

УДК 621 3 032 266

БЛИЖНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ В ИНТЕНСИВНЫХ ЭЛЕКТРОННЫХ ПУЧКАХ

В. А. Варенцов, В. Н. Мануилов, Ш. Е. Цимринг

Рассмотрены два варианта траекторного анализа аксиально-симметричных электронных потоков, допускающие значительное сокращение масштабов дискретизации пучка без существенного увеличения времени счета. Методы базируются на отдельном вычислении полей зарядов пучка, расположенных в ближней окрестности точки наблюдения. Приведены результаты траекторного анализа винтовых электронных пучков, указывающие на необходимость учета ближнего взаимодействия при наличии регулярных пересечений электронных траекторий и областей сужения электронных пучков.

Поле пространственного заряда может вызывать сильные возмущения криволинейных траекторий частиц в электронных потоках. Подробно соответствующие эффекты исследованы в интенсивных винтовых электронных пучках (ВЭП), где они приводят к значительному возрастанию разброса осцилляторных скоростей [¹⁻³]. Ослабление этого фактора путем коррекции геометрии электродов и распределения магнитного поля открывает возможности повышения тока и выходной мощности соответствующих приборов. Однако неадиабатическое распределение поля объемного заряда усложняет проведение подобной оптимизации. Необходимые детали в конкретных случаях, по-видимому, может дать только численный траекторный анализ. Указанные эффекты объемного заряда в ряде случаев носят характер пространственного резонанса [^{2, 4}]. Поэтому при выборе вычислительных алгоритмов определяющей является возможность расчета протяженных пучков, на длине которых укладывается много периодов траекторий.

В предыдущей работе [⁵] описана методика траекторного анализа ВЭП, отличающаяся введением трех вспомогательных сеток, покрывающих область пучка, для расчета электростатического поля. Одна из них является сеткой потенциала, а две другие с мелким и крупным шагом — сетками пространственного заряда. Это позволяет путем отдельного учета в точке наблюдения полей ближних и удаленных зарядов существенно сократить время вычисления кулоновского поля пучка, что составляет основную часть машинного времени. Последнее становится практически линейной (а не квадратичной) функцией длины пучка. Масштаб дискретизации электронного пучка в такой модели определяется шагом мелкой сетки пространственного заряда, который должен быть малым по сравнению с толщиной пучка и достаточно большим для сохранения в разумных пределах времени счета и объема оперативной памяти. Как показала практика численного анализа ВЭП при длине анализируемой области, не превышающей 10 периодов, и шаге ячейки порядка 1/5 средней толщины пучка время счета и погрешности достаточно малы для ЭВМ класса БЭСМ-6.

Однако в некоторых ситуациях упомянутая модель недостаточна. На рис. 1 показаны электродная система и траектории, образующие области скрещенния траекторий, в которых толщина пучка намного мень-

ше средней. При шаге сетки, малом по сравнению с толщиной пучка в «фокусах», объем оперативной памяти и время счета недопустимо возрастают. Наоборот, при крупном шаге с масштабом, близким к средней толщине пучка, влияние полей объемного заряда в «фокусах» практически учитываться не будет.

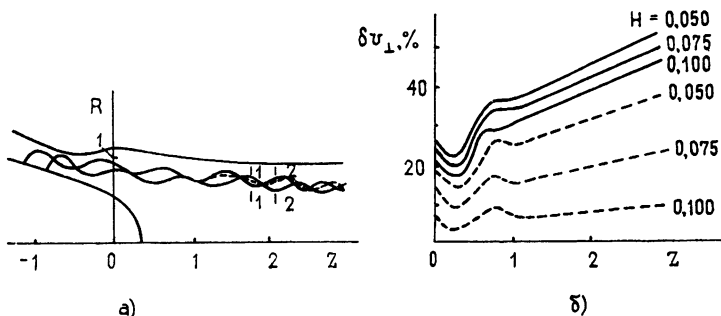


Рис. 1. а) Электронные траектории в МИП МЦР, $t_j = 0,1$.
 б) Распределение разброса осцилляторных скоростей по длине системы для половинной ширины эмиттера.

