

**Белорусская Советская Социалистическая  
Республика**



УДК 621.396 677

**К ИСПОЛЬЗОВАНИЮ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ  
II РОДА ПРИ ИССЛЕДОВАНИИ ДИФРАКЦИИ  
НА ТОНКИХ ЭКРАНАХ**

*Э. М. Инспекторов*

Исследована возможность применения интегрального уравнения для магнитного поля (уравнение Фредгольма II рода) к анализу тонких экранов конечной толщины. Рассмотрена двумерная задача и случай  $H$ -волн. Интегральное уравнение разбиением контура экрана на  $N$  интервалов сводится к системе  $N$  алгебраических уравнений, коэффициенты которых  $S_{pq}(p, q = 1, 2, \dots, N)$  представляют собой интеграл от ядра уравнения. Проведены численные исследования для экрана цилиндрического профиля размером  $4,5\lambda$  с закругленными кромками, облучаемого  $E$ -секториальным рупором. Даны оценки получаемых погрешностей.

Для решения двумерной задачи дифракции на тонком идеально проводящем экране успешно применяется метод интегральных уравнений. При этом обычно задача сводится к решению интегрального уравнения I рода для электрического поля [1-3]. Интегральное уравнение II рода для магнитного поля в принципе имеет ряд преимуществ (содержит неизвестное как под знаком интеграла, так и вне его, дает возможность получить решение для экрана конечной проводимости), но оно неприменимо в случае бесконечно тонких экранов [4, 5]. В работе исследуется возможность применения такого уравнения для тонких экранов конечной толщины.

Рассмотрим случай  $H$ -волн. Пусть экран цилиндрического профиля (см. рис. 1) возбуждается  $E$ -секториальным рупором. Введем две системы координат: декартову  $(x, y, z)$  и ортогональную криволинейную  $(u_1, u_2, z)$ ; орты  $u_1$  и  $u_2$  направлены соответственно по нормали и касательной к контуру экрана.

В случае идеально проводящего экрана интегральное уравнение Фредгольма II рода для электрического поверхностного тока  $I_{u_2}^3$  имеет вид

$$I_{u_2}^3(u_{2p}) - 2 \oint_l I_{u_2}^3(u_2) \frac{\partial G}{\partial u_1} dl = 2 \int_{l_{ct}} \left( j_{u_2}^{3, ct} \frac{\partial G}{\partial u_1} - j_z^{3, ct} \frac{k}{i W} G \right) dl. \quad (!)$$

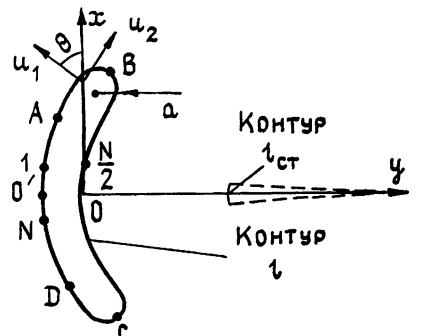


Рис. 1.

Здесь  $l$  — контур экрана,  $l_{ct}$  — контур, на котором заданы сторонние токи (эквивалентные поверхностные токи в раскрыте рупора),  $G = (1/4i) H_0^{(2)}(kR)$  — двумерная функция Грина для свободного пространства.

Поле в области вне контура экрана определяется как сумма поля сторонних токов и поля токов, наведенных на экране. Для компоненты  $H_z$  имеем

$$H_z = - \oint_l I_{u_2}^s(u_2) \frac{\partial G}{\partial u_1} dl - \int_{l_{ct}} \left( j_{u_2, ct}^s \frac{\partial G}{\partial u_1} - j_z^{m, ct} \frac{k}{i W} G \right) dl. \quad (2)$$

Уравнение (1) решается численно путем разбиения контура  $l$  на  $N$  интервалов и сведения (1) к системе алгебраических уравнений вида

$$I(x_p) + \sum_{q=1}^N I(x_q) S_{pq} = f(x_p), \quad p = 1, 2, \dots, N. \quad (3)$$

В (1) и (3) индекс  $p$  имеет точку, в которой определяется ток, индекс  $q$  — переменная точка интегрирования,  $S_{pq}$  — интеграл от ядра уравнения (1), вычисляемый на интервале с номером  $q$  длиной  $\Delta u_2$ ,  $f(x_p)$  — правая часть (1).

В системе (3) диагональные коэффициенты  $1+S_{pp}$  в большинстве случаев (кроме очень тонкого экрана) значительно превосходят остальные коэффициенты  $S_{pq}$ .

В качестве расчетной модели (см. рис. 1) был взят цилиндрический экран радиуса  $3,2\lambda$  с кромками радиуса  $a$ . Размер экрана  $4,5\lambda$ , радиус  $a$  менялся от  $0,0312\lambda$  до  $0,125\lambda$  (толщина экрана равна  $2a$ ). При исследовании влияния толщины экрана контур  $l$  был замкнутым, число интервалов  $N=72,88$  и  $144$ .

