ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

Том XXV, № 10 РАДИОФИЗИКА 1982

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ И ПИСЬМА В РЕДАКЦИЮ

УДК 533.9+538.691

ДРЕЙФОВАЯ ТЕОРИЯ ДВИЖЕНИЯ ЗАРЯЖЕННОЙ ЧАСТИЦЫ В ВЫСОКОЧАСТОТНОЙ ВОЛНЕ В СЛУЧАЕ КОНЕЧНОГО ЛАРМОРОВСКОГО РАДИУСА

В. П. Милантьев, У. А. Мофиз

Изучение движения заряженной частицы в электромагнитных полях основывается на возможности разделения «быстрых» и «медленных» пространственно-временных масштабов. В таких условиях усредненное воздействие высокочастотного (ВЧ) поля на частицу оказывается потенциальным как в квазистационарном электромагнитном поле [1, 2], так и в поле плоских электромагнитных волн [3]. Последовательная релятивистская теория взаимодействия частицы с квазимонохроматическими волнами в присутствии сильного магнитного поля строится по общей схеме метода усреднения многопериодных систем уравнений [4]. Было отмечено, что усредненное движение частицы в ВЧ поле описывается формулами усреднения второго приближения, поскольку ВЧ поправки в уравнениях первого приближения обращаются в нуль. В настоящей работе показано, что этот вывод справедлив лишь в случае квазипродольного (по отношению к сильному магнитному полю) распространения волны, когда ларморовский радиус частицы мал по сравнению с «поперечной» длиной волны. Получены усредненные уравнения движения частицы в первом приближении в случае конечного ларморовского радиуса, сравнимого с длиной волны.

1. Уравнения движения частицы в электромагнитном поле $E = E_0(r, t) + E_\sim$, $B = B_0(r, t) + B_\sim$ имеют вид многопериодной системы уравнений

$$dr/dt = v_\parallel e_1 + v_\perp (e_2 \cos\psi_0 + e_3 \sin\psi_0) = v,$$

$$\frac{dp_\parallel}{dt} = f_\parallel \equiv a_0 + \Bigg(a_1 \exp(i\psi_0) + a_2 \exp(2i\psi_0) + \\ + \sum_{\substack{1 < s < N \\ -\infty < n,\, n_1 < \infty}} a_{3s}^{nn_1} \exp\{i[\psi_s + (n + n_1)\psi_0]\} + \text{к. с.}\Bigg), \tag{1}$$

$$dp_\perp/dt = f_\perp, \qquad d\psi_0/dt = \omega_0 + A_0, \qquad d\psi_s/dt = \nu_s + A_s.$$

Здесь приняты стандартные обозначения релятивистской дрейфовой теории [2, 4]. Поля B_0, E_0 являются медленно меняющимися, причем B_0 считается сильным, а E_0 — «слабым». $B_\sim$, $E_\sim$ — ВЧ поля, которые рассматриваются в виде конечного числа квазимонохроматических волновых пакетов:

$$\left.\begin{matrix} E_\sim(t, r) \\ B_\sim(t, r) \end{matrix}\right\} = \sum_{1 < s < N} \left.\begin{matrix} E_s(r, t) \\ B_s(r, t) \end{matrix}\right\} \exp(i\theta_s) + \text{к. с.}, \tag{2}$$

к. с. означает комплексное сопряжение.

Быстрые фазы (эйконалы) θ_s волновых пакетов (2) связаны с фазами ψ_s в уравнениях (1) соотношением

$$\psi_s = \theta_s - (v_\perp/\omega_0)\, k_s (e_2 \sin\psi_0 - e_3 \cos\psi_0). \tag{3}$$

Формула (3) позволяет уничтожить в уравнениях для фаз волновых пакетов большие члены порядка ε^{-1}, содержащие быстрые фазы (ε — малый параметр дрейфовой теории [2, 4]). Такие члены возникают в случае конечного гирорадиуса частицы, когда $k_\perp a \sim 1$ (здесь a — гирорадиус частицы, $k_\perp$ — поперечное волновое число).

Локальный волновой вектор $\boldsymbol{k}_s$ и частота ω_s волнового пакета определяются известными формулами

$$\omega_s(\boldsymbol{r}, t) = -\partial\theta_s/\partial t, \qquad \boldsymbol{k}_s(\boldsymbol{r}, t) = \nabla\theta_s,$$