Ниже развита методика учета ближних полей, которая позволяет не только обойтись без уменьшения шага вспомогательных сеток, но и увеличить последние. Рассмотрены два варианта учета электрического поля объемного заряда. Проведен траекторный анализ систем формирования ВЭП, позволивший оценить влияние ближних полей на скоростной разброс и другие параметры пучков.

1. РАСЧЕТ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ

1-й вариант. Электрическое поле представим в виде

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_c + \mathbf{E}_{\text{бл.}} \quad (1)$$

Первое слагаемое \mathbf{E}_c — «сеточное» поле — вычисляется в точках траекторий по значениям потенциала в узлах сетки потенциалов, $\mathbf{E}_{\text{бл.}}$ — поле зарядов, находящихся на траекториях в ближайшей окрестности точки наблюдения (см. ниже).

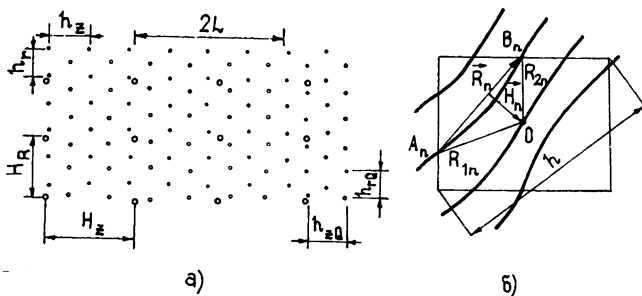


Рис. 2.

Для расчета \mathbf{E}_c введем три вспомогательные сетки, покрывающие область пучка (соответствующая методика развита в [5]). На рис. 2а точками обозначены узлы сетки потенциалов (сетка 1, шаги h_r, h_z), маленькими кружками — узлы мелкой сетки пространственного заряда (сетка 2) и крупными кружками — узлы крупной сетки пространственного заряда (сетка 3, шаги H_R, H_Z). В узлы сетки 2 помещаются кольцевые заряды, равные суммарному заряду от всех трубок тока, заклю-

ченных внутри соответствующей ячейки мелкой сетки. То же относится и к сетке 3.

Потенциал дискретных кольцевых зарядов в некотором узле (r_A, z_A) сетки 1 легко представить в виде суммы трех слагаемых:

$$2\pi^2\epsilon_0 U(r_A, z_A) = \sum_{i=1}^N \frac{Q_i K(t_i)}{\sqrt{(r_A + r_i)^2 + (z_A - z_i)^2}} +$$

$$+ \sum_{m=1}^{M_L} \frac{Q_m K(t_m)}{\sqrt{(r_A + r_m)^2 + (z_A - z_m)^2}} +$$

$$+ \sum_{p=1}^P \frac{Q_p K(t_p)}{\sqrt{(r_A + r_p)^2 + (z_A - z_p)^2}}, \quad (2)$$

где $t_{i, m, p} = \frac{4r_A r_{i, m, p}}{(r_A + r_{i, m, p})^2 + (z_A - z_{i, m, p})^2}$; K — полные эллиптические

интегралы 1-го рода; Q_i — вспомогательные кольцевые заряды, размещенные по методу Овчарова [6] в точках $r_i z_i$ за электродами; Q_m — кольцевые заряды, помещаемые в узлы сетки 2 и рассчитываемые по стандартной итерационной методике; Q_p — кольцевые заряды в узлах сетки 3. Вторая сумма распространена только на те заряды сетки 2, которые лежат внутри области $z = z_A \pm L$ (L — полуширина области подробного учета пространственного заряда [5]). Третья сумма берется по крупным зарядам, лежащим в узлах сетки 3 за пределами области $z = z_A \pm L$. Вспомогательные заряды Q_i вычисляются на каждой итерации по Q_m и Q_p , определенным на предыдущей итерации, и краевым условиям 1-го рода. При расчете Q_i задаваемые потенциалы на электродах также представляются в виде (2).

