

- 8 Банах В. А., Булдаков В. М. Тезисы докладов VI Всесоюзного симпозиума по распространению лазерного излучения в атмосфере — Томск: 1981, ч. 3, с. 13
- 9 Банах В. А., Булдаков В. М., Миронов В. Л. Тезисы докладов XIII Всесоюзной конференции по распространению радиоволн — Горький: 1981, с. 114
- 10 Беленький М. С., Миронов В. Л. Тезисы докладов XIII Всесоюзной конференции по распространению радиоволн. — Горький: 1981, с. 117
- 11 Виноградов А. Г., Кравцов Ю. А. Тезисы докладов VI Всесоюзного симпозиума по дифракции и распространению волн. — М.— Ереван: 1973, ч. 1, с. 294.
- 12 Виноградов А. Г., Кравцов Ю. А., Татарский В. И. — Изв. вузов — Радиофизика, 1973, 16, № 7, с. 1064
- 13 Аксенов В. П., Банах В. А., Миронов В. Л. — Квантовая электроника, 1976, 3, № 10, с. 2266.
- 14 Банах В. А., Миронов В. Л. Тезисы докладов II Всесоюзного совещания по атмосферной оптике. — Томск: 1980, ч. II, с. 48
- 15 Боронеев В. В., Занданова Г. И., Миронов В. Л., Поплаухин В. Н., Трубачеев Э. А. Тезисы докладов XIII Всесоюзной конференции по распространению радиоволн. — Горький: 1981, с. 132
- 16 Банах В. А., Боронеев В. В., Гомбоев Н. Ц., Зубрицкий Э. В., Миронов В. Л., Цыдыпов Ч. Ц. Распространение оптических волн в случайно-неоднородной атмосфере. — Новосибирск: Наука, 1979, с. 23
- 17 Артемьев А. В., Гурвич А. С. — Изв. вузов — Радиофизика, 1971, 14, № 5, с. 734.
- 18 Беленький М. С., Кон А. И., Миронов В. Л. — Квантовая электроника, 1977, 4, № 3, с. 517.
- 19 Belen'kii M. S., Bogoloev V. V., Gomboev N. Ts., Mironov V. L. — Opt. Letters, 1980, 5, № 2, p. 67.
- 20 Арутюнян А. Г., Ахманов С. А., Голяев Д. Д., Тункин В. Г., Чиркин А. С. — ЖЭТФ, 1973, 64, № 5, с. 1511.

Институт естественных наук Бурятского
филиала СО АН СССР

Поступила в редакцию
16 февраля 1982 г.

УДК 538.3

НИЖНИЕ ГРАНИЦЫ ДЛЯ ЗНАЧЕНИЙ РАССЕЯНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН НА МАЛЫХ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЧАСТИЦАХ СЛОЖНОЙ ФОРМЫ

B. P. Казанцев

Под малыми обычно подразумевают частицы с максимальным размером, значительно меньшим длины рассеиваемой волны в материале частицы [1]. Допустим также, что магнитная проницаемость вещества частицы, как это часто бывает, может быть принята равной единице, диэлектрическая же проницаемость ϵ вещественна, для определенности положим $\epsilon > 1$. Отметим, что сформулированные условия выполнены для большого числа практически важных случаев.

Дифференциальное сечение рассеяния электромагнитной волны может быть выражено через тензор поляризуемости α , связывающий дипольный момент \mathbf{p} , наводимый на частице электрическим полем \mathbf{E} электромагнитной волны, с вектором напряженности этого поля соотношением

$$\mathbf{p} = \alpha \cdot \mathbf{E}, \quad (1)$$

где точка между стоящими рядом векторами или тензорами обозначает свертку по паре внутренних индексов. Формулу для дифференциального сечения рассеяния монохроматической плоской линейно-поляризованной волны запишем в виде

$$d\sigma/d\Omega = \omega^4 c^{-4} \cdot \mathbf{n} \cdot \hat{\alpha}^2 \cdot \mathbf{n} \sin^2 \theta. \quad (2)$$