при этом

$$\nu_s = -\omega_s + k_{s_\parallel} v_\parallel. \tag{4}$$

Величины $f_\perp$, A_0, A_s в уравнениях (1) имеют вид, аналогичный $f_\parallel$, с заменой коэффициентов a_i соответственно на b_i, c_i, c_{is}. Коэффициенты a_0, a_1, a_2 и аналогичные им коэффициенты в $f_\perp$, A_0 описывают дрейфовое движение частицы. ВЧ коэффициенты имеют довольно громоздкий вид, например,

$$a_{3s}^{nn_1} = (-i)^{n_1} J_{n_1}(\rho_{3s}) \left[\boldsymbol{F}_s \cdot \boldsymbol{e}_1 J_n(\rho_{2s}) + (ev_\perp/c)\left\{nJ_n(\rho_{2s})\rho_{2s}^{-1}\boldsymbol{B}_s\cdot\boldsymbol{e}_3 + iJ_n'(\rho_{2s})\boldsymbol{B}_s\cdot\boldsymbol{e}_2\right\}\right],$$
$$b_{3s}^{nn_1} = (-i)^{n_1} J_{n_1}(\rho_{3s})\left\{nJ_n(\rho_{2s})\rho_{2s}^{-1}(\boldsymbol{F}_s\cdot\boldsymbol{e}_2 - (ev_\parallel/c)\boldsymbol{B}_s\cdot\boldsymbol{e}_3) - i(\boldsymbol{F}_s\cdot\boldsymbol{e}_3 + (ev_\parallel/c)\boldsymbol{B}_s\cdot\boldsymbol{e}_2)J_n'(\rho_{2s})\right\}, \tag{5}$$

где

$$\boldsymbol{F}_s = e\boldsymbol{E}_s, \qquad \rho_{ls} = (v_\perp/\omega_0)k_{ls}, \qquad k_{ls} = \boldsymbol{e}_l\boldsymbol{k}_s. \tag{5a}$$

2. Рассмотрим волновой пакет, распространяющийся в плоскости $\boldsymbol{e}_1$, $\boldsymbol{e}_2$, предполагая, что резонансные соотношения $\nu_s + n\omega_0 \approx 0$ отсутствуют.

Согласно общей схеме усреднения [2, 4] сглаженные переменные $X = (\boldsymbol{R}, P_\parallel, P_\perp)$ описываются уравнениями

$$dX/dt = \varphi_0(t, X) + \varepsilon\varphi_1(t, X) + \varepsilon^2\varphi_2(t, X). \tag{6}$$

Нетрудно убедиться, что функции φ_0 определяют дрейфовые уравнения движения частицы в нулевом приближении, в которых ВЧ поле никак не проявляется. Функции φ_1 содержат в себе как известные дрейфовые члены первого приближения [2], так и усредненное воздействие ВЧ поля. Рассмотрим эти «высокочастотные» части φ_1. Оказывается, $\varphi_{1r}^{(\text{ВЧ})} = 0$. Это означает, что в первом приближении ВЧ поле не влияет на дрейфовую скорость частицы:

$$\varphi_{1\parallel}^{(\text{ВЧ})} = \sum_{\substack{1<s<N\\ -\infty<n<\infty}} \frac{nJ_n^2}{i\omega_s(\nu_s+n\omega_0)P_\perp}\left\{\left[\frac{\omega_0}{\rho}\left\{\frac{k_{s\parallel}V_\perp}{\omega_0}\left(\frac{\nu_s-\omega_s-n\omega_0}{\nu_s+n\omega_0}\right)+\right.\right.\right.$$
$$\left. + n(1-\rho)\right\}\frac{V_\perp^2}{c^2} - \frac{2J_n'}{J_n}(\nu_s+n\omega_0)\Bigg]W_{12} + i\left[\frac{J_n' k_{s_\parallel} V_\parallel}{n\omega_s J_n}\times\right.$$
$$\times\left\{\omega_s\left(\frac{\omega_s}{\nu_s+n\omega_0}-1\right)\frac{V_\perp^2}{c^2}+n\omega_0(1+\rho)\right\}+\frac{1}{2n\rho}\left(1-\frac{n\omega_0}{\omega_s}\right)\left\{2n^2\nu_s+\rho^2(n\omega_0-\nu_s)\right\}+ \tag{7}$$
$$\left.\left.+\frac{\rho}{2}\left(\frac{\omega_0}{\omega_s}+\frac{\nu_s}{n\omega_s}\right)\left(\omega_0+2\nu_s\frac{J_n'^2}{J_n}\right)\right]W_{13}+i\frac{k_{s_\parallel}V_\perp}{\omega_s}\left[n^2\nu_s\left(1-\frac{1}{\rho^2}\right)+\frac{1}{2}(\nu_s+3n\omega_0)\right]W_{23}\right\};$$

$$\varphi_{1\perp}^{(\text{ВЧ})} = \sum_{\substack{1<s<N\\ -\infty<n<\infty}} \frac{nJ_n^2}{i\omega_s(\nu_s+n\omega_0)P_\perp}\left\{\frac{\omega_0}{k_{2s}}\left(k_{s_\parallel}+\frac{2nJ_n'\nu_s k_{2s}P_\parallel}{J_n\omega_s P_\perp}\right)W_{12}+\right.$$
$$+i\left[\frac{k_{2s}V_\parallel}{\omega_s}\left\{\frac{n}{\rho}(\omega_0+n\nu_s)-\frac{1}{2}(\nu_s+2n\omega_0)+\left(1-\frac{n^2}{\rho^2}\right)\nu_s\right\}-\frac{k_{s_\parallel}V_\perp}{n}\frac{J_n'}{J_n}\right]W_{13}- \tag{8}$$
$$\left.-i\frac{\nu_s}{2\omega_s}(\nu_s+4n\omega_0)W_{23}\right\}.$$

Здесь $J_n \equiv J_n(\rho)$ — бесселевы функции порядка n, $\rho = k_{2s}V_{\perp}/\omega_0$, $W_{12} = F^*_{1s}F_{2s} - F_{1s}F^*_{2s}$, $W_{i3} = F^*_{is}F_{3s} + F_{is}F^*_{3s}$ $(i=1,\ 2)$, $J'_n = dJ_n/d\rho$.

