ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

Том XXV, № 10 *РАДИОФИЗИКА* *1982*

УДК 537.226.4 : 530.182

ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ РЕГЕНЕРАЦИЯ В СЕГНЕТОЭЛЕКТРИЧЕСКИХ РЕЗОНАТОРАХ

Г. В. Белокопытов, Н. Н. Моисеев

Рассмотрено параметрическое взаимодействие электромагнитных колебаний в сегнетоэлектрических резонаторах. В приближении медленно меняющихся стоячих волн получены укороченные уравнения для случаев, когда модуляция диэлектрической проницаемости происходит с частотой накачки и на удвоенной частоте накачки. Проведено сопоставление возможностей этих вариантов регенерации в резонаторах СВЧ из наиболее перспективных нелинейных диэлектриков титаната стронция и танталата калия. Оценки порога параметрического возбуждения показали, что вариант с удвоением частоты накачки энергетически предпочтительней, и его реализация открывает возможности получения параметрического усиления в непрерывном режиме как при гелиевых, так и при азотных температурах.

В настоящее время экспериментально доказана возможность создания малошумящих параметрических усилителей сантиметрового диапазона, активным элементом которых является сегнетоэлектрический конденсатор [1]. Представляет интерес создание параметрических систем на распределенных сегнетоэлектрических элементах — диэлектрических резонаторах (ДР), которые обладают рядом потенциальных преимуществ по сравнению с сосредоточенными устройствами [2].

Наиболее подходящими материалами для ДР являются монокристаллы титаната стронция и танталата калия, обладающие большой нелинейностью и малыми потерями на СВЧ при гелиевых температурах [3]. В присутствии постоянного электрического поля эти кристаллы становятся ацентрическими и в них создаются условия для эффективного взаимодействия электромагнитных колебаний с частотами накачки $\omega_п$, сигнала $\omega_с$ и комбинационной $\omega_х$, удовлетворяющими условию

$$\omega_с + \omega_х = \omega_п, \tag{1}$$

если эти частоты близки к собственным частотам резонатора. Поля смещения, при которых достигается максимальная нелинейность, составляют для $SrTiO_3 \sim 0{,}2$ *кВ/см* и для $KTaO_3 \sim 3$ *кВ/см* ($T = 4{,}2$ К).

В диэлектрических резонаторах из титаната стронция были осуществлены параметрическая генерация и параметрическое усиление [4, 5]. Однако мощность накачки в этих экспериментах имела порядок 2 *Вт*. При такой интенсивности накачки происходила значительная тепловая расстройка резонатора, так что усилитель мог работать лишь в импульсном режиме. Для реализации непрерывного режима необходимо существенно уменьшить уровень потерь в диэлектрических резонаторах, который заметно превышает потери в исходных кристаллах. Как показали эксперименты [3, 5], к значительному снижению добротности резонаторов приводит нанесение электродов и подача постоянного электрического поля смещения, обеспечивающего возможность взаимодействия типа (1). Таким образом, требования высокой нелинейности и большой добротности в резонаторах с электродами оказываются противоречащими друг другу. Это противоречие можно снять, если осуществить параметрическое взаимодействие более высокого порядка, для которого условие частотного синхронизма имеет вид

$$\omega_c + \omega_x = 2\omega_н. \tag{2}$$

Взаимодействие типа (2) может происходить в нелинейном кристалле с центром симметрии. Необходимость в электродах и в подаче поля смещения при этом отпадает, что позволяет сохранить малость потерь кристалла и снизить уровень накачки.

Задачей настоящей работы является теоретическое сопоставление возможностей различных режимов параметрического усиления в сегнетоэлектрических резонаторах на основе известных экспериментальных данных о свойствах нелинейных диэлектриков.

УКОРОЧЕННЫЕ УРАВНЕНИЯ

Анализ параметрических взаимодействий в нелинейных ДР для случая (1) был проведен ранее [6]. Обобщим результаты этого исследования на случай параметрического взаимодействия более высокого порядка (2). Как и в [6], будем характеризовать диэлектрик материальными уравнениями, отражающими нелинейность диэлектрической проницаемости и потерь:

$$\begin{gathered} \boldsymbol{E} = \hat{\varkappa}\boldsymbol{D} + \hat{\lambda}\boldsymbol{D}\boldsymbol{D} + \hat{\nu}\boldsymbol{D}\boldsymbol{D}\boldsymbol{D}, \\ \boldsymbol{j} = \boldsymbol{j}' + \hat{\rho}\boldsymbol{D} + \hat{\theta}\boldsymbol{D}\boldsymbol{D} + \hat{\tau}\boldsymbol{D}\boldsymbol{D}\boldsymbol{D}, \end{gathered} \tag{3}$$

при этом $\hat{\varkappa}$, $\hat{\lambda}$, $\hat{\nu}$, $\hat{\rho}$, $\hat{\theta}$, $\hat{\tau}$ — действительные тензорные материальные параметры, а ток $\boldsymbol{j}'$ описывает действие на ДР внешних источников. В уравнениях (3) учитывается тот факт, что потери нелинейных материалов на СВЧ малы, и частотной дисперсией $\hat{\varkappa}$, $\hat{\lambda}$ и $\hat{\nu}$ (но не $\hat{\rho}$, $\hat{\theta}$ и $\hat{\tau}$) можно пренебречь.

