ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

Том XXV, № 10 *РАДИОФИЗИКА* *1982*

УДК 534.171

О ТОЧНОСТИ ДОПЛЕРОВСКИХ ГИДРОЛОКАЦИОННЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

Д. А. Селивановский, И. А. Шерешевский

Проведен расчет математического ожидания положения центра тяжести спектра реверберационного сигнала и дисперсии этой величины для однократного цикла акустической эхолокации в предположении статистической независимости случайных величин: скорости поступательного движения антенны и ее изменения, направления оси антенны и ее поворота во время измерений. Рассеивающие свойства среды при этом предполагаются однородными по объему и рассеивающими звук некогерентно. Получены оценки возможной точности для различных условий проведения измерений.

При доплеровских гидролокационных измерениях информация извлекается из сигналов объемной реверберации, т. е. суммарного эхосигнала от множества рассеивателей. При этом существенную роль играет движение приемопередающей антенны гидролокатора относительно водной среды, которое носит, как правило, довольно сложный статистический характер.

В данной статье получены оценки точности дистанционных доплеровских гидролокационных измерений для частот излучения порядка сотни килогерц. Ранее было показано [1], что частоты этого диапазона являются оптимальными при измерениях параметров короткопериодных внутренних волн, скоростей в областях мелкомасштабных турбулентностей и фронтальных зонах, исследований собственных движений зоопланктона и мелких морских организмов. Свойства океанических вод обеспечивают при гидролокации на этих частотах получение сигналов объемной реверберации с дистанцией до нескольких сот метров [2] при использовании сравнительно небольших апертур приемоизлучающих антенн (диаметр $\leqslant 0{,}2$ *м*, соответствующие угловые растворы диаграмм направленности по уровню 0,7 амплитуды $\leqslant 10°$) и мощностей излучения порядка нескольких десятков ватт. Совокупность свойств исследуемых явлений, в частности существование единообразных (вихри или внутренние волны) или статистически однородных (турбулентности, скопления зоопланктона и пр.) движений масс воды и существ, ее населяющих, в областях среды с линейными размерами $\sim (10^3 \div 10^5)\, C/\Omega_0$ (Ω_0 — частота излучаемого ультразвука, C — скорость звука) позволяет производить гидролокационные доплеровские измерения тональными посылками соответствующей длительности с последующей спектральной обработкой в окнах анализа, равных длительности излученных сигналов.

В подобных измерениях нестабильность скорости движения судна и испытываемая им качка являются основными причинами погрешностей измерений.

Предлагаемый ниже расчет математического ожидания положения центра тяжести спектра реверберационного отклика (средней частоты) и дисперсии средней частоты спектра для однократного измерения произведен при ряде предположений, физическая обоснованность которых будет обсуждаться по мере их формулирования.

Запишем реверберационный сигнал в виде

$$p(t) = \int U(\boldsymbol{x},\ t)\, d\boldsymbol{x}, \tag{1}$$

где $U(\boldsymbol{x},\ t)$ — эхо-сигнал, принятый от рассеивателя, находящегося в точке $\boldsymbol{x}$.

Если диаграммы направленности Ψ гидролокатора по приему и излучению одинаковы и не зависят от частоты в полосе частот реверберационного сигнала, то

$$U(\boldsymbol{x},\ t) = (\sigma(\boldsymbol{x})/r^2)\, \Psi(\nu,\ \nu_{изл})\, \Psi(\nu,\ \nu_{пр}) f[(1 + V(\boldsymbol{x})/C) \times \\ \times (t - 2r/C)] \exp[-i\Omega_0(1 + V(\boldsymbol{x})/C)(t - 2r/C)]. \tag{2}$$

Здесь $f(t)$ — огибающая излученного сигнала, длительность которого обозначим T, $\sigma(\boldsymbol{x})$ — эффективное сечение рассеяния в обратном направлении среды в точке $\boldsymbol{x}$, $\nu_{изл,\ пр}$ — направление оси антенны в моменты излучения и приема, r — расстояние до рассеивателя, ν — направление на рассеиватель, $V(\boldsymbol{x}) = (\nu,\ \boldsymbol{W}_{изл} + \boldsymbol{W}_{пр})$, $\boldsymbol{W}_{изл,\ пр} = \boldsymbol{W}(\boldsymbol{x}) + \boldsymbol{V}_{изл,\ пр}$, $\boldsymbol{W}(\boldsymbol{x})$ — скорость движения рассеивателя в точке $\boldsymbol{x}$, $\boldsymbol{V}_{изл,\ пр}$ — скорость антенны в момент приема и излучения сигнала.