Известно, что уравнение (1) дает достаточно точное решение только для относительно толстых экранов. Это связано с тем, что  $|S_{pq}|$  зависит от расстояния  $R$  между точками  $p$  и  $q$  (при  $R \rightarrow 0$   $|S_{pq}| \rightarrow \infty$ ), для очень тонких экранов  $|S_{pq}|$  соизмерим с  $1+S_{pp}$  и даже превосходит его, что вызывает значительные ошибки в решении системы (3).

Исследования показали, что точность решения зависит от толщины экрана  $2a$  и числа интервалов  $N$ . С ростом  $N$  уменьшается  $\Delta u_2$  и  $|S_{pq}|$  и точность решения возрастает. При этом уменьшение толщины экрана наиболее сильно влияет на распределение тока на теневой стороне. Ожидаемую ошибку можно приближенно оценить по величине максимального коэффициента  $|S_{pq}|$  (в данном случае  $p=1, q=N/2$ ). Поскольку для большинства интервалов  $1+S_{pp} \approx 1$ , ошибка в распределении тока в данном случае не превышает  $(10 \div 15)\%$ , если  $|S_{pq}| \leq 0,35$ , с уменьшением  $|S_{pq}|$  ошибка уменьшается. Условие  $|S_{pq}| < 0,35$  выполняется для  $a=0,125\lambda$  при  $N \geq 70$ , для  $a=0,0625\lambda$  при  $N \geq 116$  и для  $a=0,0312\lambda$  при  $N \geq 220$ .

На рис. 2 приведено распределение тока на теневой стороне экрана в зависимости от расстояния от центра (точка  $O'$ ) для нескольких вариантов. Значения нормированы к току в центре освещенной стороны. Видно, что при  $|S_{pq}| > 0,35$  амплитуда тока заметно возрастает, что не может быть объяснено только уменьшением радиуса кромки, поскольку распределение тока на освещенной стороне почти не изменяется.

В случае большой длины контура  $l$  уравнение (1) сводится к системе (3) высокого порядка, решение которой представляет трудности даже для современных ЭВМ. Порядок  $N$  системы может быть значительно понижен, если воспользоваться тем, что токи на теневой стороне экрана быстро затухают и на некотором расстоянии от границы света и тени могут быть приняты равными нулю [5, 6]. Тогда в (1) и (2) интегрируем по незамкнутому контуру  $ABOCD$  (см. рис. 1), что приводит к ошибкам в распределении тока из-за изменения контура

интегрирования в (1) и ошибкам в определении компоненты  $H_z$  за счет этого и за счет «отбрасывания» токов на части теневой стороны.

При исследовании этих ошибок рассматривался вариант  $a = 0,0625 \lambda$ ,  $N = 144$ . Сравнивалось решение для замкнутого контура  $l$  и контура  $ABOCD$ . Расстояние  $AB = CD$  от концов контура до границы света и тени составляло  $0,25 \lambda$ ,  $0,5 \lambda$  и  $\lambda$ . Исследования показали, что изменение длины контура в (1) мало влияет на решение для тока. Заметные отклонения (не более 11%) наблюдались только на концах контура вблизи точек  $A$  и  $D$  лишь при  $AB = 0,25 \lambda$  и  $0,5 \lambda$ .

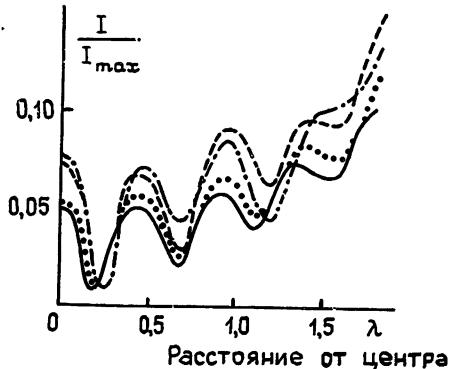


Рис. 2.

Рис. 2. Сплошная кривая —  $a = 0,125 \lambda$ ,  $N = 144$ ; пунктирная —  $a = 0,0625 \lambda$ ,  $N = 144$ ; штриховая —  $a = 0,0625 \lambda$ ,  $N = 72$ ; штрихпунктирная —  $a = 0,0312 \lambda$ ,  $N = 144$ .

Рис. 3. Сплошная кривая — замкнутый контур; штрихпунктирная —  $AB = 0,25 \lambda$ ; пунктируя —  $AB = 0,5 \lambda$ ; штриховая —  $AB = \lambda$ .

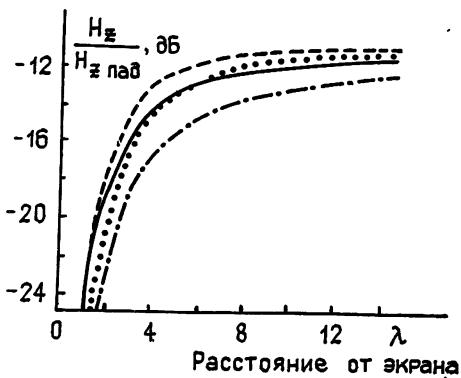


Рис. 3.