Электрическую индукцию в резонаторе можно представить в виде ряда по собственным функциям соответствующей линейной краевой задачи:

$$\boldsymbol{D}(\boldsymbol{r}, t) = p_a(t)\boldsymbol{D}_a(\boldsymbol{r}). \tag{4}$$

Будем полагать, что полная система $\{\boldsymbol{D}_a(\boldsymbol{r})\}$ ортонормирована, так что

$$\int \hat{\varkappa}\boldsymbol{D}_a\boldsymbol{D}_b\,dV = \delta_{ab}. \tag{4a}$$

Из уравнения Максвелла с учетом (3) и (4) получается бесконечная система уравнений для амплитуд нормальных мод $p_f(t)$:

$$\ddot{p}_f + \omega_f^2 p_f = F_f(p|, \dot{p}|, p'(t)), \tag{5}$$

где

$$\begin{gathered} F_f = -R_{fa}p_a - \Lambda_{fab}p_ap_b - N_{fabc}p_ap_bp_c - \\ -(d/dt)(\theta_{fab}p_ap_b + T_{fabc}p_ap_b\,p_c) - p'_f. \end{gathered}$$

Свойства диэлектрического резонатора и внешнего воздействия в (5) описывают интегральные коэффициенты:

$$\Lambda_{fab} = \frac{c^2}{\mu}\int \hat{\varkappa}\boldsymbol{D}_f \operatorname{rot}\operatorname{rot}\hat{\lambda}\boldsymbol{D}_a\boldsymbol{D}_b\,dV,$$

$$N_{fabc} = \frac{c^2}{\mu} \int \hat{\varkappa} D_f \operatorname{rot}\operatorname{rot} \hat{\nu} D_a D_b D_c dV,$$

$$R_{fa} = 4\pi \int \hat{\varkappa} D_f \hat{\rho} D_a dV, \quad \theta_{fab} = 4\pi \int \hat{\varkappa} D_f \hat{\theta} D_a D_b dV, \tag{6}$$

$$T_{fabc} = 4\pi \int \hat{\varkappa} D_f \hat{\tau} D_a D_b D_c dV, \; p'_f = 4\pi \int \hat{\varkappa} D_f \frac{\partial}{\partial t} j'(r, t) dV.$$

Пусть на нелинейный резонатор воздействуют сторонние токи на частотах $\omega_н$ и $\omega_с$, причем

$$p'_с = 4\pi\omega_с J_с \cos(\omega_с t + \psi_с), \quad p'_н = 4\pi\omega_н J_н \cos\omega_н t. \tag{7}$$

Рассмотрим случай, когда в колебательной системе эффективно взаимодействуют лишь колебания на трех частотах $\omega_н$, $\omega_с$, $\omega_х$, удовлетворяющих условию (2). Это возможно, если $\omega_н$, $\omega_с$ и $\omega_х$ близки к собственным частотам ω_1, ω_2 и ω_3 нелинейного резонатора:

$$\omega_1 = \omega_с(1 - \Delta_1), \quad \omega_2 = \omega_х(1 - \Delta_2), \quad \omega_3 = \omega_н(1 - \Delta_3), \tag{8}$$

а прочие комбинационные частоты не попадают в окрестность резонансов. В этом случае, применяя к (5) стандартную процедуру усреднения, можно получить систему укороченных уравнений для амплитуд x_f и фаз φ_f нормальных колебаний:

$$p_f(t) = x_f(t) \cos(\tilde{\omega}_f t + \varphi_f(t)),$$

где $\tilde{\omega}_f = \omega_с, \omega_х, \omega_н$. Укороченные уравнения имеют вид

$$\begin{gathered}
2\dot{x}_с\omega_с + R'_с\omega_с x_с + (3/4)(N_с/\cos\chi_с)\, x_н^2 x_х \sin(\Psi + \chi_с) = \\
= 4\pi\omega_с J_с \sin(\varphi_с - \psi_с), \\
2x_с\omega_с(\dot{\varphi}_с - \xi_с\omega_с) - (3/4)(N_с/\cos\chi_с)\, x_н^2 x_х \cos(\Psi + \chi_с) = \\
= 4\pi\omega_с J_с \cos(\varphi_с - \psi_с),
\end{gathered} \tag{9}$$

$$\begin{gathered}
2\dot{x}_х\omega_х + R'_х\omega_х x_х + (3/4)(N_х/\cos\chi_х)\, x_н^2 x_с \sin(\Psi + \chi_х) = 0, \\
2x_х\omega_х(\dot{\varphi}_х - \xi_х\omega_х) - (3/4)(N_х/\cos\chi_х)\, x_н^2 x_с \cos(\Psi + \chi_х) = 0, \\
2\dot{x}_н\omega_н + R'_н\omega_н x_н - (3/2)(N_н/\cos\chi_н)\, x_н x_с x_х \sin(\Psi - \chi_н) = \\
= 4\pi\omega_н J_н \sin\varphi_н,
\end{gathered}$$

$$2x_н\omega_н(\dot{\varphi}_н - \xi_н\omega_н) - (3/2)(N_н/\cos\chi_н)\, x_н x_с x_х \cos(\Psi' - \chi_н) = 4\pi\omega_н J_н \cos\varphi_н.$$