При этом можно принять следующие допущения:

1) Скорость антенны практически неизменна за время T.

2) Прием реверберационного сигнала производится через время, много большее длительности излученного импульса, т. е. $2r/C \gg T$.

Спектр реверберационного сигнала в окне, равном по длительности T_0, и с центром, сдвинутым по времени на $2r_0/C$, может быть записан в виде

$$B(\omega) = \int\limits_{2r_0/C - T_0/2}^{2r_0/C + T_0/2} p(t)\, e^{i\omega t}\, dt. \tag{3}$$

Средняя частота спектра реверберационного сигнала задается формулой

$$\overline{\omega} = \frac{\int\limits_{-\infty}^{\infty} \omega\, |B(\omega)|^2\, d\omega}{\int\limits_{-\infty}^{\infty} |B(\omega)|^2\, d\omega} = \frac{\int\limits_{2r_0/C - T_0/2}^{2r_0/C + T_0/2} p(t)\, \dfrac{d\overline{p}(t)}{dt}\, dt}{\int\limits_{2r_0/C - T_0/2}^{2r_0/C + T_0/2} |p(t)|^2\, dt}. \tag{4}$$

Здесь $\overline{p}(t)$ — комплексно-сопряженное $p(t)$. Используя некогерентность рассеяния на множественных рассеивателях, т. е. $\langle \sigma(\boldsymbol{x})\, \sigma(\boldsymbol{x}') \rangle = \sigma_0^2(\boldsymbol{x})\, \delta(\boldsymbol{x} - \boldsymbol{x}')$, можно записать после преобразований соответственно

$$i \int\limits_{2r_0/C - T_0/2}^{2r_0/C + T_0/2} p(t)\, \frac{d\overline{p}(t)}{dt}\, dt \approx \int\limits_{2r_0/C - T_0/2}^{2r_0/C + T_0/2} dt \int\limits_{объем} d\boldsymbol{x}\, \frac{\sigma_0^2(\boldsymbol{x})}{r^4} \times \\ \times \Psi_{изл}^2 \Psi_{пр}^2 f^2 [(1 + V(\boldsymbol{x})/C)(t - 2r/C)]\, \Omega_д; \tag{5}$$

$$\int\limits_{2r_0/C - T_0/2}^{2r_0/C + T_0/2} |p(t)|^2\, dt = \int\limits_{2r_0/C - T_0/2}^{2r_0/C + T_0/2} dt \int\limits_{объем} d\boldsymbol{x}\, \frac{\sigma_0^2(\boldsymbol{x})}{r^4} \times \\ \times \Psi_{изл}^2 \Psi_{пр}^2 f [(1 + V(\boldsymbol{x})/C)(t - 2r/C)], \tag{6}$$

где $\Omega_д = \Omega_0(1 + V(\boldsymbol{x})/C)$.

Выражение (5) получено при хорошо выполняющемся на практике предположении, что длительность фронтов излучаемого импульса $T_ф$ удовлетворяет условию $T_ф \gg 1/\Omega_0$.

Пренебрегая возникающей из-за эффекта Доплера разницей длительностей времени излучения и времени приема эхо-сигнала, можно записать:

$$\bar{\omega} = \frac{\int \Omega_x M(x)\, dx}{\int M(x)\, dx} = \Omega_0 \left(1 + \frac{1}{m} \int \frac{V(x)}{C} M(x)\, dx \right), \tag{7}$$

где

$$M(x) = (\sigma^2(x)/r^4)\, \Psi^2(\nu, \nu_{изл})\, \Psi^2(\nu, \nu_{пр})\, L(r - r_0, T_0),$$

$L(r - r_0, T_0) = \int\limits_{2r_0/C - T_0/2}^{2r_0/C + T_0/2} f^2(t - 2r/C)\, dt$ — свертка огибающих излучаемого импульса и прямоугольного окна анализа;

$$m = \int M(x)\, dx.$$

Введем среднюю скорость $V = (V_{изл} + V_{пр})/2$ и направление оси эффективной антенны $\nu_a = q_a^{-1} m^{-1} \int \nu M(x)\, dx$, для которой учтены структура рассеивателей в среде и сдвиг оси антенны за время распространения импульса. Возникновение множителя $q_a = m^{-1} \left| \int \nu M(x)\, dx \right| \leqslant 1$ связано с телесностью диаграммы направленности излучения и приема, а также со сдвигом их осей друг относительно друга за время распространения импульса.

