УДК 621.372.09

К ВОПРОСУ О ПОСТРОЕНИИ АСИМПТОТИЧЕСКИХ РЕШЕНИЙ В ОБЛАСТЯХ ПЕРЕКРЫТИЯ ПРИКАУСТИЧЕСКИХ ЗОН

А. С. Крюковский, Д. С. Лукин, Е. А Палкин

В работе [1] исследовалась задача о построении асимптотического решения в области образования связанных каустических структур типа каустического острия и гладкой каустики (рис 1а). Автору этой работы методом эталонных задач удалось выделить специальную функцию, описывающую структуру поля в окрестности таких прикаустических зон

$$G(\alpha, \beta, \gamma) = \int_0^\infty \frac{dt}{\sqrt{t}} \exp\left(-\frac{i}{2}\gamma t^2\right) \cos\left(\frac{t^3}{12} - \alpha t - \frac{\beta^2}{t} + \frac{\pi}{4}\right). \tag{1}$$

В связи с этой интересной работой нам бы хотелось обратить внимание на эффективность топологического подхода к решению задач подобного типа.

Если исходить из анализа топологической структуры лучевого семейства (рис. 1а), образующего данные каустики, то согласно классификации огибающих общего положения [2] рассматриваемая совокупность структур отвечает сечению трехмерной каустической «фокальной» структуры гиперболического типа (рис. 2), которая была исследована в [3, 4]. При этом, естественно, и специальная функция (1) оказывается ни чем иным, как частным видом стандартной спецфункции, предложенной там же, для описания двумерной фокусировки, которая была получена на основе анализа решения по методу канонического оператора В. П Маслова (КОМ) (такой подход в применении к задачам о построении асимптотических решений в зонах сложных каустик использован в [5]):

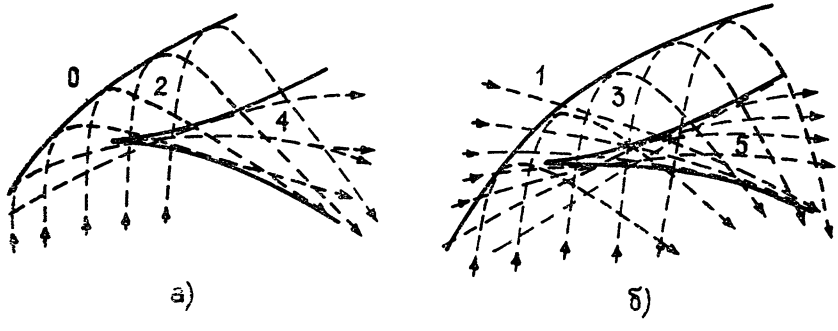

Рис. 1.

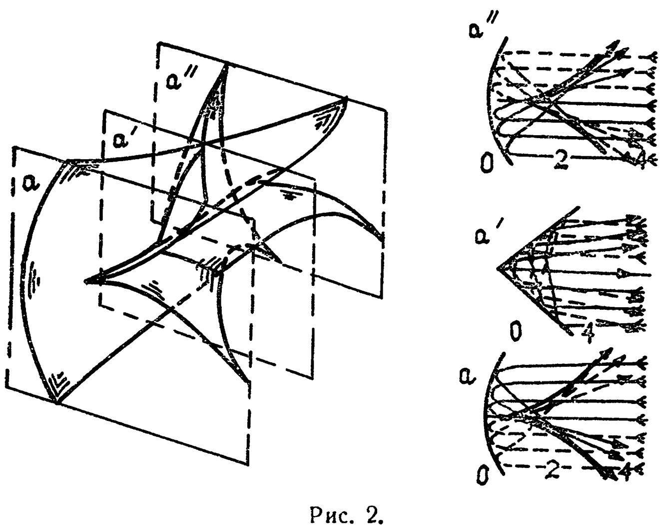

Рис. 2.

$$\Phi_+(X,\ Y,\ Z) = \int\int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left(i\left(t^2\tau + \tau^3 + \tau^2 Z + \tau Y + tX\right)\right) dt\,d\tau. \quad (2)$$