Здесь введены следующие обозначения: $\Psi = 2\varphi_н - \varphi_с - \varphi_х$, $\chi_с = \operatorname{arctg}(\omega_с T_с/N_с)$,

$$\begin{gathered}
R'_с = R_{сс} + (3/4)(T_{сс}x_с^2 + 2T_{сх}x_х^2 + 2T_{сн}x_н^2), \\
\xi_с = -\Delta_1 + 3(N_{сс}x_с^2 + 2N_{сх}x_х^2 + 2N_{сн}x_н^2)/(8\omega_с), \\
N_с = N_{сннх}, \quad N_{сс} = N_{сссс}, \quad N_{сх} = N_{ссхх}, \quad T_с = (T_{снн х} + \\
+ T_{снхн} + T_{схнн})/3, \quad T_{сс} = T_{сссс}.
\end{gathered}$$

Остальные обозначения аналогичны приведенным выше.

Уравнениям (9) приеущи все характерные черты систем, описывающих параметрически связанные колебания. Чтобы подчеркнуть это обстоятельство, запишем уравнения для колебаний сигнала и холостой частоты в унифицированном виде для обоих случаев синхронизма (1) и (2):

$$\begin{gathered}
2\dot{x}_c \omega_c + R_c' \omega_c x_c + (m_c/\cos\chi_c)\sin(\Psi + \chi_c)\,x_x = \\
= 4\pi\omega_c J_c \sin(\varphi_c - \psi_c), \\
2x_c \omega_c (\dot{\varphi}_c - \xi_c\omega_c) - (m_c/\cos\chi_c)\cos(\Psi + \chi_c)\,x_x = \\
= 4\pi\omega_c J_c \cos(\varphi_c - \psi_c), \\
2\dot{x}_x \omega_x + R_x' \omega_x x_x + (m_x/\cos\chi_x)\sin(\Psi + \chi_x)\,x_c = 0, \\
2x_x \omega_x (\dot{\varphi}_x - \xi_x \omega_x) - (m_x/\cos\chi_x)\cos(\Psi + \chi_x)\,x_c = 0.
\end{gathered} \tag{10}$$

Здесь величины $m_{c,x}$ имеют смысл половины эффективного коэффициента модуляции энергоемкого параметра [7]. При взаимодействии типа (2)

$$m_{c(x)} = (3/4)\,N_{c(x)}\,x_н^2, \quad \mathrm{tg}\,\chi_{c(x)} = = \omega_{c(x)} T_{c(x)}/N_{c(x)}. \tag{11}$$

При взаимодействии типа (1)

$$m_{c(x)} = \Lambda_{c(x)}\,x_н, \quad \mathrm{tg}\,\chi_{c(x)} = \omega_{c(x)}\,\theta_{c(x)}/\Lambda_{c(x)}, \tag{12}$$

где $\Lambda_c = \Lambda_{cxн} = \Lambda_{cнx}, \quad \theta_c = \theta_{cxн} = \theta_{cнx}.$

Особенностью рассматриваемого режима (2) является то, что параметрическая регенерация может происходить в центросимметричном диэлектрике, где $\hat{\lambda} \equiv 0$, причем эффективная глубина модуляции квадратично (а не линейно) зависит от амплитуды накачки. В этом режиме особенно значительна роль нелинейных расстроек $(\xi_{c,x,н})$, которые определяются величинами того же порядка, что и основной параметрический эффект.

РЕЖИМ ПАРАМЕТРИЧЕСКОГО УСИЛЕНИЯ

Параметрическое усиление имеет место в недовозбужденной системе, где в отсутствие сигнала ($J_c = 0$) устойчиво решение $x_c = x_x = 0$, при этом

$$x_н^2 = (4\pi J_н)^2/[R_н^2(1 + d_н^2)], \tag{13}$$

где $d_н = 2\xi_н\omega_н/R_н$ — приведенная расстройка.

Амплитудно-частотную характеристику колебательной системы легко получить из (10). Она имеет вид

$$\begin{gathered}
x_c^2 = (4\pi J_c Q_c/\omega_c)^2 \{ [1 - \gamma(1 + d_x^2)^{-1}\cos(\chi_c - \chi_x) \times \\
\times (1 + d_x X^{-1})]^2 + [d_c - \gamma(1 + d_x^2)^{-1}\sin(\chi_c - \chi_x)(d_x X - 1)]^2\}^{-1}.
\end{gathered} \tag{14}$$

При выводе (14) учтена связь между $R_{c,x}'$ и добротностью резонатора $Q_{c(x)}$ на соответствующих типах колебаний: $R_{c(x)}' = \omega_{c(x)}/Q_{c(x)}$, и введены обозначения $X = \mathrm{ctg}(\chi_c - \chi_x)$, $\gamma = Q_c/|Q_R|$ — коэффициент регенерации,

$$|Q_R^{-1}| = (m_c m_x/\cos\chi_c\cos\chi_x)\,(Q_x/\omega_c^2\omega_x^2). \tag{15}$$