Здесь \mathbf{n} — единичный вектор поляризации электрического поля в падающей волне, ω — циклическая частота изменения поля в волне, θ — угол между направлениями волнового вектора рассеянной волны и вектора дипольного момента частицы, $d\Omega$ — элемент телесного угла

Используем тот факт, что если \hat{a} и \hat{b} — симметричные и положительно определенные матрицы, причем $\hat{a} > \hat{b}$ (т. е. $\hat{a} - \hat{b} > 0$ — положительно определенная матрица), то $\hat{a}^2 > \hat{b}^2$. Тогда, как это видно из соотношения (2), для оценки снизу величины $d\sigma/d\Omega$ достаточно найти нижнюю границу \hat{a} . Для этого можно воспользоваться результатом, полученным в работе [2]:

$$\hat{\alpha} \geq V(4\pi)^{-1} [\hat{N} + (\varepsilon - 1)^{-1} \hat{e}]^{-1}, \quad (3)$$

где V — объем частицы, \hat{e} — единичный тензор, \hat{N} — тензор деполяризации, определяемый с помощью следующих эквивалентных формул:

$$4\pi V \hat{N} = \int_V \nabla \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} dV' dV = \int \frac{dS d\mathbf{S}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}. \quad (4)$$

В первом интеграле интегрирование проводится дважды по объему частицы, а во втором — дважды по ее поверхности, \mathbf{r} обозначает радиус-вектор точки пространства, dS — векторный элемент площади поверхности. Подчеркнем, что \hat{N} — симметричный положительно определенный тензор с единичным следом [2]. Основная трудность использования неравенства (3) в практике — это вычисление тензора \hat{N} по формулам (4), ибо даже для частицы, имеющей форму эллипсоида, эта задача не относится к разряду простых [1].

Обсудим теперь характерные детали расчета \hat{N} и рассмотрим примеры. Как следует из свойств \hat{N} , в некоторой декартовой прямоугольной системе координат он представляется диагональной матрицей, стоящие на ее диагонали главные значения положительны, а их сумма равна единице. Вычисления \hat{N} упрощаются для частиц, имеющих ось симметрии выше третьего порядка. Выбрав эту ось в качестве одной из координатных осей, тензор \hat{N} можно привести к диагональному виду. Тогда главное значение, соответствующее оси симметрии, обозначим через N_{\parallel} , а через N_{\perp} — два других главных значения, которые совпадают и равны $N_{\perp} = 0,5(1 - N_{\parallel})$. В частности, для кругового цилиндра конечной длины

$$N_{\parallel} = y^{-1} [\Phi(0) - \Phi(y)], \quad (5)$$

где y — отношение половины длины цилиндра к его радиусу,

$$\Phi(y) = (4/3\pi)(1+y^2)^{1/2} [y^2 K(k) + (1-y^2) E(k)] - y \quad (6)$$

$K(k)$ и $E(k)$ — полные эллиптические интегралы, ассоциированные с модулем $k = (1+y^2)^{-1/2}$. (Таблицы $K(k)$ и $E(k)$ можно найти, например, в [3]). Для частицы, имеющей форму прямоугольного параллелепипеда с квадратным сечением (обозначим длину стороны квадрата a , а длину другой стороны — b), найдем

$$\begin{aligned} 2\pi N_{\parallel} &= 2x \ln \{(\sqrt{2+1})(\sqrt{2x^2+1}-x)[(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2x^2+1}+x)]^{-1}\} + \\ &+ 2x^{-1} \ln \{(\sqrt{2x^2+1}+x)(\sqrt{x^2+1}-x)[(\sqrt{2x^2+1}-x)(\sqrt{x^2+1}+x)]^{-1}\} + \\ &+ (4/3)x^2(2\sqrt{x^2+1}-\sqrt{2x^2+1}-1) + (4/3)(x-\sqrt{2}x+\sqrt{2x^2+1}- \\ &- \sqrt{x^2+1}) + 2 \operatorname{arctg} [(2x^2\sqrt{2x^2+1})(1+2x^2-x^4)^{-1}], \end{aligned} \quad (7)$$

где $x=a/b$; значение арктангенса в правой части соотношения (7) при изменении x в интервале $(0, \infty)$ выбирается из интервала $(0, \pi)$.

