

УДК 621.396

О ДИАГРАММЕ НАПРАВЛЕННОСТИ В ЗАДАЧЕ ВОЗБУЖДЕНИЯ РЕШЕТКИ КРУГОВЫХ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦИЛИНДРОВ ЛОКАЛЬНЫМ ИСТОЧНИКОМ

А. А. Быков, А. С. Ильинский

На примере диаграммы направленности излучения, рассеянного бесконечной периодической решеткой из однородных круговых диэлектрических цилиндров, установлены общие закономерности, которым удовлетворяет диаграмма в задаче возбуждения периодической структуры локальным источником.

Задача дифракции электромагнитной волны на периодической решетке из диэлектрика является одной из основных в математической теории дифракции. В качестве примера укажем задачи, возникающие при расчете антенных решеток, а также задачу возбуждения оптической дифракционной решетки. Если учитывать сложность математического аппарата, привлекаемого для решения таких задач, то их можно разделить прежде всего на два класса: задачи с периодическим возбуждением (обычно плоской волной) и задачи с непериодическим возбуждением (локальным источником). В первом случае можно ограничиться рассмотрением канала Флоке [1] и фактически перейти к волноводной задаче, что позволяет использовать методы, развитые в теории нерегулярных волноводов. Дальнейшая классификация проводится по величине отношения длины волны к характерному размеру системы (в нашем случае это период и толщина решетки). В коротковолновом случае применяются методы геометрической оптики и их уточнения [2], в длинноволновом — метод возмущений [3]. В промежуточном случае, когда длина волны сравнима с размером системы, применяются в основном численные методы: метод интегральных уравнений, прямые проекционные методы [4], метод полуобращения, метод задачи Римана — Гильберта [5]. Переходя к задачам с локальным возбуждением, приходится рассматривать поле во всем пространстве, поскольку поле не является в этом случае периодическим. Метод решения задачи дифракции поля локального источника на диэлектрической решетке был предложен в [6]. Исходная задача для уравнений Максвелла в неограниченном пространстве, содержащем периодическую структуру, приводится к семейству краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений, при этом существенно используются основные идеи неполного метода Галеркина [7]. Как известно, применение неполного метода Галеркина при исследовании дифракции на телах с плавной зависимостью диэлектрической проницаемости от координат не встречает каких-либо принципиальных затруднений в отличие от метода интегральных уравнений, для которого характерно требование кусочной однородности диэлектрических тел. Это свойство переносится и на задачи с возбуждением точечным источником.

В данной работе с помощью неполного метода Галеркина численно решается двумерная задача дифракции поля точечного источника на

бесконечной периодической решетке из однородных диэлектрических круговых цилиндров. Проводится аналитическое исследование семейства краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений, из которого определяется приближенное решение. Это исследование позволяет выяснить некоторые свойства диаграммы направленности рассеянного излучения от точечного источника. Существенно, что эти свойства, важные для понимания особенностей локального возбуждения, выполняются не только для точного решения уравнений Максвелла, но и для приближенного решения, построенного с помощью неполного метода Галеркина. Этот факт, а также его демонстрация на конкретном примере с использованием численных результатов расчета на ЭВМ являются основным результатом работы.

1. ПРИВЕДЕНИЕ ЗАДАЧИ ДИФРАКЦИИ ПОЛЯ ТОЧЕЧНОГО ИСТОЧНИКА НА БЕСКОНЕЧНОЙ ПЕРИОДИЧЕСКОЙ РЕШЕТКЕ ИЗ ДИЭЛЕКТРИКА К СЕМЕЙСТВУ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ ДЛЯ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Рассмотрим двумерную задачу возбуждения бесконечной периодической решетки из одинаковых однородных диэлектрических цилиндров точечным источником (рис. 1). Пусть диэлектрическая проницаемость