Величины $d_c = 2\xi_c\omega_c/R_c'$, $d_x = 2\xi_x\omega_x/R_x'$ — это приведенные расстройки, которые связаны соотношением

$$d_x(\omega_x/Q_x) + d_c(\omega_c/Q_c) = D_0, \tag{16}$$

где D_0 определяется настройкой резонатора (см. (8) и (9)) и интенсивностью накачки. В отсутствие нелинейных потерь $\chi_c = \chi_x = 0$. В одноконтурном варианте усилителя, когда колебания сигнальной и холостой частоты происходят на одной моде, также $\chi_c = \chi_x$. При этом выражение (14) с точностью до обозначений совпадает с формулой (11.7) [8], что позволяет, аналогично [6], определить основные характеристики усилителя. Пусть, например, резонатор настроен так, что $D_0 = 0$ (в случае синхронизма (2) это означает, что $2\omega_н = \omega_1 + \omega_2$). Тогда резонансный коэффициент усиления в режиме «на отражение» равен

$$K_{рез} = [(1 - \beta_c + \gamma^*)/(1 + \beta_c - \gamma^*)]^2, \tag{17}$$

где $\gamma^* = (1 + \beta_c)\gamma$ — коэффициент регенерации собственных потерь, β_c — коэффициент связи резонатора с трактом на сигнальной моде. Ширина полосы $\bar{\xi}$ при большом усилении удовлетворяет условию

$$K_{рез}\bar{\xi}^2 = (Q_c + (\omega_c/\omega_x)Q_x)^{-2}. \tag{18}$$

При полной регенерации потерь колебательная система выходит на порог параметрического возбуждения. Как следует из (14), это происходит при условии

$$\gamma = \Pi(\tilde{d}_x, X), \tag{19}$$

где $\Pi(\tilde{d}_x, X) = (1 + d_x^2)[\cos(\chi_c - \chi_x)(1 + \tilde{d}_x X^{-1})]^{-1}$, а $\tilde{d}_x$ определяется как решение уравнений (16) и (20):

$$d_c(d_x + X) = d_x X) - 1. \tag{20}$$

Из (15) и (19) получаем требование на пороговую глубину модуляции:

$$m_c m_x = (\cos\chi_x \cos\chi_x/Q_c Q_x)\,\omega_c^2\omega_x^2\Pi. \tag{21}$$

Следуя [6], выразим мощность генератора накачки $P_н$ через амплитуду вынужденных колебаний $x_н$:

$$P_н = [(1 + \beta_н)^2/32\pi\beta_н](x_н^2\omega_н/Q_н)(1 + d_н^2), \tag{22}$$

где $\beta_н$ — коэффициент связи на моде накачки. В отличие от [6] в (22) учтено, что в соответствии с нормировкой (4а) энергия, запасенная в резонаторе, есть $x_н^2/8\pi$ (система СГС). Из (21) с учетом (11), (12), (22) найдем мощность, соответствующую порогу параметрического самовозбуждения. В случае синхронизма (1)

$$P_{н.\,пор} = \frac{(1+\beta_н)^2}{32\pi\beta_н}\,\frac{\omega_н\omega_c^2\omega_x^2}{Q_н Q_c Q_x}\,\frac{\cos\chi_c\cos\chi_x}{\Lambda_c\Lambda_x}\,\Pi(1 + d_н^2), \tag{23}$$

в случае (2)

$$P_{н.пор} = \frac{(1+\beta_н)^2}{32\pi\beta_н}\,\frac{\omega_н\omega_c\omega_x}{Q_н\sqrt{Q_c Q_x}}\,\frac{\cos\chi_c\cos\chi_x}{\sqrt{N_c N_x}}\,\Pi^{1/2}(1 + d_н^2). \tag{24}$$

Если пороговая мощность самовозбуждения настроенного резонатора известна, тем самым определен и коэффициент регенерации:

$$\begin{aligned} &\gamma = P_н/P_{н.\,пор} \quad \text{в случае (1)},\\ &\gamma = (P_н/P_{н.\,пор})^2 \quad \text{в случае (2)}. \end{aligned} \tag{24a}$$

В данной работе не рассматривается режим параметрической генерации. Однако необходимо иметь в виду, что при некоторых расстройках, кроме мягкого самовозбуждения, в колебательной системе возможно и жесткое параметрическое возбуждение [6, 9], причем порог последнего достигается при меньшем уровне накачки, чем следует из (19).

ИНТЕГРАЛЬНЫЕ КОЭФФИЦИЕНТЫ

Распределенный характер взаимодействий в нелинейных ДР отражают интегральные коэффициенты $\Lambda_{c(x)}$ и $N_{c(x)}$ (6). Их выражения можно представить в виде суммы двух слагаемых. В частности,

$$N_{fabc} = N_{fabc}^{(v)} + N_{fabc}^{(s)} = \omega_f^2 \int\limits_V \boldsymbol{D}_f \hat{\nu} \boldsymbol{D}_a \boldsymbol{D}_b \boldsymbol{D}_c \, dV - \\ - \frac{c^2}{\mu} \oint \{ [\mathrm{rot} \hat{\varkappa} \boldsymbol{D}_f, \hat{\nu} \boldsymbol{D}_a \boldsymbol{D}_b \boldsymbol{D}_c] - [\hat{\varkappa} \boldsymbol{D}_f, \mathrm{rot} \hat{\nu} \boldsymbol{D}_a \boldsymbol{D}_b \boldsymbol{D}_c] \} \boldsymbol{n} dS, \tag{25}$$

где поверхностное интегрирование следует проводить как по границе резонатора, так и по всем поверхностям, где величины $\hat{\varkappa}$ и $\hat{\nu}$ испытывают скачок. В последнем случае интегрирование ведется дважды (при двух противоположных направлениях $\boldsymbol{n}$). В выражении (25) первое слагаемое отражает изменение колебательной энергии резонатора при модуляции диэлектрической проницаемости полем накачки [10]. Второе слагаемое показывает, что с поверхности нелинейного ДР происходит электромагнитное излучение на комбинационной частоте.

