

УДК 538.574.6

## ДИФРАКЦИЯ КВАЗИОПТИЧЕСКИХ ВОЛНОВЫХ ПУЧКОВ НА ПЕРИОДИЧЕСКИХ РЕШЕТКАХ

*В. Н. Кочин, С. Л. Просвирнин, Д. Г. Селезнев*

Рассмотрена задача о дифракции двумерного волнового пучка на периодических решетках, образованных металлическими лентами или металлическими брусьями прямоугольного поперечного сечения. Проведено сравнение энергетических характеристик прошедшего поля с аналогичными характеристиками для плоской волны.

В последние годы наблюдается повышенный интерес к исследованию дифракционных решеток и других структур с пространственной периодичностью расположения элементов. Богатство и разнообразие дифракционных свойств периодических структур делают перспективным их использование в таких устройствах антенной техники, электроники СВЧ, квазиоптики, как частотно-поляризационные фильтры, замедляющие системы, анализаторы спектра, генераторы когерентного излучения и т. д. Так, например, в последнее время был разработан полупроводниковый генератор миллиметрового диапазона, резонансная система которого представляет собой открытый резонатор с находящейся внутри него решеткой из металлических брусьев прямоугольного поперечного сечения [1].

Зачастую общие размеры решетки превышают размеры той ее части, которая эффективно взаимодействует с электромагнитным полем (квазиоптическим пучком лучеводного тракта, полем излучения антенной системы и т. д.). В связи с этим представляет интерес изучение энергетических и амплитудно-фазовых характеристик пучков электромагнитных волн при их взаимодействии с периодическими решетками.

Дифракция волновых пучков на периодических структурах уже исследовалась в ряде работ, однако в них получены результаты, относящиеся либо к дифракции параксиальных пучков на частых решетках [2, 3], либо к дифракции двумерных волновых пучков с произвольным амплитудно-фазовым распределением поля в плоскости, перпендикулярной к элементам решетки [4]. В данной работе получено решение задачи о дифракции на простой ленточной решетке и на решетке из металлических брусьев прямоугольного поперечного сечения двумерного волнового пучка, который может иметь практически любое амплитудно-фазовое распределение поля в плоскости, параллельной образующим элементов решетки. Основу алгоритма составляют известные методы численного решения задачи дифракции на решетках плоских электромагнитных волн и соответствующие алгоритмы [5, 6].

Рассмотрим задачу о дифракции двумерного волнового пучка, электромагнитное поле которого имеет единственную  $E$ -компоненту в направлении его однородности, на дифракционной решетке, образованной идеально проводящими лентами или идеально проводящими брусьями прямоугольного поперечного сечения. Систему координат выберем таким образом, чтобы бесконечная решетка располагалась в плоскости  $xOy$  и ось  $x$  была параллельна ее элементам (см. рис. 1а). Период ре-

щетки  $l$ . Волновой пучок, падающий на решетку из полупространства  $z > 0$ , ограничен вдоль оси  $x$  и однороден вдоль оси  $y$ . Представим поле волнового пучка в виде разложения в интеграл Фурье по плоским волнам:

$$E_y^0(x, z) = \int_{-\infty}^{\infty} g(\xi) \exp\{ik[\xi x - \gamma(\xi)z]\} d\xi, \quad (1)$$

где  $g(\xi)$  — амплитуда Фурье поля падающего пучка,  $k = 2\pi/\lambda$  — волновое число,  $\gamma(\xi) = \sqrt{1 - \xi^2}$ . Переменная  $\xi$  в формуле (1) имеет смысл синуса угла падения на решетку отдельной пространственной составляющей поля пучка,  $\xi = \sin \alpha$ . Угол падения  $\alpha$  в области вещественных его значений отсчитывается от оси  $z$  в плоскости  $xOz$  (см. рис. 1а). Необходимо определить прошедшее через решетку поле, удовлетворяющее

