

УДК 551.510.535+550.385

О МЕХАНИЗМЕ НЕЛИНЕЙНОЙ КАНАЛИЗАЦИИ НИЗКОЧАСТОТНЫХ ВОЛН

О. А. Молчанов, О. А. Мальцева, И. Е. Шарко

Рассмотрена возможность нелинейной канализации низкочастотных волн в магнитосфере Земли в процессе слияния с ионно-циклотронными волнами: определены характеристики процесса слияния, с помощью метода расчета траекторий волн доказан канализирующий эффект механизма.

1. Идея нелинейной канализации низкочастотных волн высказана в работе [1] при попытке анализа результатов наблюдений сигналов мощного низкочастотного передатчика в сопряженной области [2] и заключается в следующем (в отличие от распадного процесса [1] здесь рассматривается более эффективный процесс слияния исходной низкочастотной волны с ионно-циклотронной). Поперечные ионно-циклотронные волны ($\psi_n \sim \pi/2$), существующие вблизи экваториальной плоскости в области L_n [3, 4], могут эффективно взаимодействовать с распространяющимися через эту область ОНЧ волнами (свистами) с частотой ω_0 и волновым вектором k_0 , порождая новую свистовую волну (ω_1, k_1), если выполняется условие фазового синхронизма [5]:

$$\omega_0 + \omega_n = \omega_1, \quad k_0 + k_n = k_1.$$

Схема единичного акта такого трехволнового взаимодействия показана на рис. 1. На этой схеме учтено, что в регулярно-неоднородной магнитосфере волновой вектор k_0 отклоняется от магнитной силовой линии B_0 в направлении от Земли ($\psi_0 < 0$), а ионно-циклотронные волны, генерируемые за плазмопаузой или вблизи нее, имеют преимущественное направление k_n к Земле [3, 4]. Следовательно, в процессе слияния этих волн рождается вторая свистовая компонента ($\omega_1 > \omega_0$) с зеркальным углом $\psi_1 \approx -\psi_0$ и величиной вектора $|k_1| \approx |k_0|$, так как $\omega_0 \gg \omega_n$. В принципе возможно, что через некоторое время $t_{нп}$ вся энергия исходного свиста с амплитудой A_0 перекачается в зеркальную компоненту и начнется обратный процесс, в котором участвуют волны с векторами k_0, k_n и k_1 . При этом, если для исходного пучка свистовых волн регулярная рефракция (эволюция величины ψ_0 вдоль траектории) приводит к увеличению углов ψ_0 и, следовательно, препятствует продольному прохождению в сопряженную область, то при учете перекачки энергии в зеркальную компоненту, во-первых, уменьшается эффективность рефракции, во-вторых, волновые векторы свистовых волн стремятся распределиться в симметричном относительно B_0 конусе углов $\Delta\psi$ и, значит, некоторая часть свистовой энергии будет распространяться ква-

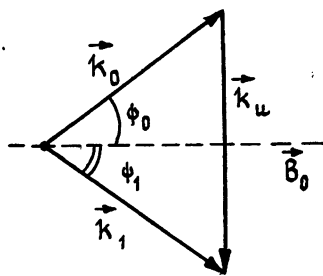


Рис. 1.

зипродольно и канализироваться. В этом идея механизма нелинейной канализации. Поскольку полное описание эволюции пакетов свистовых волн в неоднородной среде дать довольно сложно, нашей задачей является определение характеристик процесса канализации и доказательство с помощью метода расчета траекторий ОНЧ волн того, что этот процесс обеспечивает выход волн в сопряженную область с малыми углами ψ (порядка $\pm 20^\circ$) относительно магнитного поля, свойственными квазипродольному распространению.

