ЛИТЕРАТУРА

1 Лихтер Я. И — Радиотехника и электроника, 1956, 1, № 10, с 1295.
2. Горбачев А. А., Данилов В И. — Изв. вузов — Радиофизика, 1970, 13, № 1, с. 93.
3 Каган А М. — ДАН СССР, 1963, 153, № 3, с. 522.
4. Le Cam L. Proc III Berkeley Symposium on Math Statistics and Probability, 1956. part 1.
5 Горбачев А. А, Колданов А. П. — Радиотехника, 1979, 34, № 11, с. 35.
6 Каган А. М. — Труды МИАН, 1965, 79, с. 26.
7. Дынкин Е. Б. — Успехи математических наук, 1951, 6, № 1 (41), с. 68.

Научно-исследовательский радиофизиеский институт

Поступила в редакцию 6 июня 1981 г., после доработки 6 апреля 1982 г.

УДК 538 56

О ДИПОЛЬНОМ МОМЕНТЕ И ТЕНЗОРЕ ПОЛЯРИЗУЕМОСТИ МАЛЫХ ТЕЛ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ФОРМЫ

А. И. Сиротников

Известно, что для тел, характерные размеры которых меньше длины волны λ падающего поля, многие важные характеристики могут быть получены с помощью вектора полного дипольного момента $\boldsymbol{P}$ тела [1]:

$$\boldsymbol{P} = V\hat{\alpha}\boldsymbol{E}^{(e)}, \tag{1}$$

где V — объем тела, $\hat{\alpha}$ — тензор поляризуемости, $\boldsymbol{E}^{(e)}$ — напряженность внешнего электрического поля.

Как правило, дипольные моменты и соответствующие тензоры поляризуемости вычисляются благодаря связи $\hat{\alpha}$ с тензором $\hat{n}$ коэффициентов деполяризации [1]:

$$\hat{\alpha} = (1/4\pi)\,\hat{n}^{-1}.$$

Поскольку коэффициенты деполяризации, в свою очередь, строго вводятся лишь для эллипсоида [2], вычисление $\boldsymbol{P}$ и $\hat{\alpha}$ для тел неэллипсоидальной формы представляет значительные трудности [3]. Для цилиндрических дисков и стержней иногда пользуются формулами для $\hat{n}$ и $\hat{\alpha}$ сплюснутых или вытянутых вписанных сфероидов (для очень тонких стержней существует [1] приближенная формула), что приводит к большим расхождениям с экспериментом. Кроме того, неизвестна та степень «тонкости» цилиндра, начиная с которой приближение вписанного или бесконечно тонкого сфероида даст результат с заданной погрешностью.

Покажем, что в случае

$$\delta \ll a,\ l, \tag{2}$$

где δ — глубина проникновения поля, $2a$ и $2l$ — диаметр и длина цилиндра, можно получить несложные приближенные формулы для $\boldsymbol{P}$ и $\hat{\alpha}$.

Введем в рассмотрение сфероид из того же материала, что и цилиндр (для сфероида, следовательно, выполняется соотношение, аналогичное (2)), и предположим, что сфероид обладает тем же дипольным моментом, что и цилиндр, т е.

$$\boldsymbol{P}_{\text{сф}} = \boldsymbol{P}_{\text{ц}} \tag{3}$$

при выполнении условий:

1) площадь поверхности сфероида равна площади поверхности цилиндра;
2) соотношение полуосей сфероида равно соотношению a/l цилиндра.