Нетрудно показать, что функции (1) и (2) совпадают с точностью до коэффициентов. Интегрирование в (2) по t приводит к результату [4]:

$$\Phi_+(X,\ Y,\ Z) = 2\sqrt{\pi}\,(12)^{-1/6}\,G\left(-Y(12)^{-1/3},\ (X/2)(12)^{1/6},\ -Z(18)^{-1/3}\right). \quad (3)$$

Анализ решений подобных задач при построении асимптотик в областях взаимодействующих каустических структур показывает, что очень часто они являются определенными сечениями пространствами меньшей размерности (точнее пространством физических координат задачи) особенностей фокусировки высших порядков (см, например, структуры, приведенные в [3,4]). Причем в этих ситуациях на основе метода КОМ легко выписываются соответствующие спецфункции, для которых разработаны эффективные и достаточно общие алгоритмы расчета [4]. Например, в задаче, рассматриваемой в работе [1], такое обобщение соответствует согласованному переходу в трехмерное пространство и введению дополнительного параметра фокусировки, по которому при переходе от (2) в (3) проведено интегрирование.

Рассмотренный топологический подход часто является необходимым для выявления различных типов взаимодействия отдельных каустических структур, не говоря уже о том, что число сечений особенностей высших порядков очень велико и решение каждой конкретной задачи без какой-либо систематизации было бы трудоемко. Например, структура каустик, представленная на рис. 1б, отличающаяся от рис. 1а лишь числом лучей в каждой зоне на единицу и схемой их касания, формально по определениям работы [1] не является взаимодействующей. Более детальный анализ показывает, что подобная каустическая структура может описываться единой функцией («деформацией» или «производящей функцией») и области перекрытия прикаустических зон находятся не в координатном пространстве, а в пространстве параметров. Спецфункция, отвечающая данному типу взаимодействия (одномерная фокусировка типа «бабочка»), имеет вид [3,4]

$$B(X,\ Y,\ Z,\ T) = \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left(i\left(t^6 + Tt^4 + Zt^3 + Yt^2 + Xt\right)\right) dt \quad (4)$$

и описывает структуру возникающего поля при $XZ<0$ в плоскости $X=\text{const}$, $Z=\text{const}$. Можно привести и другие примеры построения спецфункций на основе анализа топологии лучевого семейства. Причем могут взаимодействовать не только каустическое острие и простая каустика, но и более сложные структуры [6].

Мы надеемся, что указанные замечания к работе [1] и сделанный акцент на более детальный топологический анализ каустических образований будут способствовать более успешному решению многих аналогичных задач. Тем более, что в этом плане для сложных каустик существует хороший математический аппарат — классификация их на основе теории Арнольда — Тома [7] и алгоритмы расчета спецфункций [8].

ЛИТЕРАТУРА

1. Грикуров В. Э. — Изв. вузов — Радиофизика, 1980, 23, № 9, с 1039
2. Арнольд В И Математические методы классической механики — М: Наука, 1974, с 417
3. Лукин Д. С, Палкин Е. А. Тезисы докладов XII Всесоюзной конференции по распространению радиоволн — Томск, 1978, 2, с. 302.
4. Дронов И. Ф, Ипатов Е. Б., Лукин Д. С., Палкин Е. А — В сб. Распространение радиоволн в ионосфере.— М.: ИЗМИРАН, 1978, с. 57.
5. Лукин Д С., Палкин Е. А. — В сб. Теоретическое и экспериментальное исследование распространения декаметровых радиоволн.—М.: ИЗМИРАН, 1976, с 149.
6. Лукин Д. С., Палкин Е. А. — В сб. Распространение декаметровых радиоволн — М.: ИЗМИРАН, 1980, с. 37.
7. Арнольд В. И. — Функциональный анализ и его приложение, 1972, 6, № 3, с 61.
8. Лукин Д. С., Ипатов Е. Б., Палкин Е. А. — В сб Вопросы дифракции электромагнитных волн. — М.: МФТИ, 1982, с. 21.

Поступила в редакцию
17 марта 1982 г.