2. Определим основные масштабы процесса: L_{\parallel} — размер области существования ионно-циклотронных волн, l_{\parallel} — пространственный период перекачки энергии из волны A_0 в волну A_1 , l_0 — длина фазового синхронизма. Будем считать, что ионно-циклотронные волны существуют вблизи экваториальной плоскости в области геомагнитных широт $-15 \div +15^\circ$. Для параметра $L \sim 3$ это эквивалентно $L_{\parallel} \sim 10^4 \text{ км} = 10^7 \text{ м}$, что не противоречит экспериментальным данным. Уравнения для амплитуд трехволнового процесса типа «слияние» известны хорошо и анализировались в ряде работ. Будем следовать формалистике работы [6]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial A_0}{\partial t} + v_{g\parallel} \frac{\partial A_0}{\partial s} &= \alpha_{\parallel} A_{1+} A_{\parallel+} e^{i\lambda\tau_+}, \\ \frac{\partial A_1}{\partial t} + v_{g\parallel} \frac{\partial A_1}{\partial s} &= \alpha_{\perp} A_0 A_{\parallel+} e^{-i\lambda\tau_+}, \\ \frac{\partial A_{\parallel+}}{\partial t} &= -\beta_{\parallel} A_0^* A_{1+} e^{i\lambda\tau_+}. \end{aligned}$$

В последнем уравнении пренебрегли производной по координате, так как $v_{g\parallel} = 0$, тогда коэффициенты взаимодействия равны

$$\begin{aligned} \alpha_{\parallel} &= (|e|/mc) (k_{\parallel} \omega_0) \sin \psi [\cos \psi (1 + 2x^2) - 4x], \\ \beta_{\parallel} &= \frac{|e| k_{\parallel}}{m \omega_0 x} \frac{\sin 2\psi \cos \psi (1 - 2x^2)}{(\sin^2 \psi + 2\Delta x^2)} \frac{1}{\mu^2} \frac{(x_i^2 - 1)(4 - x_i^2)}{2x_i} \end{aligned}$$

и с учетом дисперсионного выражения для ионно-циклотронных волн приобретают вид

$$\begin{aligned} \alpha_{\parallel} &= (|e|/mc) \mu x \sin \psi [\cos \psi (1 + 2x^2) - 4x], \\ \beta_{\parallel} &= 6 (|e|/mc) \mu^3 x (v_{Ti}^2/c^2) \sin^3 \psi \cos^2 \psi (1 - 2x). \end{aligned}$$

Заметим, что для продольно распространяющихся свистовых волн взаимодействия нет ($\alpha_{\parallel} = \beta_{\parallel} = 0$, если $\psi = 0$), характер взаимодействия меняется при значении параметра x :

$$x_n = (\cos \psi)^{-1} [1 - \sqrt{1 - \cos^2(\psi/2)}] \approx \cos(\psi/4)$$

Представим комплексные амплитуды в виде $A_s = |A_s| e^{i\eta_s}$ и предположим, что в некоторой области l_c выполняются обобщенные условия синхронизма:

$$\Delta\varphi_+ = 0, \quad \Delta\eta_s = \pi(2n + 1). \quad (1)$$

Тогда, введя новые переменные $\tau = t - s/v_{g\parallel}$, $y = s/v_{g\parallel}$ характеризующие длительность пакета ОНЧ волн ($\tau = 0$, фронт пакета) и длину перемещения пакета, числяемую в групповых задержках, приходим к выражению (опуская знак модуля)

$$\frac{\partial A_0}{\partial y} = \alpha_n A_0 A_n, \quad \frac{\partial A_1}{\partial y} = -\alpha_n A_0 A_n, \quad \frac{\partial A_n}{\partial \tau} = \beta_n A_0 A_1.$$

Легко видеть, что для ОНЧ волн выполняется закон сохранения

$$A_0^2 + A_1^2 = c^2 = (A_0^0)^2,$$

где A_0^0 — начальное значение амплитуды исходной волны, и поскольку $\alpha_n \gg \beta_n$ ($\alpha_n/\beta_n \sim \mu^2 \gg 1$), для достаточно коротких импульсов ОНЧ волн,

$$\tau < \tau_0 = A_0^0 / (\beta_n A_0^0{}^2),$$

можно пренебречь увеличением амплитуды A_n , и пространственный период перекачки энергии определяется

$$l_{\parallel} v_g = (\alpha_n A_n)^{-1},$$

$$A^2 = (A_0^0)^2 \cos^2(y v_{g\parallel} / 2l_{\parallel}),$$

$$A_1^2 = (A_0^0)^2 \sin^2(y v_{g\parallel} / 2l_{\parallel}).$$

При малой длине взаимодействия, $l_{\parallel} < l_c$, происходит полная перекачка энергии — это случай сильной канализации, при обратном соотношении,

$$l_{\parallel} > l_c, \quad A_n < (\alpha_n l_c v_g)^{-1},$$

перекачка неполная, максимальная амплитуда составляет

$$A_1 \approx A_0^0 \sin(l_c / 2l_{\parallel}) \approx (A_0^0 / \alpha_n) (A_n / 2v_{g\parallel})$$