Таким образом, отклонение средней частоты эхо-сигнала от излучаемой частоты может быть записано в виде

$$\bar{\omega} - \Omega_0 = q_a \Omega_0 (2V/C, \nu_a) + \Omega_0 (2/mC) \int M(x) (W(x), \nu)\, dx. \tag{8}$$

Наиболее простой вид это соотношение приобретает в случае $\sigma(x) = \mathrm{const}$, $W(x) = \mathrm{const} = W$:

$$\bar{\omega} - \Omega_0 = q_a \Omega_0 (2V/C, \nu_a) + q_a \Omega_0 (2W/C, \nu_a). \tag{9}$$

При этом отклонение измеренного значения средней частоты реверберационного сигнала относительно его измеряемого значения определяется, в основном, величиной множителя q_a. Оценим величину q_a в случае, когда диаграмма направленности гидролокатора имеет осевую симметрию. Тогда направление оси эффективной антенны задается вектором $\nu_a = (\nu_{изл} + \nu_{пр}) / \sqrt{2(1 + (\nu_{изл}, \nu_{пр}))}$, а для q_a получаем выражение

$$q_a = \frac{\int (\nu_a, \nu)\, \Psi^2(\nu, \nu_{изл})\, \Psi^2(\nu, \nu_{пр})\, d\nu}{\int \Psi^2(\nu, \nu_{изл})\, \Psi^2(\nu, \nu_{пр})\, d\nu}, \tag{10}$$

из которого видно, что q_a удовлетворяет неравенству

$$1 \geqslant q_a \geqslant \min(\nu_a, \nu) = \cos\theta_a / \cos(\theta_c/2), \tag{11}$$

где $\cos\theta_c = (\nu_{изл}, \nu_{пр})$, а θ_a — ширина диаграммы направленности по пороговому значению эхо-сигнала.

Полученная оценка величины q_a достаточно универсальна. Физический смысл ее заключается в том, что увеличение ширины диаграммы направленности уменьшает измеренную величину отклонения средней частоты реверберационного сигнала, а увеличение углового сдвига оси антенны за время распространения импульса уменьшает эффективную ширину диаграммы направленности. В большинстве случаев можно считать без ущерба для точности измерений $q_a = 1$ (например, $\theta_a = 3°$, $\theta_c = 0$, $q_a = 0{,}9986$).

Оценим также среднее значение q величины $q_а$ по ансамблю измерений. Очевидно,

$$q=\int \frac{\int (\nu, \nu_0)\,\Psi^2(\nu, \nu_0)\,\Psi^2(\nu, \nu_1)\,d\nu}{\int \Psi^2(\nu, \nu_0)\,\Psi^2(\nu, \nu_1)\,d\nu} M(\nu_1)d\nu_1 \geqslant \int\limits_{S(\nu_0;\,\nu_1)} \min\,(\nu, \nu_0) M(\nu_1) d\nu_1 = \cos\theta_а, \tag{12}$$

где ν_0 — штатное направление антенны, $M(\nu_1)$ — распределение угловых отклонений оси антенны за время распространения импульса, $S(\nu_0;\ \nu_1)$ — пересечение проекций диаграмм направленности по уровню $\theta_а$ с осями ν_0 и ν_1 на сфере единичного радиуса, построенной на геометрическом центре антенны.

Таким образом, величина q не зависит от угловых смещений оси антенны за время распространения импульса.

Оценим среднеквадратичное уклонение средней частоты реверберационного сигнала, определяющее точность измерения скоростей, существующих в эхолоцируемой среде. При этом предположим неизменность распределения скоростей в эхолоцируемой среде и стационарность флуктуаций скорости антенны и отклонений оси антенны. Введем относительное смещение средней частоты реверберационного сигнала

$$\eta = C\,\frac{\bar{\omega}-\Omega_0}{\Omega_0}\;\frac{\int [\,(V_{изл},\ \nu)+(V_{пр},\ \nu)\,]\,\Psi^2(\nu,\ g_{изл}\nu_0)\,\Psi^2(\nu,\ g_{пр}\nu_0)\,d\nu}{\int \Psi^2(\nu,\ g_{изл}\nu_0)\,\Psi^2(\nu,\ g_{пр}\,\nu_0)\,d\nu}. \tag{13}$$

Преобразования $g_{изл}$ и $g_{пр}$ описывают повороты антенны от некоторого штатного ее направления ν_0. Введем преобразование g_τ, описывающее поворот антенны за время распространения импульса. Тогда $g_{пр}=g_\tau g_{изл}$. Введем также вектор $V_\tau = V_{пр} - V_{изл}$ — изменение скорости антенны за время распространения импульса.