Электрическое поле E_c в точках траектории рассчитывается по значениям потенциала в узлах сетки 1 с помощью 9-точечных конечно-разностных отношений. Анализ [5] показал, что время счета в значительной мере определяется величинами шагов сеток 1 и 2. Когда толщина пучка близка к характерному размеру пульсаций электронов R_{Π} (в частности, для ВЭП — ларморовскому радиусу), шаги сеток должны быть порядка $(1/2 \div 1/3)R_{\Pi}$. При этом поле E_c с достаточной точностью определяет соответствующие параметры периодических пучков. При наличии «фокусов» (траектории типа рис. 1) и сохранении прежних величин шагов сеток 1 и 2 поле E_c недостаточно для выяснения деталей ближних взаимодействий (ср. рис. 4).

Ближнее поле $E_{6л}$ вычисляется как электрическое поле кольцевых зарядов, лежащих внутри ячейки, центр которой совпадает с точкой наблюдения (т. е. перемещается по траектории), а шаг близок к шагу сетки потенциалов. Кольцевые заряды, входящие в указанную ячейку, располагаются непосредственно на центральных траекториях трубок тока через равные временные интервалы. На рис. 26 показана соответствующая ячейка; размеры ячейки таковы, что $h \ll r_0$, где h — диагональ подвижной ячейки (рис. 26), r_0 — радиус точки наблюдения. Нетрудно показать (см. Приложение), что при этом условии $E_{6л}$ мало отличается от поля линейных зарядов одинаковой плотности, помещаемых в те же точки на траекториях, где расположены кольцевые заряды. Указанное обстоятельство существенно упрощает расчет ближнего поля. Еще большее упрощение достигается заменой суммарного поля зарядов на дуге $A_n B_n$ n -й траектории (рис. 26) полем плоской заряженной ленты, проходящей через точки A_n и B_n перпендикулярно плоскости $O A_n B_n$

(рис. 26). При этом исключается особенность в зависимости поля от расстояния траектории $A_n B_n$ до точки наблюдения O .

Для описания положения плоской ленты относительно точки наблюдения O достаточно знать координаты точек пересечения A_n и B_n соответствующей траектории с границами подвижной ячейки. Ближнее поле определяется равенством

$$E_{6л} = \sum_{n=1}^N E_{6л}^{(n)} = \sum_{n=1}^N \left(E_H^{(n)} \frac{H_n}{H_n} + E_R^{(n)} \frac{R_n}{R_n} \right). \quad (3)$$

Здесь N — число трубок тока, пересекающих подвижную ячейку; H_n и R_n — вспомогательные величины, относящиеся к n -й трубке тока (рис. 26):

$$E_H^{(n)} = (\sigma/2\pi\epsilon_0) \varphi_n, \quad E_R^{(n)} = (\sigma/2\pi\epsilon_0) \ln(R_{1n}/R_{2n}), \quad (4)$$

где σ — поверхностная плотность заряда, R_{1n} и R_{2n} — длины отрезков OA_n и OB_n соответственно, φ_n — угол, под которым из O виден отрезок $A_n B_n$. Зная координаты точек O , A_n и B_n , легко вычислить $E_H^{(n)}$, $E_R^{(n)}$ и $E_{6л}$. На первый взгляд поле ближних зарядов учитывается дважды (хотя и с разной точностью). Однако, поскольку заряды в узлах мелкой сетки дают приблизительно одинаковый потенциал в ближайших к ним узлах сетки потенциалов (при симметричном расположении относительно друг друга обеих сеток), «сеточное» поле ближних зарядов относительно невелико. Это означает, что при вычислении E_c производится его усреднение по масштабу сетки потенциалов, исключаящее возникновение сильных «мелкомасштабных» полей. Если поля ближних зарядов невелики (трубки тока достаточно равномерно заполняют подвижную ячейку), то «сеточное» поле ΔE_c ближних зарядов мало отличается от $E_{6л}$. Однако в этом случае влияние обоих слагаемых ΔE_c и $E_{6л}$ приводит лишь к малым возмущениям электронных траекторий.