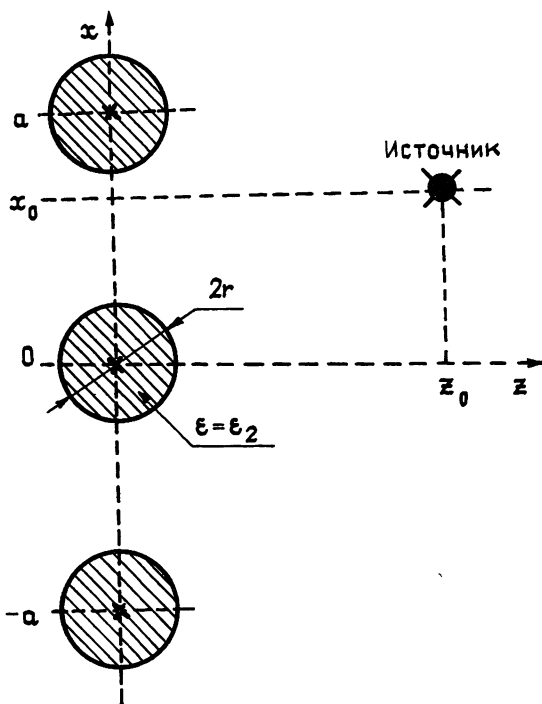


Рис. 1.

ϵ зависит только от декартовых координат x и z , причем $\epsilon(x, z) = 1$ в полупространствах $z > r$ и $z < -r$; $\epsilon(x, z) = \epsilon_1(x, z)$ в полосе $-r \leq z \leq r$. Функция $\epsilon_1(x, z)$ периодически зависит от x с периодом a ; в прямоугольнике $-a/2 \leq x \leq a/2, -r \leq z \leq r$:

$$\epsilon_1(x, z) = \begin{cases} 1, & \text{если } x^2 + z^2 > r^2 \\ \epsilon_2, & \text{если } x^2 + z^2 \leq r^2 \end{cases}$$

где r — радиус цилиндра. Величина ε_2 может иметь неотрицательную мнимую часть. Зависимость всех полей от времени вида $\exp(-i\omega t)$ опускаем. В двумерной задаче могут существовать два типа полей, не зависящих от координаты y : а) E_x, E_z, H_y , б) E_y, H_x, H_z . Ниже будем рассматривать только случай б). Относительную магнитную проницаемость μ считаем равной единице во всем пространстве. Обозначим $E_y(x, z) = u(x, z)$. В областях непрерывности функции $\varepsilon(x, z)$, воспользовавшись уравнениями Максвелла, получим

$$\Delta u + k_0^2 \varepsilon(x, z) u = -f(x, z), \quad (1)$$

где $k_0^2 = \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0$, $f(x, z)$ — плотность источников, которую без ограничения общности можно взять в виде δ -функции, сосредоточенной в точке (x_0, z_0) : $f(x, z) = \delta(x - x_0) \delta(z - z_0)$, причем источник на рис. 1 находится справа от решетки. На линии разрыва функции $\varepsilon_1(x, z)$, т. е. на окружности $(x - a/2)^2 + z^2 = r^2$, уравнение (1) заменяем условием непрерывности полей

$$[u] |_{\Gamma} = 0, \quad [\partial u / \partial n] |_{\Gamma} = 0, \quad (2)$$

где $[\cdot]$ — скачок указанной в скобках функции при переходе через поверхность разрыва Γ . Уравнения (1) и (2) нужно дополнить условиями излучения, которые обеспечат единственность решения задачи. Для построения приближенного решения задачи (1), (2) с условиями излучения используем метод интегрального преобразования [8]. Прямым преобразованием функции $u(x, z)$ назовем функцию $U(t, x, z)$, определяемую равенством

$$U(t, x, z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} u(x + na, z) \exp(-int),$$

параметр t изменяется в пределах от 0 до 2π . Функция $U(t, x, a)$ удовлетворяет условию Флоке по переменной x с параметром Флоке t :

$$U(t, x + a, z) = \exp(it) U(t, x, z), \quad (3)$$

что позволяет ограничиться рассмотрением этой функции в полосе $0 \leq x \leq a$. Легко убедиться, что уравнение (1) переходит в уравнение $\Delta U + k_0^2 \varepsilon(x, z) U = 0$ в полосе $0 \leq x \leq a$, а условия непрерывности (2) для функции $U(t, x, z)$ будут иметь тот же вид.