Для дальнейшего рассмотрения предположим случайные величины g_τ, $g_{изл}$, V_τ, $V_{изл}$ статистически независимыми. Усреднение случайной величины η по ансамблю значений будем производить последовательно. В частности, считая $\langle V_{изл}\rangle = V_0$ и $\langle V_\tau\rangle = 0$, можно записать:

$$\langle \eta \rangle_V = 2\,\frac{\int (V_0,\ \nu)\,\Psi^2(\nu,\ g_{изл}\nu_0)\,\Psi^2(\nu,\ g_\tau g_{изл}\nu_0)\,d\nu}{\int \Psi^2(\nu,\ g_{изл}\nu_0)\,\Psi^2(\nu,\ g_\tau\, g_{изл}\nu_0)\,d\nu}. \tag{14}$$

Введем вектор

$$\nu_\tau = \frac{\int \nu\Psi^2(\nu,\ \nu_0)\,\Psi^2(\nu,\ g_\tau\nu_0)\,d\nu}{\int \Psi^2(\nu,\ \nu_0)\,\Psi^2(\nu,\ g_\tau\nu_0)\,d\nu}. \tag{15}$$

Тогда, используя предположение осевой симметрии диаграммы направленности, получим

$$\langle \eta \rangle_{V,\, g_\tau} = 2\,(V_0,\ g_{изл}\langle \nu_\tau \rangle). \tag{16}$$

Если предположить, что отклонение луча антенны происходит изотропно относительно штатного положения оси антенны, т. е. вероятность отклонения оси антенны на некоторый угол $\theta_к$ не зависит от направления отклонения, то очевидно, что $\langle V_\tau \rangle = q\nu_0$, и окончательно усреднение η имеет вид

$$\langle \eta \rangle_{V,\, g_\tau,\, g_{изл}} = 2q\lambda\,(V_0,\ \nu_0), \tag{17}$$

где $\lambda = |\langle g_{изл} \nu_0 \rangle]$ — множитель, имеющий физический смысл, сходный с величиной q_a, с той разницей, что λ описывает изменение ширины диаграммы направленности гидролокатора при ее отклонении от штатного положения между циклами эхолокации в пределах всего измерения.

Оценка величины множителя λ может быть произведена аналогично оценке величины q:

$$\lambda = \int (\nu, \nu_0) M_к(\nu)\, d\nu \geqslant \min_{\nu} (\nu, \nu_0) = \cos \theta_к, \tag{18}$$

где $M_к(\nu)$ — распределение возможных угловых отклонений оси антенны в ходе измерений, $\theta_к$ — максимальный угол поворота антенны при качке судна.

Используя аналогичные соображения, можно оценить дисперсию η. Мы здесь приведем только те члены в D_η, которые определяются флуктуациями движения антенны, считая, что можно пренебречь слагаемыми, связанными со статистическими свойствами рассеянного сигнала. При этих предположениях

$$D^2_\eta = \langle \eta^2 \rangle - \langle \eta \rangle^2 = 4q^2 (\nu_0, (C_V + C_{V_\tau}/4 + C_{V_0})\nu_0) + 4 (V_0, C_\tau V_0). \tag{19}$$

Здесь C_V — корреляционная матрица случайного вектора $V_{изл}$, соответствующий член выражения (19) учитывает изменение скорости движения антенны между циклами эхолокации. Так как по определению $C_V = \int V\, V M(V)\, dV - V_0 V_0$, то

$$(\nu_0, C_V \nu_0) = \int [(V - V_0), \nu_0]^2 M(V)\, dV \leqslant \max [(V - V_0), \nu_0]^2 \leqslant \max |V - V_0|^2$$

для всех возможных V.

Приведенная оценка реализуется только в том случае, когда направление вариаций скорости совпадает с направлением эхолокации. Более точные оценки можно получать при учете взаимного расположения направления эхолокации и вариаций движения антенны.