Возможность минимизации потерь, удобство связи с внешними цепями и подачи электрического смещения делают наиболее предпочтительными «открытые» диэлектрические резонаторы, безэлектродные или с малыми по площади электродами. Однако расчет интегральных коэффициентов Λ и N для такого рода структур встречает серьезные затруднения. До настоящего времени проведен расчет коэффициентов Λ лишь для простейшей модельной структуры — отрезка плоского диэлектрического волновода, полуволнового на частоте сигнала ω_1, в котором вырожденное параметрическое взаимодействие происходит на первом и втором ТЕМ-типах [6]:

$$\Lambda_{c\,(x)} = (\omega_1^2/4V^{1/2})\,\lambda\,(2\varepsilon)^{3/2}, \tag{26}$$

где V — объем резонатора, а λ и ε — эффективные значения материальных параметров. В случае резонатора, работающего без смещения, имеется возможность реализовать режим двойного вырождения, когда ω_c, ω_x и $\omega_н$ лежат в пределах резонансной кривой одного и того же типа колебаний $(\omega_c \simeq \omega_x \simeq \omega_н)$. При этом интегральный коэффициент $N_c^{(v)}$ можно оценить снизу с помощью неравенства Коши—Буняковского:

$$N_c^{(v)} > \nu\omega_н^2 \varepsilon^2 / V, \tag{27}$$

где ν и $\varepsilon = \varkappa^{-1}$ — эффективные значения материальных параметров. Вопрос о величине поверхностного интеграла $N_c^{(s)}$ остается открытым. Можно лишь предположить, что излучение нелинейного ДР на комбинационной частоте не будет слишком сильно зависеть от его геометрии. В этом случае достаточно оценить потери на излучение для резонатора одной какой-либо формы.

Точное аналитическое вычисление интегральных коэффициентов может быть проведено для сферического диэлектрического резонатора из материала с кубической кристаллографической симметрией. Уравнение (3) в данном случае имеет вид

$$E_x = \varkappa D_x + \nu_1 D_x^3 + \nu_2 D_x (D_y^2 + D_z^2) \text{ и т. д.} \tag{28}$$

Следует иметь в виду, что у сферического ДР уже основной тип колебаний оказывается вырожденным. Это приводит к тому, что взаимная ориентация колебаний электромагнитного поля сигнала, накачки и холостой частоты может быть различной. Рассмотрим два случая:

1) Колебания сигнала, накачки и холостой частоты возбуждаются на моде H_{110} резонатора, причем вектор $\boldsymbol{H}$ направлен вдоль кристаллографического направления $\{001\}$.

2) Колебания сигнала (H_{110}) и накачки (H_{101}) взаимно ортогональны: вектор $\boldsymbol{H}$ сигнальной моды направлен вдоль $\{001\}$, накачки — вдоль $\{010\}$. Тогда, в силу кристаллографической симметрии, возбуждение резонатора на комбинационной частоте происходит на типе H_{110}. Такой режим не является собственно режимом двойного вырождения (возбуждение происходит не на одной моде), и для него оценка (26) несправедлива. По аналогии с [11] его можно назвать режимом двойного вырождения с поляризационной развязкой.

Используя формулы для собственных колебаний сферического ДР [12] и считая, что $\varepsilon \gg 1$, можно получить выражения для объемной и поверхностной частей коэффициента N_c, содержащие интегральный синус. В случае коллинеарности сигнала и накачки

$$\begin{gathered} N_c^{(v)} = \frac{68\pi}{75}\left[2\,\mathrm{si}(2\pi) - \mathrm{si}(4\pi) - \frac{6}{17\pi}\right]\left(\nu_1 - \frac{\nu_1 - \nu_2}{4}\right)\frac{\omega_н^2\varepsilon^2}{V}, \\ N_c^{(s)} = -\frac{32}{5\pi^2}\left(\nu_1 - \frac{\nu_1 - \nu_2}{16}\right)\frac{\omega_н^2\varepsilon^2}{V}. \end{gathered} \tag{29}$$

В случае ортогональности сигнала и накачки

$$\begin{gathered} N_c^{(v)} = \frac{17\pi}{180}\left[2\,\mathrm{si}(2\pi) - \mathrm{si}(4\pi) - \frac{6}{17\pi}\right]\left(\frac{6}{5}\nu_1 + \nu_2\right)\frac{\omega_н^2\varepsilon^2}{V}, \\ N_c^{(s)} = -\left(\frac{4}{3\pi^2}\right)\left[\frac{3}{2}\left(\frac{27\pi}{16} - 5\right)\nu_1 + \nu_2\right]\frac{\omega_н^2\varepsilon^2}{V}. \end{gathered} \tag{30}$$

Для кристаллов со слабой анизотропией нелинейности ($\nu_1 \simeq \nu_2$) выражения (29) и (30) приводятся к простому виду:

$$N_c^{(v)} \simeq 3{,}53\nu_1\omega_н^2\varepsilon^2/V, \quad N_c^{(s)} \simeq -0{,}65\nu_1\omega_н^2\varepsilon^2/V; \tag{29a}$$

$$N_c^{(v)} \simeq 0{,}81\nu_1\omega_н^2\varepsilon^2/V, \quad N_c^{(s)} \simeq -0{,}19\nu_1\omega_н^2\varepsilon^2/V. \tag{30a}$$

Сопоставляя (29а) и (30а), можно прийти к выводу, что случай двойного вырождения энергетически более выгоден, причем, величина $N_c = N_c^{(v)} + N_c^{(s)}$ значительно превышает оценку (27). Излучение на комбинационной частоте уменьшает эффективность параметрического взаимодействия. Однако это уменьшение сравнительно невелико ($N^{(v)}/N^{(s)} \simeq 5 \div 6$).