Условия излучения, если задан источник $f(x, z)$, можно записать в виде

$$U(t, x, z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} T_n(t) \exp[-i(z+r)\gamma_n(t)] \psi_n(t, x), \quad (4)$$

$$0 \leq x \leq a, \quad z \leq -r;$$

$$U(t, x, z) = U^{(0)}(t, x, z) + \sum_{n=-\infty}^{\infty} R_n(t) \times \\ \times \exp[i(z-r)\gamma_n(t)] \psi_n(t, x), \quad (5)$$

$$0 \leq x \leq a, \quad z \geq r,$$

где $U^{(0)}(t, x, z)$ — поле источника с плотностью

$$F(t, x, z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} f(x, z) \exp(-int),$$

удовлетворяющее условию Флоке с параметром t :

$$U^{(0)}(t, x, z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\psi_n(t, x) \psi_n^*(t, x_0)}{-2i\gamma_n(t)} \times \\ \times \exp [i |z - z_0| \gamma_n(t)].$$

Введены обозначения $\psi_n(t, x) = \exp(ix\lambda_n(t))/\sqrt{a}$, $\lambda_n = (t + 2\pi n)/a$, $\gamma_n(t) = (k_0^2 - \lambda_n^2(t))^{1/2}$, причем или $\gamma_n(t) \geq 0$, или $-i\gamma_n(t) > 0$.

Известно [8], что обратное преобразование от $U(t, x, z)$ к $u(x, z)$ имеет вид

$$u(x, z) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} U(t, x, z) dt. \quad (6)$$

Приближенное решение ищем в виде

$$U^{(N)}(t, x, z) = \sum_{n=-N}^N B_n^{(N)}(t, z) \psi_n(t, x), \quad (7)$$

$$0 \leq t < 2\pi, \quad 0 \leq x \leq a, \quad -r \leq z \leq r.$$

Для определения неизвестных коэффициентов $B_n^{(N)}(t, z)$ используем прямой проекционный метод типа метода Галеркина [4, 6, 7]. В результате получим семейство краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений, которые зависят от параметра t :

$$d^2 B_n^{(N)}/dz^2 - \lambda_n^2(t) B_n^{(N)} + \sum_{m=-N}^N \epsilon_{nm}(t, z) B_m^{(N)} = 0, \\ -N \leq n \leq N, \quad -r \leq z \leq r; \quad (8)$$

$$[dB_n^{(N)}/dz + i\gamma_n(t) B_n^{(N)}]_{z=-r} = 0, \quad -N \leq n \leq N; \quad (9)$$

$$[dB_n^{(N)}/dz - i\gamma_n(t) B_n^{(N)}]_{z=r} = \\ = (1/\sqrt{a}) \exp [i(z_0 - r) \gamma_n(t) - ix_0 \lambda_n(t)], \quad (10) \\ -N \leq n \leq N,$$

и

$$\epsilon_{nm}(t, z) = k_0^2 \int_0^a \psi_m(t, x) \psi_n^*(t, x) \epsilon_1(x, z) dx.$$

Обоснование применимости упомянутого метода для рассматриваемого случая дано в [6]. Решив численно краевую задачу (8)–(10) одним из известных методов [9], можно затем определить $U^{(N)}$ по формуле (7), а затем и $u^{(N)}$ по формуле (6). Результат, естественно, будет зависеть от параметра N . В [6] показано, что существуют пределы

$$u = \lim_{N \rightarrow \infty} u^{(N)}, \quad U = \lim_{N \rightarrow \infty} U^{(N)}.$$

Используя представления (4), (5) и условия непрерывности, можно определить величины коэффициентов $R_n^{(N)}$, $T_n^{(N)}$. Введем обозначения

$$R^{(N)}(\lambda) = \sqrt{a} R_m^{(N)}(\lambda a - 2\pi m), \quad T^{(N)}(\lambda) = \sqrt{a} T_m^{(N)}(\lambda a - 2\pi m),$$

причем индекс m выбирается в зависимости от λ так, что аргументы $R_m^{(N)}$ и $T_m^{(N)}$ лежат в пределах от 0 до 2π :

$$m \equiv m_0(\lambda) \equiv \text{целая часть } (\lambda a/2\pi). \quad (11)$$

В дальнейшем ограничимся исследованием рассеянного отраженного поля на большом удалении от диэлектрической решетки. При удалении точки наблюдения главный член асимптотического разложения рассеянного поля имеет вид

$$u_R^{(N)}(\rho, \varphi) = (k_0/2\pi\rho)^{1/2} \exp(ik_0\rho + i\pi/4) \cos \varphi R^{(N)}(k_0 \sin \varphi),$$

где (ρ, φ) — полярные координаты. Величину $F_R(\varphi) = \cos \varphi R^{(N)}(k_0 \sin \varphi)$, $|\varphi| < \pi/2$, будем называть диаграммой направленности рассеянного отраженного излучения.