На рис. 3 приведено изменение ослабления  $H_z$  в области тени по отношению к падающему полю в зависимости от рассеяния в плоскости, параллельной оси  $y$  ( $x = 0,25 \lambda$ ). Видно, что при  $AB = 0,5 \lambda$  и  $\lambda$  различие между значениями ослабления для замкнутого и незамкнутого контура не превышает  $1 \text{ dB}$ , а при  $AB = 0,25 \lambda$  — не превышает  $2 \text{ dB}$ . Этого и следовало ожидать, поскольку среднее значение «отбрасываемого» тока составляет  $(3 \div 5)\%$  от тока на освещенной стороне (см. рис. 2).

Точность результатов для замкнутого контура можно оценить следующим образом. В области тени вблизи экрана на расстоянии  $0,25 \lambda$  от оси  $y$  поле  $H_z$  должно быть близко к нулю, поскольку дифрагировавшие поля в этой области взаимно компенсируются. Расчет показал в этой области ослабление  $37 \text{ dB}$ .

В случае  $E$ -волн токи, затекающие в область тени, спадают быстрее, чем для  $H$ -волн, поэтому результаты расчета для незамкнутого контура должны давать меньшую ошибку, чем для  $H$ -волн.

## ЛИТЕРАТУРА

- Захаров Е. В., Пименов Ю. В. — Изв. вузов — Радиофизика, 1979, 22, № 5, с. 620.
- Назарчук З. Т. — Радиотехника и электроника, 1981, 26, № 4, с. 701.
- Andreasen M. G. — IEEE Trans. on Ant. and Prop., 1964, AP-12, № 6, р. 546.
- Glisson A. W., Wilton D. R. — IEEE Trans. on Ant. and Prop., 1980, AP-28, № 5, р. 593.
- Поджо А., Миллер Е. — В сб.: Вычислительные методы в электродинамике. — М.: Мир, 1977, с. 177.
- Инспекторов Э. М. — Изв. вузов — Радиофизика, 1969, 12, № 6, с. 929.

# TO THE USE OF INTEGRAL EQUATIONS OF THE II-nd KIND WHEN INVESTIGATING DIFFRACTION BY THIN SCREENS

Eh. M. Inspektorov

A possibility is studied for the use of the integral equation for the magnetic field (the Fredholm equation of the II-nd kind) when analysing thin screens of the finite depth. Two-dimensional problem and a case of  $H$ -wave are considered. The integral equation, by dividing the screen contour into  $N$  intervals, is reduced to the system of  $N$  algebraic equations coefficients of which  $S_{pq}$  ( $p, q = 1, 2, \dots, N$ ) are the integral of the equation nucleus. Numerical investigations are given for the screen of the cylindrical profile with dimensions  $4,5\lambda$  with circularized edges which is radiated by a  $E$ -sectorial horn. An estimation of the errors obtained are given.

---

## И Н Ф О Р М А Ц И Я

ГЕОМАГНЕТИЗМ И АЭРОНОМИЯ, т. XXII, № 4, 1982 г.

Аннотации статей, представляющих интерес для читателей «Радиофизики»

**И. В. Чашей, В. И. Шишов.** Об источнике энергии турбулентности солнечного ветра.

Показано, что квазистационарный спектр турбулентности межпланетной плазмы поддерживается в результате конкуренции относительного усиления турбулентности, связанного со сферическим расширением плазмы и откачкой энергии на высокие частоты за счет нелинейных процессов. При этом источник волн локализован в близких к Солнцу областях, а подпитка спектрального потока энергии в инерционном интервале связана с относительным усилением амплитуды низкочастотных волн. Основные следствия модели хорошо согласуются с результатами наблюдений.

**В. И. Власов.** Корреляционный анализ вариаций индексов межпланетных мерцаний.

Приведены функции автокорреляции индексов межпланетных мерцаний, полученных по двухмесячным сериям наблюдений большого числа мерцающих радиоисточников.

Рассмотрены функции взаимной корреляции между индексом мерцаний  $t$  и  $A_p$  — индексом геомагнитной активности. Коэффициент корреляции между вариациями  $t$  и  $A_p$  достигает 0,75—0,8, имеет место запаздывание  $A_p$  относительно  $t$  на  $\sim 1$  сутки.

**М. Е. Фрейман, Л. Г. Руда.** К теории температурной дифракционной решетки в нижней ионосфере

Рассмотрено рассеяние слабых радиоволн на температурной дифракционной решетке, образующейся ниже области отражения мощной радиоволны в нижней ионосфере, когда решетка состоит из ряда пространственных гармоник со сравнимыми амплитудами. Получено аналитическое выражение для коэффициента отражения в брэгговских резонансах. Приводятся результаты расчетов для дневной и ночной моделей ионосферы и обсуждаются возможности экспериментального наблюдения эффекта резонансного рассеяния на температурной решетке.

(Продолжение см. с. 1118)

---