Для вычисления $E_{6л}$ по (3) и (4) необходимо располагать координатами точек A_n и B_n на каждом шаге интегрирования уравнений движения. С этой целью, начиная с той итерации, которая предшествует началу учета ближнего поля, и на всех последующих итерациях формируется $2N$ одномерных массива (N — число трубок тока), числами которых являются координаты z и r зарядов, расположенных через интервалы, соответствующие J шагам траекторий. В указанных массивах, таким образом, хранятся координаты зарядов на траектории, каждый из которых равен заряду участка трубки тока длиной в J шагов. Для нахождения координат точки пересечения некоторой траектории с границами подвижной ячейки организуется поиск номеров тех зарядов из упомянутых массивов, которые лежат в заданной окрестности движущихся границ. Поиск выполняется по невязке, равной разности z координат зарядов и точки наблюдения.

Соответствующая программа вычисления $E_{6л}$ легко может быть оформлена в виде дополнения к основной программе траекторного анализа, базирующейся на расчете E_c .

2-й вариант. Цилиндрические поверхности $r = \text{const}$ и плоскости $z = \text{const}$ разбивают область пучка на квадратные ячейки (в меридианных плоскостях) со стороной H . Кроме того те же плоскости $z = \text{const}$ делят область пучка на зоны. На линиях тока через одинаковые временные интервалы расставляются кольцевые заряды q_1 . В центрах квадратных ячеек размещаются кольцевые заряды q_2 , величины которых составлены зарядами q_1 в соответствующих ячейках. Заряды q_2 , попадающие в каждую зону, объединяются в точечный заряд q_3 , распо-

женный в их «центре масс». По такому же правилу заряды q_3 нескольких зон (порядка десяти) объединяются в крупный заряд q_4 . Масштаб дискретизации пучка в этой модели определяется зарядами q_1 , расположенными на траекториях. Остальные заряды (q_2, q_3, q_4) служат для ускорения счета.

Электрическое поле, как и в предыдущем варианте, представляется в виде (1). Для вычисления используются две сетки потенциалов с совпадающими узлами, лежащими в узлах квадратных ячеек (рис. 3).

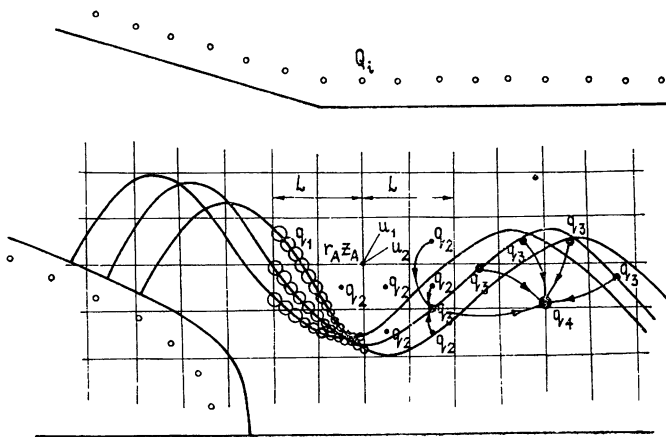


Рис. 3.

В узлах одной из сеток запоминаются потенциалы U_1 , создаваемые вспомогательными зарядами за электродами и пространственным зарядом тех частей пучка, которые лежат за пределами области $z = z_A \pm L$ (рис. 3). При этом используется крупномасштабное представление пучка в виде зарядов q_3 или q_4 .

