родным поглощением ($\beta \equiv 0$). Анализ выражения (9) при произвольных размерах пучка и зеркала с точностью до отмеченного выше параметрического усиления среднего поля аналогичен приведенному в [3] в случае турбулентной консервативной среды.

5. Пусть теперь поглощение в среде детерминировано и достаточно плавно меняется по поперечным координатам, так что можно положить $\gamma(x, \rho) = k^2\varepsilon(x, \rho) - ik(\alpha\rho)$. Тогда входящая в (7) $\Gamma(x, s, p; q, \rho)$ удовлетворяет уравнению

$$\frac{\partial \Gamma}{\partial x} - \frac{i}{k}\frac{\partial^2 \Gamma}{\partial s\, \partial p} + \frac{k^2}{4} D_1(s)\Gamma + (\alpha p)\Gamma = 0 \tag{10}$$

и граничному условию (8). Решая уравнение (10), положив для простоты $D(s) = Ds^2$ и считая зеркало ОВФ безграничным ($f \equiv 1$), получим

$$\langle v(0, \rho) \rangle = u_0^*\left(\rho - \frac{i}{2k}\alpha L\right)\exp\left[-(\alpha\rho) + \frac{i}{4k}\alpha^2 L^2 + \frac{1}{48}D\alpha^2 L^3\right].$$

Здесь случайные неоднородности ε в среднем увеличивают отраженное поле, так как за счет них в область усиления $(\alpha\rho) < 0$ попадает в среднем больше излучения, чем в детерминированной ($\varepsilon \equiv 0$) среде.

Автор благодарен А. Н. Малахову за полезные обсуждения и А. А. Бетину за совет написать это сообщение.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гельфгат В. И. — Акуст. журн., 1976, 22, № 1, с. 123.
2. Саичев А. И. — Изв. вузов — Радиофизика, 1978, 21, № 9, с. 1290.
3. Половинкин А. В., Саичев А. И. — Изв. вузов — Радиофизика, 1981, 24, № 4, с. 433.

Горьковский государственный университет

Поступила в редакцию 3 июля 1980 г.

УДК 538.574.4

ОТРАЖЕНИЕ ОТ ЗЕРКАЛА, ОБРАЩАЮЩЕГО ВОЛНОВОЙ ФРОНТ, С УЧЕТОМ ОБРАТНОГО РАССЕЯНИЯ В НЕОДНОРОДНОЙ СРЕДЕ

А. И. Саичев

В данном сообщении показано, что даже при многократном обратном рассеянии от неоднородностей среды перед идеальным зеркалом, обращающим волновой фронт (ОВФ), зеркало ОВФ полностью компенсирует влияние неоднородностей на отраженную волну. Обсуждаются возможности статистического анализа волн, отраженных от зеркала ОВФ, с учетом многократного обратного рассеяния в случайно-неоднородной среде.

Пусть на неоднородный слой $x \subset [0, L]$ падает волна, при $x = 0$ равная $\mathscr{E}(\rho)$, а в плоскости $x = L$ помещено зеркало ОВФ. Будем описывать поведение волны уравнением Гельмгольца

$$\Delta E + k^2 E = k^2 \varepsilon(x, \rho) E.$$

Следуя работе [1], представим $E(x, \rho) = T(x, \rho) + R(x, \rho)$, где $T(x, \rho)$ — волна, в однородной среде ($\varepsilon \equiv 0$) распространяющаяся вдоль оси x, а $R(x, \rho)$ — волна в обратном направлении. Волны T и R удовлетворяют уравнениям [1]

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \hat{M}T + \frac{1}{2}k^2\hat{N}\varepsilon T + \frac{1}{2}k^2\hat{N}\varepsilon R,$$

$$-\frac{\partial R}{\partial x} = \hat{M}R + \frac{1}{2}k^2\hat{N}\varepsilon R + \frac{1}{2}k^2\hat{N}\varepsilon T, \tag{1}$$

$$\hat{M} = i\sqrt{k^2 + \Delta_\rho}, \qquad \hat{N} = 1/\hat{M}$$

и граничным условиям

$$T(0, \rho) = \mathscr{E}(\rho), \qquad R(L, \rho) = QT^*(L, \rho), \tag{2}$$

Здесь Q — коэффициент отражения от зеркала ОВФ. Считая, что операторы $\hat{M}$ и $\hat{N}$ — чисто мнимые, что физически соответствует пренебрежению эффектами полного внутреннего отражения, из (1), (2) получим, что разность $w = R(x, \rho) - QT^*(x, \rho)$ удовлетворяет следующим уравнению и граничному условию:

$$-\frac{\partial w}{\partial x} = \hat{M}w + \frac{1}{2}k^2\hat{N}\varepsilon(w - Qw^*) + (1 - |Q|^2)\frac{1}{2}k^2\hat{N}\varepsilon T, \qquad w(L, \rho) = 0. \tag{3}$$