2. АСИМПТОТИЧЕСКОЕ ПОВЕДЕНИЕ ДИАГРАММЫ НАПРАВЛЕННОСТИ РАССЕЯННОГО ОТРАЖЕННОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ПРИ УДАЛЕНИИ ИСТОЧНИКА ОТ РЕШЕТКИ

В численном эксперименте выяснилось, что при удалении источника от решетки на расстояние нескольких периодов решетки диаграмма направленности рассеянного излучения приобретает весьма характерный вид (см. рис. 2—5). В этом разделе получим выражение для диаграммы направленности, которое позволяет аналитически исследовать ее поведение при произвольном удалении источника от решетки.

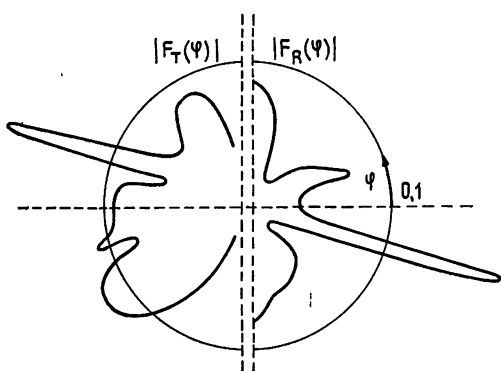


Рис. 2.

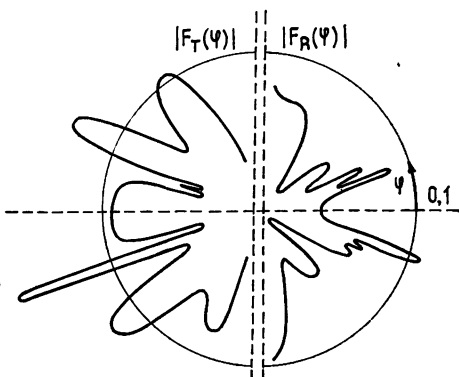


Рис. 3.

Для большей наглядности проведем рассмотрение для фиксированного значения волнового числа k_0 , заключенного в пределах $\pi < k_0 a < 2\pi$. Зависимость функции $U(t, x, z)$ от положения источника, которое задается его координатами x_0 и z_0 , входит только в правую часть граничного условия (10). Если устремить $z_0 \rightarrow \infty$, то правая часть (10) устремится к нулю по экспоненциальному закону для тех номеров n , при которых $\gamma_0(t)$ — чисто мнимая величина, т. е. при условии $k_0 a < |t + 2\pi n|$. Следовательно, при удаленном источнике в условиях на правом конце для краевой задачи (8) — (10) может быть не более двух и не менее одного неоднородного уравнения в зависимости от значения t . Номера неоднородных уравнений таковы:

$$n = 0, \text{ если } 0 \leq t \leq k_0 a; \quad (12)$$

$$n = -1, \text{ если } 2\pi - k_0 a < t < 2\pi. \quad (13)$$

Пусть функции $V_{n,l}^{(N)}$ при каждом фиксированном l , $l = 0$ или -1 , удовлетворяют уравнениям (8), (9), вместо граничного условия (10) возьмем условие

$$[dV_{n,l}^{(N)}/dz - i\gamma_n(t)V_{n,l}^{(N)}]_{z=r} = \begin{cases} 1, & \text{если } n = l \\ 0, & \text{если } n \neq l \end{cases}$$

причем l равно 0 или -1 . Если $l = 0$, то функции $V_{n,l}^{(N)}$ рассматриваем при условии (12), а если $l = -1$, то при условии (13). Определим коэффициенты $\hat{R}_{n,l}^{(N)}(t)$ следующим образом:

$$\hat{R}_{n,l}^{(N)} = \{2i\gamma_n(t) \exp [ir\gamma_n(t)]\}^{-1} \times \times [dV_{n,l}^{(N)}/dz + i\gamma_n(t)V_{n,l}^{(N)}]_{z=r}. \quad (14)$$

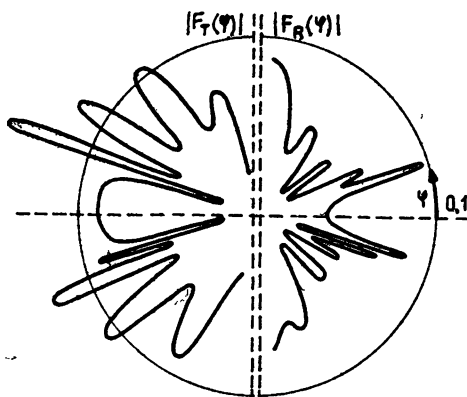


Рис. 4.