Это случай слабой канализации. При увеличении длительности и $\alpha_n < 0$, т. е. $\tau > \tau_0$, параметр $x > x_n$, и появляются эффекты накопления амплитуды A_n , приводящие к появлению временной модуляции с характерным периодом τ_m и к улучшению пространственной канализации (уменьшению l_{\parallel}). Величину длины фазового синхронизма l_c можно оценить с учетом (1) из простых соображений:

$$\Delta \varphi_1 \leq \pi/2 \text{ или } \int_0^{l_c} \Delta(k_1 - k_0 - k_n) ds = \pi/2.$$

Простые вычисления приводят к соотношению

$$l_c^2 / 2L_{Bz} + (l_c^2 / 6) |(1 - k_n) (\partial / \partial s) (k_n / L_{Bz})| = (\pi/2) (k_n)^{-1},$$

где

$$L_{Bz} = 2\Delta x \left\{ \frac{\sin^2 \psi_n + 2\cos \psi_n \Delta x}{\sin \psi} \frac{\partial \psi}{\partial s} - \right. \\ \left. - (\cos \psi_n + 2\Delta x) (1/\omega_B) (\partial \omega_B / \partial s) \right\}^{-1}.$$

Таким образом, с учетом того, что $d\psi/ds > 0$ вдоль всей траектории в районе экваториальной плоскости, условия фазировки и, следовательно, канализации существенно улучшаются при $(1/\omega_B) (d\omega_B/ds) > 0$, что характерно для нисходящего участка траектории ОНЧ волн ($\theta > 90^\circ$). Если распространение близко к квазипоперечному ($\Delta x \ll \sin^2 \psi, \cos \psi$), то условием оптимальной канализации будет соотношение

$$L_{B\psi}^{-1} = -\frac{1}{2\Delta x} \left[\frac{1}{\omega_B} \frac{d(\omega_B \cos \psi)}{ds} \right] = 0. \quad (2)$$

Ситуация напоминает положение с когерентным взаимодействием волна — частица, при котором кроме основного условия сфазированности взаимодействия требуется еще дополнительное условие оптимальности взаимодействия. При выполнении соотношения (2) получаем окончательную формулу

$$l_c \approx \left\{ \frac{k_0 \sin \psi}{2\pi \Delta x} \frac{d^2}{ds^2} (\omega_B \cos \psi) \right\}^{-1/3} \approx (\lambda L_x^2)^{1/3},$$

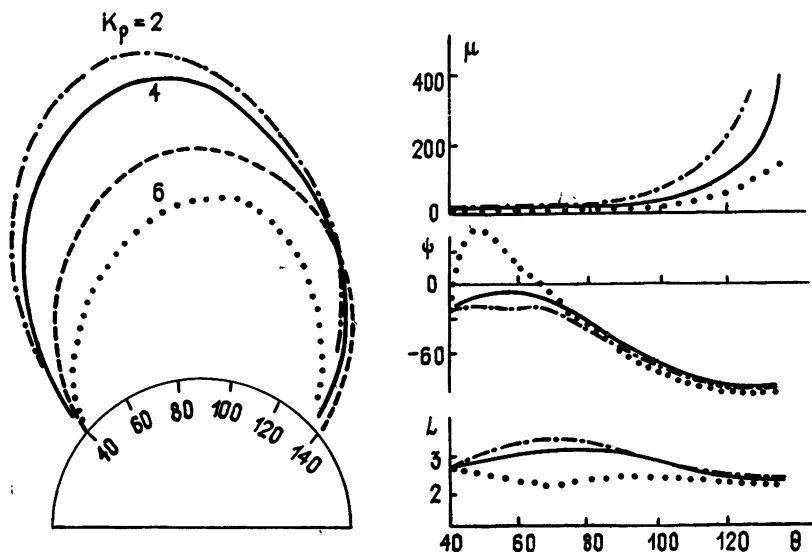


Рис. 2.