Потенциалы в узлах второй сетки вычисляются как суммы вида

$$U_2 = U_1 + U_{q_2}, \quad (5)$$

где U_{q_2} — суммарный потенциал зарядов q_2 , лежащих внутри областей $z = z_A \pm L$; U_1, q_3, q_4 и Q_i вычисляются на одной или двух первых итерациях и на последующих сохраняются неизменными*. E_c вычисляется по U_2 с помощью четырехточечной схемы.

$E_{6л}$ рассчитывается как суммарное поле зарядов q_1 , находящихся в общей с точкой наблюдения ячейке. При этом заряды считаются не бесконечно тонкими кольцами, а прямолинейными цилиндрами конечной толщины (см. Приложение). Толщина зарядов (диаметр цилиндров) меняется от зоны к зоне и полагается равной толщине пучка, деленной на число трубок тока (рис. 3).

При расстановке зарядов q_1 на траекториях и их нумерации запоминаются и хранятся в оперативной памяти номера крайних зарядов в каждой из зон. Это существенно упрощает поиск зарядов q_1 , учитываемых при вычислении $E_{6л}$ (исключается поиск по координате z).

Аналогично варианту 1 при данной схеме вычисления электрического поля также исключен двойной учет полей ближних зарядов, так как вычисленное по четырехточечной схеме по U_2 поле заряда q_2 , лежащего в центре ячейки, внутри данной ячейки близко к нулю.

* Траектории на последующих итерациях меняются слабо, что, естественно, мало изменяет поле дальних зарядов.

Упрощенный поиск ближних зарядов, а также разделение потенциала на постоянную и переменную части в виде (5) обеспечивают второму варианту некоторый выигрыш во времени счета. Отметим, однако, что в отличие от первого варианта здесь область пучка, которая дает вклад в ближнее поле, не перемещается вместе с точкой наблюдения, а совершает скачки по мере перехода траектории из одной ячейки пространственного заряда в соседнюю. Кроме того, ячейки в общем располагаются несимметрично относительно точек наблюдения. Тем не менее численные эксперименты указывают на то, что соответствующие погрешности невелики. В частности, результаты анализа одной и той же системы обоими методами совпадают с хорошей точностью.

2. РЕЗУЛЬТАТЫ ТРАЕКТОРНОГО АНАЛИЗА

Ниже представлены результаты траекторного анализа двух систем формирования ВЭП. Система рис. 1 с четко выраженными «фокусами» рассчитывалась с использованием обоих вариантов.

1. На рис. 1 показаны полученные первым вариантом метода траектории электронов при $t_j=0,1^*$. Сплошные линии — траектории, рассчитанные на базе E_c , пунктирные — с учетом ближнего взаимодействия. Средняя осцилляторная скорость в конце расчетной области пучка в обоих случаях одинакова и равна $\bar{v}_\perp=0,43$ (безразмерные единицы определены в [4]). Отметим, что при $t_j=0$ $\bar{v}_\perp=0,46$. Разброс осцилляторных скоростей без учета и с учетом ближнего взаимодействия соответственно составляет 29 и 37% (при $t_j=0$ $\delta v_\perp=10\%$). Распределение осцилляторных скоростей по ширине эмиттера показано на рис. 4а. Таким образом, ближние взаимодействия при малом параметре пространственного заряда дают сравнительно небольшое увеличение скоростного разброса, даже когда имеются четко выраженные и периодически повторяющиеся сужения электронного пучка. При расчетах использовалось 12 трубок тока. Шаги мелкой сетки в масштабе, соответствующем рис. 1, составляли $h_r=0,05$ и $h_z=0,08$. Время счета (ЭВМ БЭСМ-6, язык АЛГОЛ—ГДР) без учета и с учетом ближнего взаимодействия соответственно 15 мин (две итерации) и 40 мин (две первые итерации без учета $E_{6л}$ и две последующие итерации с учетом $E_{6л}$).