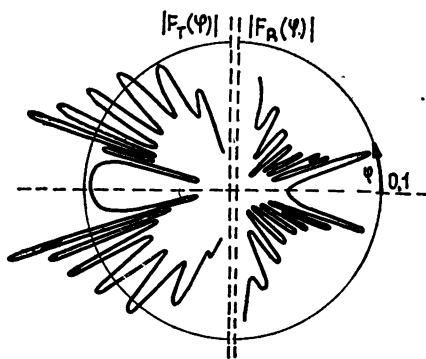


Рис. 5

Пусть $\hat{M}(t)$ — множество индексов:

$$\hat{M}(t) = \begin{cases} \{0\}, & \text{если } 0 \leq t \leq 2\pi - k_0 a, \\ \{0, -1\}, & \text{если } 2\pi - k_0 a < t \leq k_0 a, \\ \{-1\}, & \text{если } k_0 a < t < 2\pi. \end{cases}$$

Используя линейность задачи (8)–(10), выразим коэффициенты $R_n^{(N)}(t)$ через $\hat{R}_{n,l}^{(N)}(t)$:

$$R_n^{(N)}(t) = \sum_{l \in \hat{M}(t)} \hat{R}_{n,l}^{(N)}(t) \frac{1}{\sqrt{a}} \frac{\exp [i(z_0 - r)\gamma_l(t)]}{\exp [ix_0\lambda_n(t)]}. \quad (15)$$

Теперь рассмотрим диаграмму направленности. Выясним, при каких значениях угла φ в сумме (15) будет присутствовать один член, а при каких — два члена. Поскольку $\lambda = k_0 \sin \varphi$, $t = \lambda a - 2\pi m_0(k_0 \sin \varphi)$, где $m_0(\lambda)$ определяется формулой (11), то

$$m_0(k_0 \sin \varphi) = \begin{cases} 0, & \text{если } 0 \leq \varphi < \pi/2 \\ -1, & \text{если } -\pi/2 < \varphi < 0 \end{cases}$$

и, следовательно,

$$t(\varphi) = \begin{cases} k_0 a \sin \varphi, & \text{если } 0 \leq \varphi < \pi/2 \\ k_0 a \sin \varphi + 2\pi, & \text{если } -\pi/2 < \varphi < 0 \end{cases}$$

Таким образом,

если $1 > |\sin \varphi| > (2\pi/k_0 a) - 1$, то $l = 0$ или $l = -1$,

если $0 \leq \sin \varphi \leq (2\pi/k_0 a) - 1$, то $l = 0$,

если $1 - (2\pi/k_0 a) \leq \sin \varphi < 0$, то $l = -1$.

Теперь можно выразить диаграмму $F_R^{(N)}(\varphi)$ в явном виде через $\hat{R}_{n,l}^{(N)}(t)$. Рассматриваем только углы наблюдения φ , лежащие в пределах $0 \leq \varphi < \pi/2$, поскольку для углов $-\pi/2 < \varphi < 0$ рассуждения аналогичны. Положим $x_0 = 0$, так как результат не зависит от x_0 . Пусть углы φ_1 и φ_{-1} определяются условиями $\sin \varphi_{\pm 1} = \sin \varphi \pm 2\pi/k_0 a$, $\cos \varphi_{\pm 1} \geq 0$ или $-i \cos \varphi_{\pm 1} > 0$.

Получим

$$F_R^{(N)}(\varphi) = \cos \varphi \hat{R}_{0,0}^{(N)}(k_0 a \sin \varphi) (1/\sqrt{a}) \exp [ik_0(z_0 - r) \cos \varphi], \quad (16)$$

если $0 \leq \sin \varphi < (2\pi/k_0 a) - 1$,

$$F_R^{(N)}(\varphi) = \cos \varphi \hat{R}_{0,0}^{(N)}(k_0 a \sin \varphi) (1/\sqrt{a}) \exp [ik_0(z_0 - r) \cos \varphi] + \\ + \cos \varphi \hat{R}_{0,-1}^{(N)}(k_0 a \sin \varphi) (1/\sqrt{a}) \exp [ik_0(z_0 - r) \cos \varphi_{-1}], \quad (17)$$

если $(2\pi/k_0 a) - 1 < \sin \varphi < 1$.