Отсюда видно, что если $|Q| \equiv 1$, то последнее слагаемое в (3) равно нулю, уравнение (3) становится замкнутым, а его решение

$$w(x, \rho) \equiv 0.$$

Таким образом, при $|Q| \equiv 1$ $R(x, \rho) = QT^*(x, \rho)$ при любых x В частности, при $x = 0$ $R(0, \rho) = \mathscr{E}(\rho)$. Последнее означает, что даже при наличии обратного рассеяния от неоднородностей среды идеальное ($|Q| \equiv 1$) зеркало ОВФ приводит на выходе из неоднородного слоя к полной компенсации искажений, вносимых в отраженную волну неоднородностями среды. Это связано с тем, что характер обратного рассеяния определяется фазовыми соотношениями прямой и отраженной волн [2], в формировании которых в данном случае зеркало ОВФ играет главную роль*.

Пусть $\varepsilon(x, \rho)$ — случайные неоднородности в слое $x \subset [0, L]$. Исследуем когерентные свойства поля $E(x, \rho)$ внутри слоя $x \subset [0, L]$ Будем для простоты считать, что масштаб $\varepsilon(x, \rho)$ по поперечным координатам — $\rho_0 \gg \lambda$ — длины волны, а $Q \equiv 1$. Предположим также, что $\mathscr{E}(\rho)$ — плавная на масштабе λ функция и $k\langle \varepsilon^2 \rangle l \ll 1$, где l — масштаб $\varepsilon(x, \rho)$ вдоль x. При этом $T(x, \rho) = u(x, \rho)e^{ikx}$, где $u(x, \rho)$ — медленная на масштабе λ функция, удовлетворяющая уравнению

$$\begin{gathered}\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{i}{2k}\Delta_\rho u - \frac{ik}{2}\varepsilon u - \frac{ik}{2}\mu u^*, \\ \mu = \varepsilon e^{-2ikx}, \quad u(0, \rho) = \mathscr{E}(\rho).\end{gathered} \tag{4}$$

Здесь использовано френелевское приближение $\hat{M} = ik(1 + (1/2)\Delta_\rho)$, $\hat{N} = -i/k$ В дальнейшем аппроксимируем ε и μ гауссовыми случайными полями с функциями корреляции

$$\begin{gathered}\langle \varepsilon(x, \rho)\varepsilon(x + \tau, \rho + s)\rangle = A(s)\delta(\tau), \\ \langle \mu(x, \rho)\mu^*(x + \tau, \rho + s)\rangle = a(s)\delta(\tau), \\ \langle \varepsilon\mu \rangle = \langle \mu\mu \rangle = 0, \qquad a(s) = a^*(s).\end{gathered} \tag{5}$$

Введем функцию когерентности поля $E(x, \rho)$ внутри случайно-неоднородного поля, усредненную по быстрым, с периодом $\lambda/2$, осцилляциям и статистическому ансамблю ε и μ:

$$\Gamma(x, s, \rho) = 2\left\langle u\left(x, \rho + \frac{1}{2}s\right)u^*\left(x, \rho - \frac{1}{2}s\right)\right\rangle. \tag{6}$$

Как следует из (4), (5), $\Gamma(x, s, \rho)$ удовлетворяет уравнению

$$\begin{gathered}\frac{\partial \Gamma}{\partial x} - \frac{i}{k}(\nabla_s\nabla_\rho)\Gamma + \frac{k^2}{4}D(s)\Gamma = \frac{k^2}{4}a\Gamma + \frac{k^2}{4}a(s)\Gamma^*, \\ \Gamma(0, s, \rho) = 2\mathscr{E}\left(\rho + \frac{1}{2}s\right)\mathscr{E}^*\left(\rho - \frac{1}{2}s\right), \\ D(s) = A(0) - A(s), \qquad a = a(0).\end{gathered}$$

Отсюда видно, что если на случайно-неоднородный слой падает плоская волна $\mathscr{E} = 1$, то функция когерентности (6) действительна и равна

$$\Gamma(x, s) = 2\exp\left[-\frac{k^2}{4}D(s)x + \frac{k^2}{4}(a + a(s))x\right].$$

---

* Заметим, что аналогичный эффект компенсации зеркалом ОВФ нелинейных искажений описан в [3] Как нам стало известно из частных сообщений, подобный эффект компенсации зеркалом ОВФ искажений в неоднородных волноводах изучался В. И. Гельфгатом.