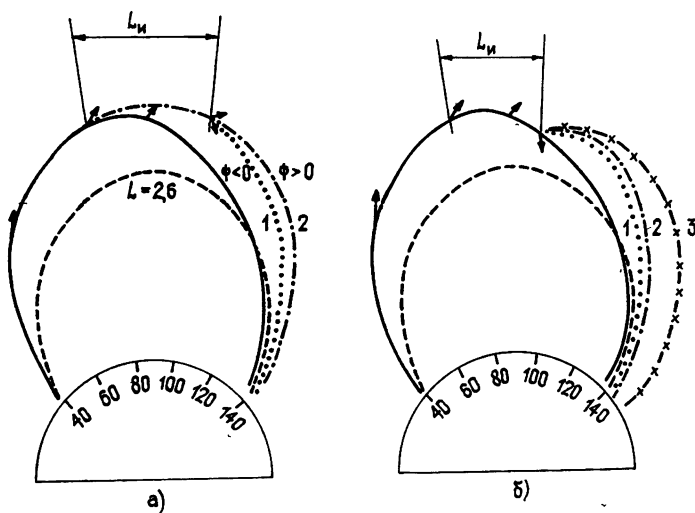


Рис. 3.

где L_x — характерный масштаб изменения магнитного поля и волновой нормали в магнитосфере, λ — длина волны. При значениях $L_x \gtrsim 10^7$ м, $\lambda \sim 10^3$ м, масштаб l_c имеет порядок 10^6 м. Оценим теперь значения

коэффициентов взаимодействия: для типичных значений $\cos \psi \sim \sin \psi \sim 0,7$, $x \sim 0,5$, $\mu \sim 10^2$ имеем $\alpha_{\text{н}} \sim 10^4$ (с/м) $^{-1}$. Следовательно, сильная канализация осуществляется, если

$$A_{\text{н}} > 10^{-4} v_{g\parallel} / l_c \approx 1 \text{ мВ/м.}$$

Полученные значения амплитуды ионно-циклотронных волн в магнитосфере достаточно разумны и неоднократно отмечались в ряде экспериментов [3, 4].

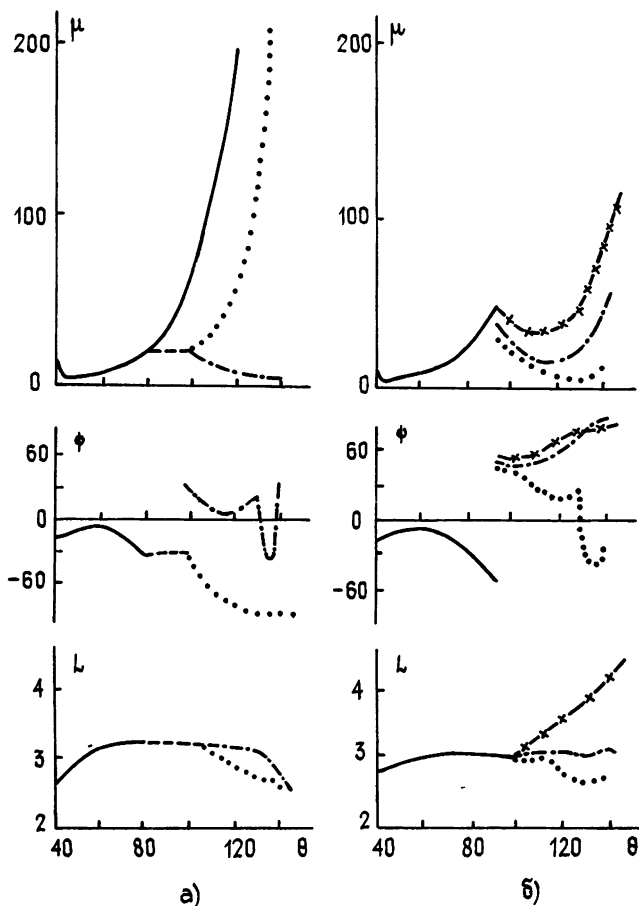


Рис. 4.