Выражения (16), (17) позволяют проанализировать вид диаграммы направленности рассеянного отраженного излучения в случае неограниченного удаления источника от решетки. Рассмотрим функцию $|F_R^{(N)}(\varphi)|$. Из (16), (17) следует, что если источник достаточно далеко от решетки, то при его дальнейшем удалении в диапазоне углов наблюдения

$$|\sin \varphi| < (2\pi/k_0 a) - 1 \quad (18)$$

диаграмма по модулю не изменяется. Функция $|F_R^{(N)}(\varphi)|$ при условии (18) будет достаточно плавно зависеть от φ вследствие плавности функций $\hat{R}_{n,l}^{(N)}(t)$. В диапазоне углов $1 > |\sin \varphi| > (2\pi/k_0 a) - 1$ картина будет совершенно иной. При удалении источника число лепестков диаграммы будет все более и более увеличиваться вследствие возрастания коэффициента при аргументе экспоненциальной функции. Минимальное значение $|F_R^{(N)}(\varphi)|$ при фиксированном φ и при всех возможных положениях удаленного источника будет, очевидно, равно

$$F_{\min}^{(N)}(\varphi) = \left| \left| \hat{R}_{0,0}^{(N)}(k_0 a \sin \varphi) \right| - \left| \hat{R}_{0,-1}^{(N)}(k_0 a \sin \varphi) \right| \right|, \quad (19)$$

$$(2\pi/k_0 a) - 1 \leq \sin \varphi < 1.$$

Максимальное значение диаграммы:

$$F_{\max}^{(N)}(\varphi) = \left| \left| \hat{R}_{0,0}^{(N)}(k_0 a \sin \varphi) \right| + \left| \hat{R}_{0,-1}^{(N)}(k_0 a \sin \varphi) \right| \right|, \quad (20)$$

$$(2\pi/k_0 a) - 1 \leq \sin \varphi < 1.$$

Если не выполнено условие (18), то при увеличении φ функция $|F_R(\varphi)|$ будет последовательно достигать своих минимального и максимального значений, определяемых формулами (19) и (20). Чтобы доказать это, запишем, например, (17) в виде

$$|F_R^{(N)}(\varphi)| = \cos \varphi (1/\sqrt{a}) |\hat{R}_{0,0}^{(N)}(k_0 \tilde{a} \sin \varphi) + \hat{R}_{0,-1}^{(N)}(k_0 a \sin \varphi) \exp [ik_0(z_0 - r)(\cos \varphi_{-1} - \cos \varphi)]| \quad (21)$$

и заметим, что $(\varphi_{-1} - \varphi)$ изменяется монотонно. Расстояние между соседними максимумами модуля диаграммы можно найти, рассмотрев аргумент экспоненты в (21). При условии $k_0(z_0 - r) \gg a$ оно будет равно

$$\Delta\varphi = 2\pi [k_0(z_0 - r)|\operatorname{tg} \varphi - \operatorname{tg} \varphi_{-1}|]^{-1} \cong a/(z_0 - r)$$

и уменьшается обратно пропорционально удалению источника от решетки.

Наше рассмотрение нельзя считать полным, пока не выяснен смысл величин $\hat{R}_{n,l}^{(N)}(t)$. Установим связь $\hat{R}_{n,l}^{(N)}(t)$ и коэффициентов отражения плоской волны, возбуждающей систему, изображенную на рис. 1. Пусть справа на диэлектрическую решетку падает плоская волна под углом α :

$$u_0(\alpha, x, z) = (1/\sqrt{a}) \exp(-ik_0 z \cos \alpha + ik_0 x \sin \alpha), \quad (22)$$

где $|\alpha| < \pi/2$. Функция (22) удовлетворяет условию Флоке (3), если параметр t выбрать равным $t(\alpha) = k_0 a \sin \alpha - 2\pi m_0(k_0 \sin \alpha)$. Поле $u_1(\alpha, x, z)$, соответствующее возбуждению вида (22), ищем в виде

$$u_1^{(N)}(\alpha, x, z) = \sum_{n=-N}^N \Omega_n^{(N)}(z, \alpha) \psi_n(t, x).$$

Для определения коэффициентов Ω_n получим краевую задачу для обыкновенных линейных дифференциальных уравнений (8) с граничным условием (9) и вторым граничным условием

$$[d\Omega_n^{(N)}/dz - i\gamma_n(t(\alpha))\Omega_n^{(N)}]_{z=r} = \begin{cases} -2ik_0 \cos \alpha \exp(ik_0 r \cos \alpha), \\ \text{если } n = m_0(k_0 \sin \alpha), \\ 0, \\ \text{если } n \neq m_0(k_0 \sin \alpha). \end{cases}$$

Коэффициенты отражения плоских волн $S_n^{(N)}(\alpha)$ определим по формуле (14) с использованием $\Omega_n^{(N)}$ вместо $V_n^{(N)}$.