Несмотря на достаточно очевидный характер делаемых предположений математического доказательства указанной эквивалентности нет, поэтому была проделана экспериментальная проверка, результаты которой будут приведены ниже

Свойства эквиареальности (п 1) и подобия (п. 2) позволяют однозначно определить параметры сфероида и, в частности, его объем Используя известные формулы для площадей поверхности сфероида и цилиндра, получаем

$$V_{\text{сф}} = 4\pi a^2 l \sigma^{3/2}, \tag{4}$$

где

$$\sigma = (a/l + 2)/(a/l + \nu)$$

— квадрат отношения толщины сфероида к длине цилиндра,

$$\nu = \begin{cases} [(a/l)^2 - 1]^{-1/2} \ln \{[(a/l)^2 - 1]^{1/2} + a/l\} & \text{при } a > l \\ [1 - (a/l)^2]^{-1/2} \arccos (a/l) & \text{при } a < l \end{cases}.$$

Исходя из предполагаемого равенства (3) и выражения (4), получаем

$$P_{\text{ц}} = (2/3)\, \sigma^{3/2}\, V_{\text{ц}} \hat{\alpha}_{\text{сф}} E^{(e)}. \tag{5}$$

Сравнивая (1) и (5), видим, что тензору поляризуемости цилиндра можно приписать значение

$$\hat{\alpha}_{\text{ц}} = (2/3)\, \sigma^{3/2} \hat{\alpha}_{\text{сф}}.$$

Очевидно также, что можно ввести и тензор $\hat{n}_{\text{ц}}$ коэффициентов деполяризации цилиндра:

$$\hat{n}_{\text{ц}} = (3/2)\, \sigma^{-3/2} \hat{n}_{\text{сф}}, \tag{6}$$

где $\hat{n}_{\text{сф}}$ — тензор коэффициентов деполяризации любого подобного сфероида. Поскольку подобным является также и вписанный сфероид, то $\hat{n}_{\text{сф}}$ в (6) можно рассчитывать по известным формулам [1], заменив соответствующие оси сфероида диаметром и длиной цилиндра.

В основу экспериментальной проверки было положено соотношение [1]

$$M = [P, E^{(e)}],$$

где M — момент пондеромоторных сил, действующих на тело, помещенное в поле $E^{(e)}$. Момент определялся абсолютным способом по методу Каллена [4], основанному на инвариантности действия для электромагнитного резонатора при его адиабатической деформации. Расхождение рассчитанных по приведенным формулам значений M с измеренными для алюминиевых дисков ($2a = 10-20$ *мм*, $2l = 1$ *мм*, $\lambda = 10$ *см*) лежит в пределах погрешности эксперимента (3%). При расчете по известному способу замена цилиндров вписанными сфероидами приводит к расхождению $(\sigma^{3/2} - 1)100\%$. Отметим, что и в ранее выполненных работах [5] перерасчет по новым формулам приводит к совпадению с экспериментом. В связи с тем, что $\delta \sim (\lambda/g)^{1/2}$, где g — проводимость, можно ожидать хорошего совпадения результатов расчета с экспериментом в широком диапазоне частот и для различных проводящих материалов.

График для $\sigma^{3/2}$ в зависимости от соотношения a/l приведен на рисунке.

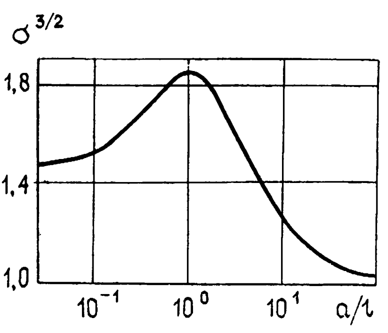

Рис. 1.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. — М.: Физматгиз, 1959.
2. Зоммерфельд А. Электродинамика. — М.: ИЛ, 1958.
3. Рамм А. Г. — Изв. вузов — Радиофизика, 1971, **14**, № 4, с. 613.
4. Cullen A. L. — Proc. IEE, 1952, **99**, part 4, p. 122.
5. Валитов Р. Р., Жилков В. С., Магда А. Н. и др. — В кн.: Радиотехника. — Харьков: Гос. ун-т, 1971, вып. 17, с. 80.

Харьковский институт
радиоэлектроники

Поступила в редакцию
6 июля 1981 г.,
после доработки
16 апреля 1982 г.