ОЦЕНКИ ПОРОГОВОЙ МОЩНОСТИ НАКАЧКИ

Для расчета пороговой мощности параметрического савомозбуждения необходимо располагать сведениями о диэлектрической нелинейности и добротности ДР. Результаты измерения нелинейности диэлектриков обычно представляют в виде коэффициентов разложения энергии кристалла по степеням поляризации. Для кубических кристаллов (в том числе $KTaO_3$ и $SrTiO_3$) исходное выражение имеет вид [13]

$$\Phi = \Phi_0 + \alpha(P_x^2 + P_y^2 + P_z^2) + (1/2)\beta_1(P_x^4 + P_y^4 + P_z^4) + \\ + \beta_2(P_y^2P_z^2 + P_z^2P_x^2 + P_x^2P_y^2) - \boldsymbol{PE}, \tag{31}$$

где P_x, P_y, P_z — компоненты вектора поляризации. В соответствии с (31) поле и поляризация связаны соотношениями вида

$$E_x = 2\alpha P_x + 2\beta_1 P_x^3 + 2\beta_2 P_x(P_y^2 + P_z^2). \tag{32}$$

Сравним (32) с (28), учитывая, что $\varepsilon \gg 1$ и $\boldsymbol{D} \simeq 4\pi\boldsymbol{P}$. Тогда получим

$$\nu_1 = 2\beta_1/(4\pi)^3, \quad \nu_2 = 2\beta_2/(4\pi)^3. \tag{33}$$

Уравнения (32) упрощаются, если взаимодействующие в диэлектрике поля коллинеарны (например, в ТЕМ-структурах). В этом случае

$$E = 2\alpha P + 2B_{hkl}P^3, \tag{34}$$

где B_{hkl} — линейные комбинации β_1 и β_2 [13]. Кроме того, дифференцируя (34), имеем

$$4\pi\varepsilon^{-1} = \chi = 2\alpha + 6B_{hkl}P^2. \tag{35}$$

Рассматривая (34), легко установить, что в ТЕМ-структуре со смещением роль λ играет величина

$$\lambda_{\text{эфф}} = 6B_{hkl}P_0/(4\pi)^2, \tag{36}$$

где P_0 — поляризация, индуцированная полем смещения.

Расчетную формулу для режима со смещением легко получить, подставив (34)—(36) в (26) и далее в (23). Примем для простоты $B_{hkl} = \beta_1$, $\beta_н = 1$, $\chi_c = \chi_x = 0$, $\Pi = 1$, $d_н = 0$, $Q_c = Q_x = Q_н = Q$, тогда

$$P_{н.\,пор} = \omega_1 V(0)/K_э\beta_1\varepsilon^2(0)Q^3. \tag{37}$$

Здесь $\varepsilon(0)$ — диэлектрическая проницаемость кристалла в отсутствие поля смещения. Величина $V(0)$ практически близка к объему резонатора $V(E_0)$:

$$V(0)/V(E_0) = [\varepsilon(E_0)/\varepsilon(0)]^{1/2}.$$

При этом $K_э$ зависит от напряжения смещения E_0 и достигает максимума, равного 0,134, когда $\varepsilon(E_0)/\varepsilon(0) = 5/7$.

Аналогично, в режиме без смещения для сферических резонаторов, возбуждаемых на основном магнитном типе H_{110} из (24), (28) и (33) с учетом упрощающих предположений $\nu_1 = \nu_2$, $\beta_н = 1$, $\chi_c = \chi_x = 0$, $\Pi = 1$, $d_н = 0$, $Q_c = Q_x = Q_н = Q$, получим следующую расчетную формулу:

$$P_{н.\,пор} = \omega_н V/K_б\,\beta_1\varepsilon^2Q^2, \tag{38}$$

где $K_б = 7{,}31 \cdot 10^{-2}$.

Пороговая мощность накачки в решающей степени зависит от добротности нелинейного резонатора. Измерения на ДР из $SrTiO_3$ без электродов показали весьма значительные собственные добротности — вплоть до $Q_0 = 5 \cdot 10^3$ ($T = 4{,}2$К, $f = 1$ *ГГц*) [3]. Однако нанесение электродов (даже сверхпроводящих) и подача напряжения смещения неизменно приводят к сильному падению добротности резонаторов из $SrTiO_3$ [3, 5]. С учетом этого будем использовать значения добротности, действительно уже полученные в соответствующих экспериментальных условиях.