Легко видеть, что

$$\Omega_n^{(N)}(z, \alpha) = V_{n, m_0(k_0 \sin \alpha)}^{(N)} [-2ik_0 |\cos \alpha| \exp(ik_0 r \cos \alpha)].$$

Следовательно,

$$\hat{R}_{n, m_0(k_0 \sin \alpha)}^{(N)} = \left(\frac{S_n^{(N)}(\alpha)}{-2ik_0 |\cos \alpha| \exp(ik_0 r \cos \alpha)} \right). \quad (23)$$

Введем семейство углов α_l :

$$\sin \alpha_l = \sin \alpha + 2\pi l/k_0 a, \quad \cos \alpha_l \geq 0 \quad \text{или} \quad -i \cos \alpha_l \geq 0.$$

Величина $S_n^{(N)}(\alpha)$ представляет собой амплитуду плоской волны, которая распространяется под углом α_n в случае возбуждения (22). Теперь установим связь коэффициентов $R_n^{(N)}(t)$ и $S_n^{(N)}(\alpha)$. Предположим, что $k_0(z_0 - r) \gg 1$. Используя (23), преобразуем соотношения (16), (17) к виду соответственно

$$F_R^{(N)}(\alpha) = S_0^{(N)}(\alpha) \exp(ik_0 z_0 \cos \alpha) c_0, \quad (24)$$

$$0 \leq \sin \varphi < 2\pi/k_0 a - 1;$$

$$F_R^{(N)}(\alpha) = S_0^{(N)}(\alpha) \exp(ik_0 z_0 \cos \alpha) c_0 + \\ + S_0^{(N)}(\alpha_{-1}) \exp(ik_0 z_0 \cos \alpha_{-1}) [\gamma_0(t(\alpha))/\gamma_{-1}(t(\alpha))] c_0, \quad (25)$$

$$2\pi/k_0 a - 1 < \sin \varphi < 1, \quad c_0 = 1/2ik_0, \quad \alpha = \alpha(\varphi) \equiv \varphi.$$

Подчеркнем, что соотношения (16), (17), (24), (25) справедливы для любого числа базисных функций N , причем число базисных функций должно быть одинаковым для всех краевых задач.

3. ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Для иллюстрации выводов, полученных в разд. 2 относительно вида функций $F_R^{(N)}(\varphi)$ и $F_T^{(N)}(\varphi)$, представляющих диаграмму направленности, рассмотрим достаточно простой случай: $r=0,15a$, $\varepsilon_2 = \text{const} = 3$, волновое число $k_0 a = 1,5\pi$. На рис. 2—5 приведены функции $|F_R(\varphi)|$, $|F_T(\varphi)|$ в полярной системе координат, $|F_R(\varphi)|$ — в правой части рисунков, $|F_T(\varphi)|$ — в левой части. Положение источника задается его координатами:

$$x_0 = 0,75a \text{ для всех четырех случаев,} \\ z_0 = 0,85a \text{ (рис. 2), } z_0 = 1,85a \text{ (рис. 3),} \\ z_0 = 2,85a \text{ (рис. 4), } z_0 = 4,85a \text{ (рис. 5).}$$

Как видно, случай $z_0 = 4,85a$ вполне соответствует ситуации, рассмотренной в разд. 2, т. е. здесь источник можно считать удаленным. Ясно видно, что действительно имеются две области изменения угла φ , для которых диаграмма направленности имеет разный вид. Можно провести огибающие максимумов и минимумов $|F_R(\varphi)|$, $|F_T(\varphi)|$ и найти таким образом амплитуды рассеяния плоских волн, возбуждающих ту же самую диэлектрическую решетку. По мере приближения источника к решетке, как показывают рис. 2—4, все большую роль начинает играть возбуждение решетки неоднородными волнами, т. е. теми компонентами в разложении поля точечного источника в однородном пространстве, для которых γ_n — чисто мнимая величина.