Отсюда следует, что обратное рассеяние на случайных недонородностях среды ($a \neq 0$) приводит к увеличению средней интенсивности волны по мере приближения к зеркалу ОВФ.

ЛИТЕРАТУРА

1. Малахов А. Н, Саичев А. И. — Изв. вузов — Радиофизика, 1979, 22, № 11, с. 1324.
2. Абрамович Б. С, Гурбатов С. Н., Рыжов Ю. А.— Изв. вузов — Радиофизика, 1979, 22, № 5, с. 566.
3. Большов Л. А., Власов Д. В., Дахне М. А., Коробкин В. В., Саидов Х. Ш., Старостин А. Н. — Письма в ЖЭТФ, 1980, 31, вып. 5, с. 311.

Горьковский государственный университет

Поступила в редакцию 23 сентября 1980 г.

УДК 631.371

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ВОЛН ЗА АМПЛИТУДНО-ФАЗОВЫМИ ЭКРАНАМИ

А. Г. Боровой, Н. И. Вагин, С. Н. Волков

Распространение волн в случайно-неоднородных средах в ряде случаев рассматривается в приближении случайного экрана. В этом приближении статистика поля задается в плоскости экрана, и требуется вычислить статистику дифрагированного поля на произвольном от него расстоянии. В частности, модель логарифмически нормального фазового экрана широко используется в задачах прохождения радиоволн через ионосферу и межпланетную плазму и играет важную роль в задачах распространения света в турбулентной атмосфере [1]. Определенные модели амплитудно-фазовых экранов используются в задачах отражения волн от шероховатых поверхностей [2]. Пуассоновский экран представляет интерес в задаче распространения света в осадках, так как можно показать, что эта задача приближенно сводится к многократной дифрации света на системе пауссоновских черных экранов. В настоящее время все эти задачи рассматриваются независимо друг от друга, часто только для получения отдельных количественных характеристик поля, причем иногда встречается их неправильная качественная интерпретация. В данном сообщении мы показываем, что распространению волн как за фазовыми, так и за амплитудными экранами присущи общие качественные закономерности.

Будем считать, что на амплитудно-фазовый экран падает плоская волна единичной амплитуды $u_- = 1$. Сам экран представляет собой амплитудно-фазовую «маску», т. е. амплитуда поля на экране не может превосходить единицу. Если поле на экране определить комплексной фазой $u_0 = e^{i\Phi} = e^{i\varphi - \chi}$, то фаза φ и уровень χ определяются в интервалах $0 \leqslant \chi < \infty$, $-\infty < \varphi < \infty$. В частности, гауссовы статистики для $|u_0|$ и для χ неприменимы, так как нарушают это условие. В точках экрана, где $u_0 = 0$, экран будем называть черным.

Как известно [1], среднее поле $\langle u \rangle$ и средняя интенсивность $\langle I \rangle = \langle |u|^2 \rangle$ не зависят от расстояния до экрана. Основной интерес представляет зависимость от расстояния L индекса мерцаний интенсивности $\beta_L^2 = \langle I^2 \rangle / \langle I \rangle^2 - 1$. На больших расстояниях, когда статистика поля становится гауссовой, непосредственно имеем

$$\beta_\infty^2 = 1 - |\langle u \rangle|^4 / \langle I \rangle^2 \equiv 1 - \gamma^2. \tag{1}$$

Параметр γ ($0 \leqslant \gamma \leqslant 1$) является важной «оптической» характеристикой экрана, определяющей, в частности, поведение функции β_L^2 при приближении к экрану. При $\gamma > \gamma_0$, где γ_0 — некоторое критическое значение параметра, индекс мерцаний возрастает при приближении к экрану, а при $\gamma < \gamma_0$, наоборот, уменьшается. Эта качественная закономерность известна для фазовых экранов [1]. Ниже покажем, что она выполняется и для амплитудных экранов. Отличие между амплитудными и фазовыми экранами наступает при расстояниях $L \lesssim ka^2$, где k — волновое число, a — размер неоднородностей. Здесь функции β_L^2 уже немонотонны. При $L = 0$, очевидно, для фазовых экранов $\beta_0^2 = 0$, тогда как для амплитудно-фазовых β_0^2 при $\gamma \to 0$ может иметь произвольно большое значение.