Как следует из формул (7), (8), в первом приближении каждая из N волн вносит аддитивный вклад в усредненное воздействие на частицу.

Если $k_{2s}=0$ (волна распространяется строго вдоль магнитного поля B_0), то $\varphi^{(\text{ВЧ})}_{1\parallel} = \varphi^{(\text{ВЧ})}_{1\perp} = 0$. Это согласуется с выводом [4] о том, что при продольном распространении ВЧ волны ее усредненное действие на движение частицы в первом приближении не проявляется, и необходимо рассматривать второе приближение. Таким образом, влияние ВЧ волны на движение частицы существенно зависит от направления ее распространения.

Из формул (7), (8) следует также, что усредненный эффект ВЧ волны в первом приближении зависит от ее вида и поляризации. Например, если волна является линейно-поляризованной и отлична от нуля только одна из компонент F_1, F_2 или F_3, то ее усредненное воздействие на движение частицы в первом приближении отсутствует.

В остальных случаях усредненный эффект ВЧ волн в первом приближении описывается формулами (7), (8), из которых видно, что усредненное воздействие ВЧ волн не имеет потенциального характера.

ЛИТЕРАТУРА

1. Миллер М. А. — Изв. вузов — Радиофизика, 1958, 1, № 3, с. 110.
2. Морозов А. И., Соловьев Л. С.— В сб.: Вопросы теории плазмы./Под ред. М. А. Леонтовича — М: Госкомиздат, 1963, 2, с. 177.
3. Литвак А. Г.— Сб. Вопросы теории плазмы. / Под ред. М. А. Леонтовича. — М.: Атомиздат, 1980, 10, с. 164.
4. Милантьев В. П.— ЖЭТФ, 1977, 72, № 1, с. 159; Изв. вузов — Радиофизика, 1978, 21, № 4, с. 582.

Университет дружбы народов
им. Патриса Лумумбы

Поступила в редакцию
1 июля 1981 г.,
после доработки
26 апреля 1982 г.

УДК 537.87; 621.371

СПЕКТР СИЛЬНЫХ ФЛУКТУАЦИЙ ИНТЕНСИВНОСТИ СВЕТОВЫХ ПУЧКОВ В СЛУЧАЙНО-НЕОДНОРОДНЫХ СРЕДАХ

С. И. Белоусов

Вычисление спектра флуктуаций интенсивности представляет интерес при изучении распространения лазерных пучков в случайно-неоднородной (турбулентной) среде. Подробный анализ результатов, полученных для временного спектра флуктуаций интенсивности пучков в области применимости метода плавных возмущений, проведен в [1]. Для плоской волны временной спектр флуктуаций интенсивности $W(\omega)$ связан с одномерным пространственным спектром $V(\varkappa)$ простым соотношением, $W(\omega) = (1/v_{\perp})\,V(\omega/v_{\perp})$ ($v_{\perp}$ — поперечная к направлению распространения составляющая скорости ветра). В работе [2] временной спектр плоской волны вычислен на основе численного решения уравнения для пространственного четвертого момента поля, полученного в марковском приближении. В области сильных флуктуаций интенсивности в работе [3] получено асимптотическое представление для двумерного пространственного спектра флуктуаций интенсивности плоской волны $M(\varkappa)$ $\left(W(\omega) = (2/v_{\perp})\int\limits_0^{\infty} d\varkappa M\left(\sqrt{\varkappa^2+(\omega/v_{\perp})^2}\right)\right)$, а в работе [4] — для временного спектра источника с конечным угловым размером. Численные расчеты для ограниченных пучков на основе приближения Гюйгенса — Кирхгофа проведены в [5].

В данной работе получены асимптотические формулы для вычисления спектра флуктуаций интенсивности пучка в области насыщенных флуктуаций $\beta_0^2 \gg 1$ (β_0^2 — дисперсия флуктуаций интенсивности плоской волны, рассчитанная в приближении метода плавных возмущений).

Спектр флуктуаций выражается через временную функцию корреляции $B_I(\tau) = \overline{I(t_1)I(t_2)} - \overline{I(t_1)}\,\overline{I(t_2)}$ преобразованием Фурье по $\tau = t_2 - t_1$. В марковском приближении уравнение для пространственно-временного четвертого момента поля $\Gamma_4 = \overline{u(r_1,\ t_1)u(r_2, t_2)u^*(r'_1,\ t_1)u^*(r'_2,\ t_2)}$, определяющего $B_I(\tau)$ (замороженная турбулентность), имеет вид