Исходные данные и результаты численных оценок $P_{н.\,пор}$ по формулам (37) и (38) приведены в табл. 1. Обращает на себя внимание тот факт, что оценка для ДР из $SrTiO_3$ при $T = 4{,}2$ К в режиме со смеще-

Таблица 1

Материал	T, K	$\varepsilon \cdot 10^3$	$\beta_1 \cdot 10^{-12}$, CGS [3]	k [18], $\frac{Вт}{см \cdot град}$	Вариант ПУ	f, ГГц	$V \cdot 10^{-3}$, $см^3$	$Q \cdot 10^3$	$P_{н.\,пор}$, Вт	$P^*_{н\,пор}$, Вт	$\Delta T_{эфф}$, град
$SrTiO_3$	4,2	25	6,0	$6 \cdot 10^{-3}$	со смещ.	0,5	1,5	0,07 [4]	2,5	0,6	***
					без смещ.	1	3,6	2,5 [14]	$1{,}3 \cdot 10^{-3}$	$0{,}31 \cdot 10^{-3}$	0,3
					— " —	6	0,017	0,55 [14]	$0{,}12 \cdot 10^{-3}$	$0{,}28 \cdot 10^{-4}$	0,15
	78	1,8	4,9	0,19	со смещ.	0,5	5	0,08 [16]	$1{,}3 \cdot 10^3$	—	***
					без смещ.	1	188	5 [17]	4,3	0,76	8
					— " —	9	0,27	1,7 [17]	0,46	0,078	8
$KTaO_3$	4,2	4,3	11	$0{,}6 - 1{,}5 \cdot 10^{-2}$	— " —	1	50	3 **	0,24	0,2	20
					— " —	3	1,89	15 **	$1{,}1 \cdot 10^{-3}$	$0{,}84 \cdot 10^{-3}$	0,3
					— " —	6	0,24	20 **	$0{,}15 \cdot 10^{-3}$	$0{,}12 \cdot 10^{-3}$	0,08
					— " —	13	0,022	14 **	$6{,}4 \cdot 10^{-5}$	$4{,}9 \cdot 10^{-5}$	0,03
	78	0,8	6,5	0,25 — 0,4	— " —	3	23,5	6 **	4,0		10
					— " —	6	2,93	3 **	4,0		20
					— " —	13	0,284	9,5 **	0,17		2

* С учетом роста нелинейности без смещения.
** Настоящая работа.
*** Возможен только импульсный режим.

нием $P_{н.пор}=2{,}5$ *Вт* весьма близка к экспериментальному результату $P_{н.пор}=2$ *Вт* [4, 5]. Строго говоря, мы не вправе были ожидать столь хорошего совпадения результатов расчета и эксперимента. Действительно, принятая при вычислении Λ_c (26) модель распределения электрического поля довольно груба и не учитывает проникновения поля за пределы диэлектрика. Однако занижение величины $P_{н.пор}$ при таком расчете компенсируется тем обстоятельством, что в слабых полях смещения нелинейность титаната стронция и танталата калия оказывается в три-четыре раза больше, чем следует из разложения (31), коэффициенты которого определяются в общем случае в сильных полях [3]. Пороговые мощности для резонаторов без смещения, пересчитанные с учетом этого обстоятельства, также приведены в табл. 1 ($P^*_{н.пор}$).

Потери ДР из $KTaO_3$ с электродами до последнего времени не были изучены, поэтому соответствующие численные оценки не проведены. Заметим лишь, что поскольку диэлектрическая проницаемость танталата калия значительно ниже, чем у титаната стронция, то для работы при той же мощности накачки, что и у ДР из $SrTiO_3$, резонатор из $KTaO_3$ должен иметь добротность, примерно в пять раз бóльшую.

Полученные результаты показывают, что при достигнутых параметрах ДР предпочтительным является применение диэлектрических резонаторов без электродов, причем реализация непрерывного режима оказывается возможной не только при гелиевых, но и при азотных температурах. Наибольшие перспективы открывает применение нелинейных резонаторов из танталата калия.

Среди факторов, осложняющих работу резонаторных параметрических усилителей в режиме без смещения, следует прежде всего отметить расстроечные эффекты, причем в дополнение к элекрическим расстройкам к повышению собственных частот ведет разогрев резонатора за счет диэлектрических потерь: $\Delta f/f = (1/2\varepsilon)(d\varepsilon/dT)\Delta T_{эфф}$. Для оценки $\Delta T_{эфф}$ по порядку величины можно воспользоваться формулой

$$\Delta T_{эфф} \lesssim (3/8\pi) P_{н.пор}/kR, \tag{39}$$

где k — коэффициент теплопроводности, R — радиус сферы. Оба расстроечных механизма (электрический и тепловой) приводят к тому, что резонансная кривая на тоне накачки имеет клювообразную форму. Кроме того, вследствие нелинейных расстроек эффективность взаимодействия между частотами синхронной тройки (2) может существенно уменьшиться, и для компенсации нелинейных расстроек потребуется дополнительное сведение частот нелинейного резонатора.

В этом отношении определенные удобства для первоначальных экспериментов представляет режим двойного вырождения. Проблема обеспечения условий синхронизма для рабочих мод здесь решается автоматически.