3. Докажем с помощью расчета характеристик распространения ОНЧ волн методом [7] канализирующий эффект нелинейного процесса на примере волны с частотой 15 кГц и L -оболочки излучателя, равной 2,6. На рис. 2 показан вид траекторий для неканализированного распространения $R(\theta)$ и поведение показателя преломления μ , угла ψ и L -оболочки вдоль траектории волны для значений индекса $K_p = 2, 4$ и 6 в рамках линейного приближения. Видно, что распространение квазипоперечное, что невозможно при прохождении волны на земную поверхность через сопряженную ионосферу, наблюдается существенное смещение зоны приема от L -оболочки излучателя.

Учтем теперь нелинейные эффекты канализации. Двум возможным случаям: сильной и слабой канализации, полученным при теоретическом рассмотрении, можно поставить в соответствие две схемы расчета

характеристик распространения. Эти схемы представлены на рис. 3. В схеме сильной канализации (рис. 3а) на выходе из области взаимодействия имеем две волны с углами $\psi < 0$ (штрихпунктир) и $\psi > 0$ (точки), абсолютные значения которых $|\psi^k| = |\varphi_0^k|$ равны значению в начале области взаимодействия. В схеме слабой канализации (рис. 3б) волна с $\psi < 0$ практически не отличается от той, что моделировалась в линейном приближении (сплошная линия), тогда как набор волн с $\psi > 0$ задается конусом углов $|\psi_0^k| \geq \psi \geq |\psi_0^k|$. Результаты расчетов параметров μ , ψ , L вдоль траектории иллюстрируются на рис. 4 для индекса $K_p = 3$. Видно, что в случае сильной канализации (рис. 4а) волна с $\psi^k < 0$ практически ничем не отличается от неканализированной, тогда как для волны с $\psi^k > 0$:

а) значения показателя преломления $\mu_k \sim 10$ близки к квазипродольным;

б) в конце траектории углы $\psi^k \sim 30^\circ$, что дает возможность выйти к земной поверхности;

в) L -оболочка выхода волны $L_k \sim L_n \sim 2,6$, т. е. обеспечивается хорошая сопряженность зоны приема с зоной излучения.

Таким образом, с учетом нелинейной канализации можно объяснить основные результаты конкретных экспериментов со среднеширотным ОНЧ излучателем [2].

Более сложная картина имеет место в схеме слабой канализации (рис. 4б): только часть модулируемых траекторий ($\psi = |\psi_0|^k$) удовлетворяет требованиям, необходимым для объяснения экспериментальных данных.

ЛИТЕРАТУРА

1. Молчанов О. А., Трахтенгерц В. Ю., Чмырев В. М.—Изв. вузов—Радиофизика, 1974, 17, № 3, с. 325.
2. Likhter Ja. I., Molchanov O. A., Chmyrev V. M. et al.—Space Res., 1973, 13, p. 689.
3. Kintner P. M., Gurnett D. A.—J. Geophys. Res., 1977, 82, № 16, p. 2314.
4. Perraut S., Gendrin R., Robert P. et al.—Planet. Space Sci., 1979, 27, № 4, p. 317.
5. Цытович В. Н. Нелинейные эффекты в плазме.—М.: Наука, 1967.
6. Молчанов О. А.—Геомагнетизм и аэронавигация, 1975, 15, № 4, с. 681.
7. Мальцева О. А., Молчанов О. А., Резников А. Е. Низкочастотные волны и сигналы в магнитосфере Земли.—М.: Наука, 1980, с. 105.

Ростовский-на-Дону государственный университет

Поступила в редакцию
12 января 1982 г.

THE MECHANISM OF NONLINEAR CANALIZATION OF LOW-FREQUENCY WAVES

O. A. Molchanov, O. A. Mal'tseva, I. E. Sharko

A possibility is considered for nonlinear canalization of low-frequency waves in the Earth's magnetosphere in the process of merging with ion-cyclotron waves. Characteristics of the merging process are defined. By the method of the wave trajectory calculation, the canalizing effect of the mechanism has been proved.