2. На рис. 4б представлено распределение осцилляторных скоростей по трубкам тока, полученное на основе второго варианта. Рассчитывалась система рис. 1, но с половинной шириной эмиттера и соответственно удвоенной плотностью тока ($t_j=0,2$) при различных величинах шага сетки H . Использовалось 6 трубок тока. Пунктирные и сплошные линии соответствуют отбрасыванию и учету $E_{6л}$. Согласно рис. 4б учет ближних взаимодействий даже для наиболее мелкой сетки ($H=0,05$) увеличивает скоростной разброс в 1,5 раза (с 35 до 53%). С ростом H скоростной разброс, вычисленный без учета $E_{6л}$, быстро убывает, тогда как при учете $E_{6л}$ он практически не меняется. Время счета как функция шага сетки имеет минимум. При $H=0,05$ время t , затрачиваемое на 1-й вариант (три первые итерации без учета $E_{6л}$ и три последующие с учетом $E_{6л}$), составляет 11 мин. При $H=0,075$ t снижается до 10 мин, а затем снова возрастает до 12 мин при $H=0,100$. Указанный эффект обусловлен различной зависимостью от H времени вычисления E_c и $E_{6л}$. Последнее растет примерно квадратично по H и при достаточно больших H становится доминирующим.

На рис. 5а, 5б показано распределение по радиусу радиальной компоненты электрического поля при различных параметрах сетки без учета ближнего поля (пунктирная кривая) и при учете $E_{6л}$ (сплошная

* t_j — отношение тока пучка к ленгмюровскому току безмагнитного диода, образованного электродами пушки.

кривая). Распределение на рис. 5а относится к узкому сечению пучка 1—1 (рис. 1), а на рис. 5б — к широкому сечению 2—2. Рисунки хорошо иллюстрируют значение учета ближних взаимодействий при сближении шага сетки с толщиной пучка.

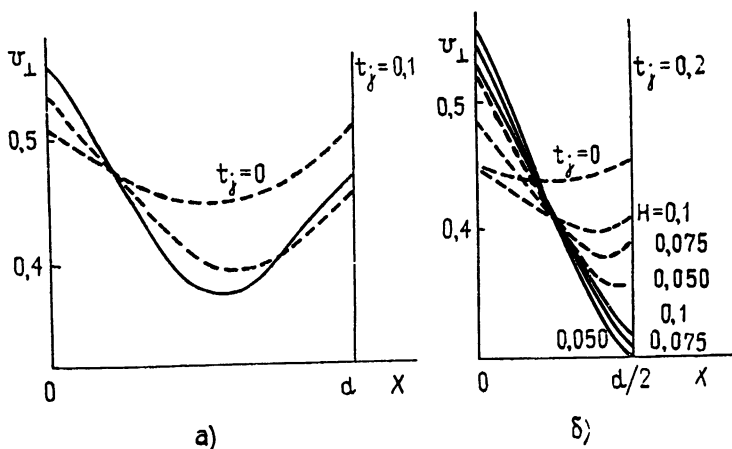


Рис. 4.

На рис. 1б изображено распределение скоростного разброса по длине системы, вычисленное для различных параметров без учета и с учетом E_{6a} (соответственно пунктирные и сплошные линии). Как видно из рис. 1а, б, во всей анализируемой области имеет место упорядоченное пересечение электронных траекторий и монотонное нарастание скоростного разброса. Вновь кривые иллюстрируют последовательное приближение с уменьшением H расчетной величины скоростного разброса, вычисленной без учета E_{6a} , к величинам, рассчитанным по полному полю.