При работе с ДР из $SrTiO_3$ при гелиевых температурах следует учитывать то обстоятельство, что потери в них нелинейны. Пока физический механизм нелинейных потерь окончательно не выяснен. Возможно, что этот эффект — следствие параметрического возбуждения акустических колебаний в кристалле [19–21]. Имеются также доводы в пользу того, что нелинейные потери могут быть следствием прыжковой проводимости, обусловленной наличием дефектов в $SrTiO_3$ [14]. Материальные уравнения (3) позволяют феноменологически учесть нелинейность потерь в $SrTiO_3$ независимо от их природы. На основании результатов [15] можно оценить величину добротности ДР из $SrTiO_3$ при мощностях порядка 1 *мВт* на уровне $Q \sim 10^2 \div 10^3$. Соответственно, χ могут достигать 0,3. Таким образом, нелинейные потери в $SrTiO_3$ приводят к возрастанию пороговой мощности накачки и заметным фазовым искажениям. Высокодобротные ДР из $KTaO_3$ подобным нежелательным свойством не обладают. Вплоть до полей 150 *В/см* нелинейные потери в них не обнаружены.

Результаты работы позволяют сделать вывод о перспективности экспериментов по наблюдению параметрических взаимодействий в нелинейных ДР без электродов.

Авторы выражают благодарность И. В. Иванову за внимание к работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Вендик О. Г, Кейс В. Н., Прудан А. М., Тер-Мартиросян Л. Т.— Радиотехника и электроника, 1978, **23**, № 1, с. 175.
2. Сегнетоэлектрики в технике СВЧ./Под ред. Вендика О. Г.— М.: Сов. радио, 1979, с. 160.
3. Иванов И В, Бузин И. М, Белокопытов Г. В., Сычев В. М., Чупраков В. Ф — Изв вузов — Физика, 1981, **24**, № 8, с 6
4. Иванов И. В., Белокопытов Г. В., Сычев В. М.— Письма в ЖТФ, 1977, **3**, № 19, с 1011.
5. Иванов И. В., Белокопытов Г. В., Сычев В. М.— В сб.: Сегнето- и пьезоматериалы и их применение.— М: Московский дом научно-технической пропаганды, 1978, с. 82.
6. Белокопытов Г. В — Вестник Моск. ун-та. Сер. физ., астрон., 1977, **18**, № 2, с. 61; № 5, с. 103.
7. Каплан А. Е., Кравцов Ю. А., Рылов В. А. Параметрические генераторы и делители частоты.— М.: Сов. радио, 1966, с. 36.
8. Эткин В. С, Гершензон Е. М. Параметрические системы на полупроводниковых диодах — М.: Сов. радио, 1964, с. 161.
9. Григорьев Ю. В — Радиотехника и электроника, 1964, **9**, № 10, с. 1886.
10. Иванов И. В., Ангелов И. М, Лаптев А. Г.— Изв. вузов — Радиоэлектроника, 1973, **17**, № 10, с. 28.
11. Аверин Е. В., Каневский Б. З., Струков И. А., Эткин В. С.— Радиотехника и электроника, 1973, **18**, № 5, с. 1035.
12. Ильченко М. Е., Кудинов Е. В. Ферритовые и диэлектрические резонаторы СВЧ.— Киев: Гос. ун-т, 1973, с. 49.
13. Фрицберг В. Я., Гаевскис А. П, Гринвальд Г. Ж.—Изв. вузов — Физика, 1977, **20**, № 1 ,с. 103.
14. Белокопытов Г. В., Иванов И. В., Моисеев Н. Н., Петров А. В., Сычев В. М. Тезисы IX Всесоюзного совещания по сегнетоэлектричеству.— Ростов-на-Дону: РГУ, 1979, ч. 2, с. 12.
15. Сычев В. М., Белокопытов Г. В., Иванов И. В.— Вестник Моск. ун-та. Сер. физ., 1980, **21**, № 3, с. 78.
16. Иванов И. В., Белокопытов Г. В., Сычев В. М.— Вестник Моск. ун-та. Сер. физ., астрон., 1976, **17**, № 6, с 753.
17. Бузин И. М — Вестник Моск. ун-та. Сер. физ, астрон., 1977, **18**, № 6, с. 70.
18. Steigmeier E. F.— Phys. Rev., 1968, **168**, № 2, p. 523.
19. Вендик О. Г., Платонова Л. М, Соколов А. И.— Изв. АН СССР. Сер. физ., 1969, **33**, № 7, с. 1167.
20. Прудан А. М.— Изв. ЛЭТИ им. В. И. Ульянова (Ленина), 1976, вып. 190, с. 9
21. Бурлак Г. Н, Коцаренко Н. Я.— ФТТ, 1981, **23**, № 11, с. 3232.

Московский государственный университет

Поступила в редакцию 25 ноября 1981 г.

PARAMETRIC REGENERATION IN FERROELECTRIC RESONATORS

G. V. Belokopytov, N. N. Moiseev

Parametrical interaction of electromagnetic oscillations in ferroelectric resonators is considered. In the approximation of slowiy varying standing waves shortened equations have been derived for cases when the modulation of the dielectric permittivity occurs with the pump frequency and at the doubled pump frequency. A comparison is made of capabilities of these regeneration variants in VHF resonators from the most perspective nonlinear dielectrics of strontium titanate and potassium tantalate Estimations of the parametric excitation threshold show that the variant with the doubling of the pump frequency is energetically preferable and is realization opens possibilities for obtaining the parametric amplification in the continuous regime both at helium and nitrogen temperatures.