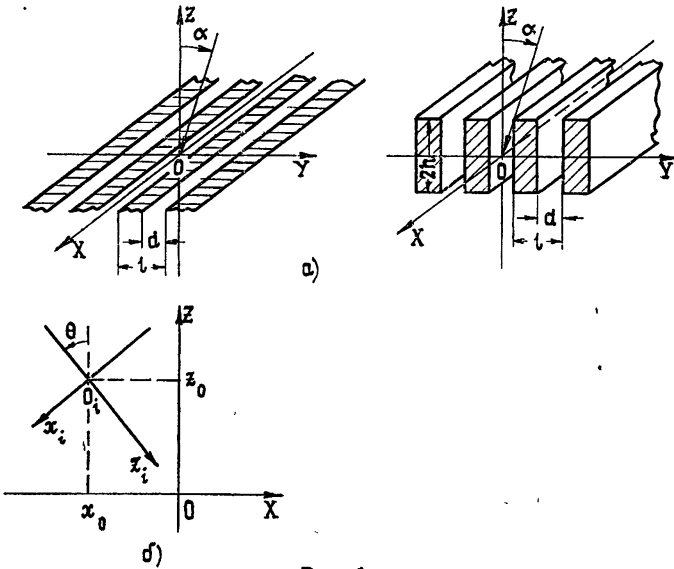


Рис. 1.

однородному уравнению Гельмгольца в области пространства, дополнительной к элементам структуры, с граничным условием  $E_{tg} = 0$  на поверхности идеально проводящих элементов.

Удобно все компоненты как падающего, так и дифрагированного полей выражать через  $x$ -компоненту магнитного поля. Падающий на решетку пучок имеет  $x$ -компоненту магнитного поля вида

$$H_x^0(x, z) = \int_{-\infty}^{\infty} \gamma(\xi) g(\xi) \exp\{ik[\xi x - \gamma(\xi)z]\} d\xi.$$

Прошедшее через решетку поле будем искать в следующем виде:

$$H_x(x, y, z) = \int_{-\infty}^{\infty} g(\xi) e^{ik\xi x} \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n(\xi) \times \\ \times \exp[-i\gamma_n(\xi)(z+h)] \exp[i(2\pi/l)ny] d\xi, \quad (2)$$

где  $\gamma_n(\xi) = \sqrt{k^2(1 - \xi^2) - (2\pi n/l)^2}$ ,  $2h$  — высота элементов решетки (в случае ленточной решетки  $h = 0$ ). Неизвестные функции  $b_n(\xi)$  в области вещественных значений угла падения отдельных пространств-

венных составляющих пучка ( $|\xi| \leq 1$ ) находятся из решения задачи о дифракции плоской  $H$ -поляризованной волны, имеющей амплитуду  $\sqrt{1 - \xi^2}$ , длину волны  $\lambda' = \lambda/\sqrt{1 - \xi^2}$  и нормально падающей на соответствующую дифракционную решетку [7]. Если угол падения  $\alpha$  мнимый ( $|\xi| > 1$ ), необходимо рассматривать задачу о дифракции неоднородной плоской  $H$ -поляризованной волны на соответствующей решетке. Формально система уравнений для этого случая ничем не отличается от системы уравнений при вещественных углах падения.

Точность определения характеристик дифрагированных полей зависит от точности решения задачи дифракции на решетке отдельной пространственной составляющей пучка, величины интервала численного интегрирования в (2) и количества узловых точек на этом интервале. Решение задачи дифракции на решетке плоской волны с помощью использованных методов может быть получено с любой наперед заданной точностью. Величина интервала интегрирования определяется в основном функцией  $g(\xi)$ . Как правило, амплитуда поля пучка, падающего на решетку,  $g(\xi)$  представляет собой функцию быстро убывающую, когда ее аргумент стремится к бесконечности. Поэтому при численных расчетах всегда можно ограничиться интервалом  $(a_1, a_2) = (-1, 1)$ . Количество узловых точек на интервале интегрирования выбиралось таким образом, чтобы расстояние между двумя соседними точками не превышало 0,05. Дальнейшее увеличение числа узловых точек на результаты практически не влияет. Погрешность результатов расчетов не превышает 1%.

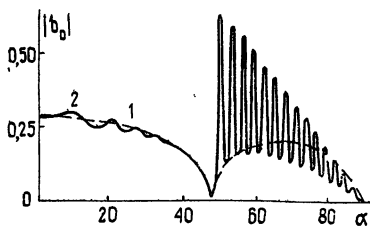


Рис. 2.

