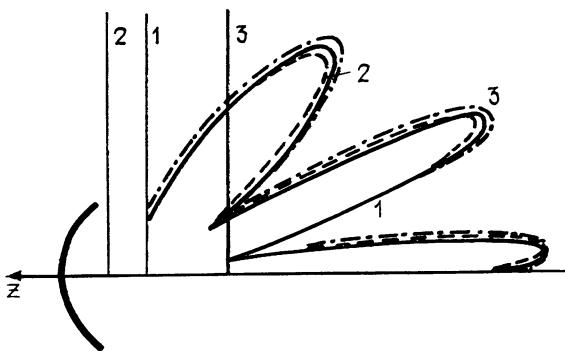


Рис. 2.

На рис. 3 показаны ДН (справа — рассеянное поле, слева — тень) для различных значений параметров  $ka$  и  $\omega/\lambda$  ( $1$  — плоская волна,  $2-\omega/\lambda=5$ ,  $3-\omega/\lambda=3$ ,  $4-\omega/\lambda=1$ ,  $\theta=60^\circ$ ). Они подтверждают сделанный ранее вывод о соответствии характеристикам рассеяния для волновых пучков, имеющих ширину  $\omega/\lambda \gg 1$ , с соответствующими характеристиками для плоской волны. Также исследовалось поведение характеристик рассеяния при изменении угла раскрытия ( $\theta$ ). Из приведенных результатов видно, что изменение частоты возбуждающего поля существенно влияет на дифракционные характеристики цилиндрической ленты, поэтому при разработке различных устройств, использующих свойства подобных рассеивателей, необходимо проводить частотный анализ характеристик рассеянного структурой поля, что дает возможность получить конкретное распределение поля в данном направлении.

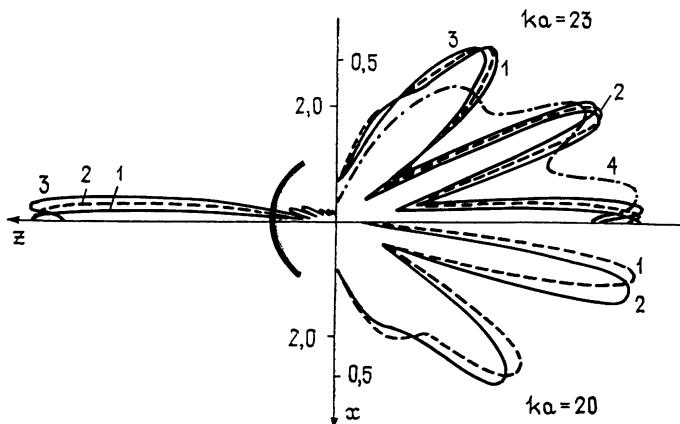


Рис. 3.

## ЛИТЕРАТУРА

- Хенл X, Мауз А., Вестпфаль К. Теория дифракции. — М: Мир, 1964
- Фиалковский А. Т. — Радиотехника и электроника, 1966, 11, № 2, с. 178.
- Шестопалов В. П. Метод задачи Римана — Гильберта в теории дифракции и распространения электромагнитных волн. — Харьков: Гос. ун-т, 1971.