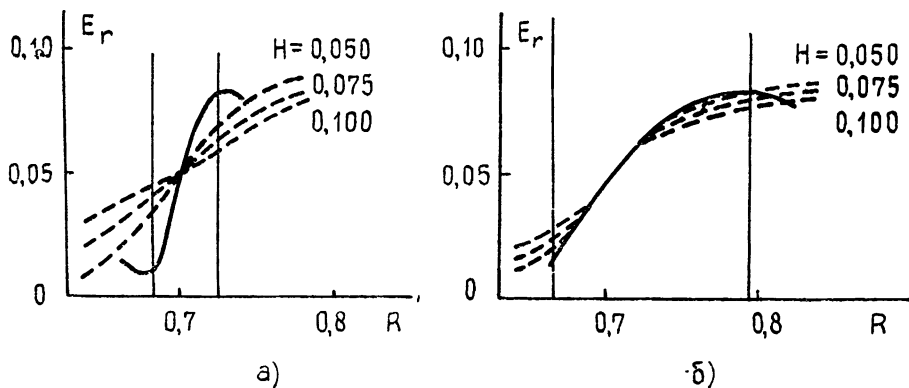


Рис. 5.

3. Первый вариант описанной методики был применен к анализу системы, формирующей ламинарный пучок, в котором не действует механизм резонансного нарастания скоростного разброса [4, 5]. Расчет показал, что в этом случае учет ближнего взаимодействия мало существен. Так, при $t_j=0,1$ и $E=E_c \delta$ $v_{\perp} = 5\%$. При учете E_{6a} $\delta v_{\perp} = 5,4\%$, т. е. практически не меняется.

Описаны два варианта численного анализа аксиально-симметричных электронных пучков, учитывающие ближнее поле пространственно-го заряда. Метод использован для траекторного анализа магнетронно-

инжекторных пушек МЦР, формирующих винтовые пучки с пересекающимися траекториями. Судя по полученным результатам, предложенная методика обеспечивает детальный учет ближних взаимодействий в протяженных пучках при сравнительно малых затратах машинного времени.

Анализ показывает, что учет ближних взаимодействий целесообразен в двух случаях, а именно:

а) при использовании сетки объемного заряда с достаточно крупным шагом, чем достигается существенная экономия машинного времени;

б) при больших величинах пространственного заряда ($t_j > 0,2$) и наличии периодически чередующихся областей скрещения электронных траекторий.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Электрическое поле эквивалентных кольцевых и линейных зарядов

Ниже приведено сравнение электрического поля кольцевых зарядов и эквивалентных (имеющих одинаковую с первыми погонную плотность заряда) линейных зарядов. Пусть Q — полный заряд кругового кольца радиуса r_Q с центром в точке z_Q . Тогда плотность заряда $Q_L = Q/2\pi r_Q$. Компоненты электрического поля эквивалентного линейного заряда равны

$$\begin{aligned} E_r &= Q(r - r_Q)/4\pi^2\epsilon_0 r_Q [(r - r_Q)^2 + (z - z_Q)^2], \\ E_z &= Q(z - z_Q)/4\pi^2\epsilon_0 r_Q [(r - r_Q)^2 + (z - z_Q)^2]. \end{aligned} \quad (6)$$

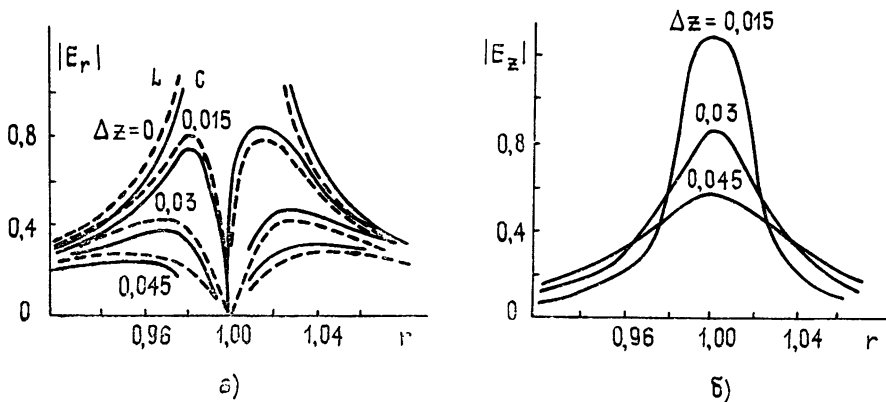


Рис 6. Зависимость радиальной (а) и продольной (б) компонент электрического поля линейного и кольцевого зарядов от радиуса точки наблюдения.