Аналогичные результаты получаются, если рассмотреть диэлектрическую решетку произвольной формы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Амיתей Н., Галиндо В., Ву Ч. Теория и анализ фазированных антенных решеток.— М.: Мир, 1974.
2. Боровиков В. А., Кинбер Б. Е. Геометрическая теория дифракции.— М.: Связь, 1978.
3. Швингер Ю.— Зарубежная радиоэлектроника, 1970, № 3, с. 3.
4. Ильинский А. С., Свешников А. Г. В кн.: Прикладная электродинамика. Сборник научно-методических статей. Вып. 1.— М.: Высшая школа, 1977, с. 51.
5. Дифракция волн на решетках./Под ред. В. П. Шестопалова.— Харьков: Гос. ун-т, 1973.
6. Ильинский А. С.— ЖВМ и МФ, 1974, 14, № 4, с. 1063.
7. Свешников А. Г.— ДАН СССР, 1977, 236, № 5, с. 1076.
8. Гельфанд И. М.— ДАН СССР, 1950, 73, № 6, с. 1117.
9. Бахвалов Н. С. Численные методы.— М.: Наука, 1976.

THE DIRECTIVITY DIAGRAM IN THE PROBLEM OF EXCITATION OF THE PERIODIC DIELECTRIC CYLINDER ARRAYS BY THE FINITE SOURCE

A. A. Bykov, A. S. Il'inskij

By an example of the radiation directivity diagram scattered by an infinite periodic array consisting of homogeneous circular dielectric cylinders, general regularities are established which satisfy the case of the diagram in the problem of excitation of the periodic structure by the finite source.

ИНФОРМАЦИЯ О НОВЫХ КНИГАХ

Основы загоризонтной радиолокации / В. А. Алебастров, Э. Ш. Гойхман, И. М. Заморин и др.: Под ред. А. А. Колосова.— М.: Радио и связь, 1983.— 20 л., ил.

Загоризонтная радиолокация, использующая диапазон дециметровых волн (10 ... 100 м), является одним из перспективных направлений в развитии радиолокационной техники, позволяющим обнаруживать различные объекты, скрытые глубоко за линией горизонта. В книге рассматриваются общие принципы загоризонтной радиолокации, обобщенные уравнения радиолокации, методы расчета затухания радиоволн на трассе, виды помех и методы защиты от них, обнаружение и оценка параметров сигналов, а также принципы построения загоризонтных радиолокационных станций.

Для научных работников. Будет полезна инженерам, работающим в области радиолокации.

Пространственно-временная обработка сигналов / И. Я. Кремер, А. И. Кремер, В. М. Петров и др./Под ред. И. Я. Кремера.— М.: Радио и связь, 1983.— 15 л., ил.

На основе единого подхода к анализу и синтезу радиолокационных станций и многопозиционных систем рассмотрены оптимальные и субоптимальные алгоритмы извлечения информации из волновых полей при наличии внешних и внутренних помех. Исследованы возможности использования нового информативного параметра — кривизны волнового фронта сигналов — для разрешения целей, определения дальности до источников излучения и выделения сигналов из помех, создаваемых внешними источниками.

Для научных работников в области радиолокации и в смежных областях. Может быть полезна радиоинженерам.

Нелинейные электромагнитные волны: Пер. с англ./Под ред. П. Усленги.— М.: Мир, 1983.— 2) л., ил.

Коллективная монография ученых из СССР, США, ФРГ и Италии. Рассмотрены нелинейные электромагнитные волны в различных средах, в том числе в материале со специальными свойствами, в плазме и биологических системах.

Для инженеров и научных работников, занимающихся исследованием нелинейных волновых процессов в радиофизике, оптике, физике плазмы и биологии, а также для аспирантов и студентов старших курсов.

О'Делл Т. Ферромагнитодинамика: Пер. с англ.— М.: Мир, 1983.— 16 л., ил.

Советским читателям хорошо известно имя английского физика Т. О'Делла, автора книги «Магнитные домены высокой подвижности» (М.: Мир, 1978). В его новой книге описываются последние достижения в теории цилиндрических магнитных доменов и их применения для записи и обработки информации — важнейших научно-технических направлений.

Для физиков, занимающихся исследованиями магнитных явлений, и специалистов по прикладным вопросам в области записи и обработки информации.