Матрица C_{V_τ} представляет собой корреляционную матрицу случайного вектора V_τ. Соответствующий член выражения (19) учитывает изменение скорости движения антенны за время распространения импульса. Аналогично оценке C_V член C_{V_τ} с учетом того, что $\langle V_\tau \rangle = 0$, может быть оценен следующим образом:

$$(\nu_0, C_{V_\tau} \nu_0) \leqslant \max |V_\tau|^2 \text{ по возможным } V_\tau.$$

Корреляционная матрица C_{V_0} случайного вектора $g_{изл} V_0$ учитывает повороты оси антенны гидролокатора (изменение величины проекции общей скорости движения антенны на ее ось), происходящие между циклами эхолокации. Соответствующая оценка имеет вид

$$(\nu_0, C_{V_0} \nu_0) \leqslant \max |g_{изл} V_0 - \langle g_{изл} V_0 \rangle|^2 = |g_{изл} V_0|^2 - |\langle g_{изл} V_0 \rangle|^2 = V_0^2 \sin^2 \theta_к. \tag{20}$$

Наконец, корреляционная матрица C_τ случайного вектора ν_τ учитывает изменение скорости антенны гидролокатора из-за поворотов ее оси за время распространения импульса. Оценка влияния соответствующего члена выражения (19) имеет вид

$$\max [V_0, (\nu_\tau - \langle \nu_\tau \rangle)]^2 \leqslant V_0^2 \max (|V_\tau|^2 - |\langle \nu_\tau \rangle|^2) = V_0^2 (1 - q^2) = V_0^2 \sin \theta_a. \tag{21}$$

Следует отметить, что при выводе формулы (19) мы пренебрегли членами, содержащими смешанные моменты.

В общем виде оценка сверху величины D_η^2 имеет вид

$$D_\eta^2 \leqslant 4\,[q^2\,|\Delta V|^2 + V_0^2(q^2 \sin^2\theta_\text{к} + \sin^2\theta_\text{а})]\,. \tag{22}$$

Рассмотрим несколько случаев движения антенны:

$$\theta_\text{а} = 3°,\quad \theta_\text{к} = 1°,\quad V_0 = 0{,}5\ м/с\ \text{(дрейф)},\quad D_\eta \leqslant 0{,}08\ м/с;$$

$$V_0 = 5\ м/с,\quad D_\eta \leqslant 0{,}17\ м/с;$$

$$V_0 = 25\ м/с,\quad D_\eta \leqslant 0{,}5\ м/с.$$

Необходимо отметить, что полученные оценки точности определения величин скоростей в гидролокационных измерениях при однократном лоцировании среды показывают, что с удовлетворительной точностью (10—20%) могут быть измерены скорости более 1 *м/с*, характерные для движений рыб и других морских организмов. Величины скоростей частиц среды в области распространения короткопериодных внутренних волн или границ течений и т. п. не превышают, как правило, 10^{-2} *м/с*. Необходимое увеличение точности измерений значения средней частоты спектра реверберационного сигнала осуществляется в этих случаях, как обычно, путем накопления данных последовательных циклов эхолокации. При этом, если величины средних частот реверберационных откликов в последовательности циклов эхолокации статистически независимы, точность измерения средней скорости движений масс воды в среде определяется величиной $D_\eta/\sqrt{N}$, где N — число последовательных циклов эхолокации. Тот же вывод справедлив и в случае, когда скорость масс воды имеет периодическую по времени компоненту и для ее выделения используется спектральный анализ последовательности средних частот. Такая ситуация возникает при применении доплеровской гидролокации для обнаружения и измерения параметров внутренних волн [1]. Полученные выше оценки дисперсии средних частот хорошо согласуются с экспериментальными данными, приведенными в [1].

ЛИТЕРАТУРА

1. Васильева Н. А., Колодиева И. И., Муякшин С. И., Селивановский Д. А., Соколов А. Ю.— Тезисы I Всесоюзной конференции «Метрология гидрофизических измерений». — Менделеево, 1980.
2. Акустика океана. Ч. 2.— М.: Наука, 1974.

Институт прикладной физики
АН СССР

Поступила в редакцию
2 октября 1981 г.

ON THE ACCURACY OF THE DOPPLER SONAR MEASUREMENTS

D. A. Selivanovsky, I. A. Shereshevsky

Mathematical expectation of the centre of gravity for the reverberation signal spectrum and dispersion of this value for a single cycle of echosounding are calculated on the assumption of statistical independence of random values: velocity of the antenna forward motion and its variation, direction of the antenna axis and its rotation during measurements. Dispersive properties of the medium are assumed uniform by volume, acoustic scattering being incoherent. Possible occuracy in different conditions of measurements is evaluated.