Численное сравнение (6) с аналогичными величинами для кольцевых зарядов, которые легко получаются из выражений, входящих в (2), иллюстрируется рис. 6а и 6б, где представлена зависимость E_r и E_z от координат точки наблюдения r, z (приняты $r_Q = Q = 1$). Индексы «С» и «L» относятся к кольцевым и линейным зарядам соответственно. Как видно, z -компоненты практически совпадают. Абсолютная разность радиальных компонент слабо зависит от положения точки наблюдения. Однако относительная разность является возрастающей функцией $|r - r_Q|$ и при $|r - r_Q| \sim 0,1 r_Q$ достигает 0,25.

Отметим, что для исследования влияния ближних взаимодействий указанная погрешность, взятая в качестве максимальной, вполне допустима.

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Авдошин Е. Г. и др.—Изв вузов—Радиофизика, 1973, 16, № 2, с 605
- 2 Гольденберг А. Л., Петелин М. И.—Изв вузов—Радиофизика, 1973, 16, № 1, с 121.
- 3 Цимринг Ш. Е.—Изв. вузов—Радиофизика, 1972, 15, № 8, с. 1247
- 4 Мануилов В. Н., Цимринг Ш. Е.—Электронная техника Сер. 1, Электроника СВЧ, 1977, № 4, с. 17.
- 5 Мануилов В. Н., Цимринг Ш. Е.—Изв вузов—Радиофизика, 1981, 24, № 4, с 491
- 6 Вашковский В. А., Овчаров В. Т.—Электронная техника Сер. 1, Электроника СВЧ, 1971, № 9, с. 32.

Институт прикладной физики
АН СССР

Поступила в редакцию
23 октября 1981 г.

CLOSE-RANGE INTERACTIONS IN INTENSIVE ELECTRON BEAMS

V. A. Varentsov, V. N. Manuilov, Sh. E. Tsimring

The authors consider two variants of the trajectory analysis of axially-symmetrical electron beams admitting a considerable reduction of the beam discretization scales without a noticeable increase of the time of calculation. The methods are based on a separate calculation of the beam charge fields located in the close vicinity of the point of observation. The results of the trajectory analysis of screw electron beams are presented, which show that it is necessary to take into account the close-range interaction in the presence of regular crossing of electron trajectories and regions of electron beam narrowing.

ИНФОРМАЦИЯ О НОВЫХ КНИГАХ

Альвен Х. Космическая плазма: Пер с англ.—М.: Мир, 1983.—14 л., ил.

Имя выдающегося шведского ученого, лауреата Нобелевской премии и иностранного члена АН СССР хорошо известно советским читателям. Его новая книга охватывает широкий круг проблем физики межпланетного пространства, астрофизики, космологии, в которых важную роль играет космическая плазма. Автор затрагивает также вопросы формирования солнечной системы и происхождения космических лучей. Особенностью книги является упор на физические принципы и простоту и доступность изложения, а не на строгость математических методов.

Для специалистов, аспирантов и студентов—физиков, астрофизиков, геофизиков.

Кокс Дж. Теория звездных пульсаций: Пер. с англ.—М.: Мир, 1983.—25 л., ил.

Пульсации звезд, с которой связана переменность их блеска,—одна из интереснейших проблем астрофизики. Недавно открытые пульсации Солнца значительно увеличили интерес астрономов и физиков к этой проблеме.

Автор, профессор Колорадского университета (США), подробно рассмотрел классификацию переменных звезд, внутреннее строение и перенос энергии в пульсирующих звездах, линейную теорию звездных колебаний, радиальные колебания—adiaбатические и неadiaбатические,—современную трактовку теории нерадиальных колебаний.

Для астрономов, физиков, математиков и механиков, занимающихся теорией колебаний,—специалистов и студентов старших курсов.