Таблица 1

	Тетраэдр	Куб	Октаэдр	Додекаэдр	Икосаэдр
$(a_s/a_i)^2$	1,2016	1,1396	1,1518	1,0706	1,0839

Для иллюстрации достаточно высокого и приемлемого для практики качества оценки (3) приведем значения отношения квадратов верхней и нижней границ поляризуемостей правильных многогранников, диэлектрическую проницаемость которых положим равной двум. Подчеркнем, что именно α^2 и определяет сечение рассеяния. При вычислении верхней границы α_s было использовано утверждение, следующее из результатов работы [2], а именно: поляризуемость любой диэлектрической частицы, обладающей симметрией куба, меньше поляризуемости любого сферического слоя того же объема, если сфера с радиусом, равным внешнему радиусу сферического слоя, объемлет область пространства, занимаемую частицей. Значение α_s найдено из нę-

равенства (3), в котором положено $\hat{N} = \hat{e}/3$, так как для любой частицы, имеющей симметрию куба, $\hat{N} = \hat{e}/3$. Как видно из таблицы, погрешность оценок сечений рассеяния электромагнитной волны на малых частицах в форме правильных многогранников не превышает 10%, т. е. эффективность таких оценок довольно высока, что позволяет предположить высокую эффективность оценки (3) и в других случаях.

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред — М: Гостехиздат, 1957, с. 379
- 2 Казанцев В. П. — Изв. вузов — Радиофизика, 1980, 23, № 5, с. 635
- 3 Янке Е., Эмде Ф., Леш Ф. Специальные функции — М: Наука, 1968, с. 118.

Красноярский государственный
университет

Поступила в редакцию
4 мая 1982 г.

УДК 537.874.6

ДИФРАКЦИЯ ВОЛНОВОГО ПУЧКА НА НЕЗАМКНУТОМ ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ ЭКРАНЕ

В. В. Веремей, Д. Г. Селезнев

Различные ленточные структуры находят широкое применение в антенной и волноводной технике (элементы резонаторов, отражатели, диафрагмы и др.) Задачи о дифракции плоской волны на ленточных структурах различного профиля решены рядом авторов [1—3]. В реальных условиях на структуру падает не плоская волна, а волновой пучок, поэтому представляет интерес решение задачи о дифракции волнового пучка на ленте, в данном случае на незамкнутом цилиндрическом экране. Такое исследование и проведено в данной работе.

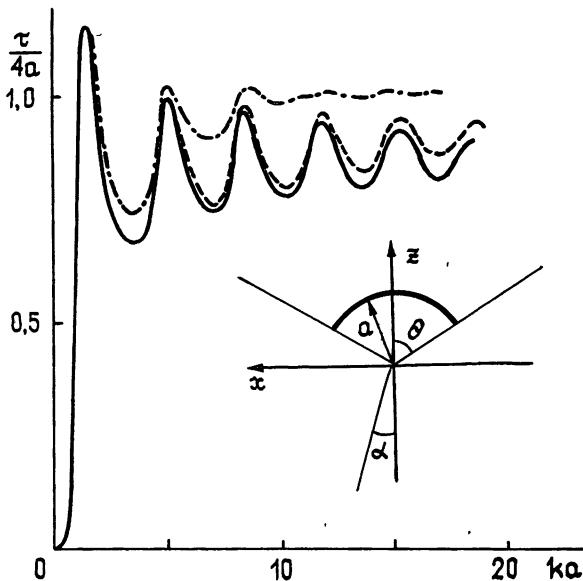


Рис. 1.

Рассматривается двумерная задача. Систему координат введем, как показано на рис. 1. Пусть волновой пучок бесконечен вдоль оси Oy , ограничен вдоль оси Ox и падает на структуру из области $z < 0$.

Представим поле волнового пучка в виде разложения в интеграл Фурье по плоским волнам:

$$H_y^n(x, z) = \int_{-\infty}^{\infty} F(\xi) \exp [ik(\xi x + z \sqrt{1 - \xi^2})] d\xi,$$