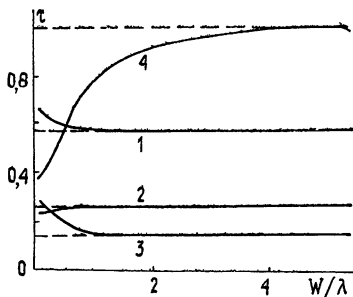


Рис. 3.

На рис. 2 представлена зависимость модуля коэффициента прохождения основной волны, возникающей при падении на дифракционную решетку плоской  $H$ -поляризованной волны единичной амплитуды, от угла падения  $\alpha$  (кривая 1 соответствует ленточной решетке, кривая 2 — решетке из брусьев,  $x = l/\lambda = 1,5$ ,  $d/l = 0,2$ ,  $h/l = 3,5$ ). Местоположение минимума на графике  $(\alpha_{\min}^{(n)})$  определяется из условия

$$x \cos(\alpha_{\min}^{(n)}) = n,$$

где  $x = l/\lambda$ ,  $n$  — целое число ( $n > 0$ ).

Как видно из (2), поле вне решетки является суперпозицией дифракционных волновых пучков. В полупространстве  $z < -h$  существуют пучки, образованные основными волнами и высшими распространяющимися пространственными гармониками. Как и в задачах о дифракции плоской электромагнитной волны на соответствующей решетке, число дифракционных пучков, образованных высшими пространственными гармониками, зависит от длины волны падающего поля. Направления распространения дифракционных пучков определяются таким же образом, как и в задаче о дифракции плоской электромагнитной волны.

Рассмотрим суммарные энергетические характеристики прошедшего поля. Для случая падения на решетку плоской электромагнитной волны наряду с коэффициентом прохождения по амплитуде  $b_0$  можно ввести коэффициент прохождения волны по энергии, определив его как отношение усредненных по времени полного потока энергии, прошедшего через один период решетки, к потоку энергии, падающей на него. Аналогичным образом можно ввести коэффициент прохождения решетки по энергии для волнового пучка  $\tau$ :

$$\tau = \frac{\left\{ \sum_{n=-N}^N \int_{-a}^a \sqrt{1 - \xi^2 - (n/x)^2} |g(\xi) b_n(\xi)|^2 d\xi / (1 - \xi^2) \right\}}{\int_{-1}^1 \sqrt{1 - \xi^2} |g(\xi)|^2 d\xi}, \quad (3)$$

где  $N = [x]$  — целая часть  $x$ ,  $a = \sqrt{1 - (n/x)^2}$ .

Наиболее важным в практическом отношении является случай дифракции на решетке волновых пучков с гауссовым распределением поля. Поэтому ниже будут приведены основные результаты исследования характеристик дифрагированного на периодической решетке поля при падении на нее гауссова пучка.

Пусть в плоскости  $z_i = 0$  (см. рис. 1б) поле распределено следующим образом:

$$E'_y(x_i, 0) = (2\sqrt{\pi}/k\omega) \exp[-(x_i/\omega)^2],$$

где  $\omega$  — расстояние от центра пучка до точки, в которой амплитуда поля уменьшается в  $e$  раз. В плоскости  $z = z_0$  поле пучка приближенно можно представить в виде [8]

$$E_y^0(x, z_0) = E'_y(x_i, 0) e^{ikz_i}.$$

Тогда функция  $g(\xi)$  в формулах (1)–(3) примет следующий вид:

$$g(\xi) = \frac{1}{\cos \theta} \exp \left\{ - \left[ \frac{k\omega (\sin \theta - \xi)}{2\cos \theta} \right]^2 \right\} \exp \{-ik[\xi x_0 - \gamma(\xi) z_0]\}, \quad (4)$$

где  $\theta$  — угол отклонения направления распространения пучка от вертикали. Падающее поле в приближении Френеля будет иметь вид

$$E_y^0(x, z) = \frac{\sqrt{\pi}}{\cos \theta \sqrt{\left(\frac{k\omega}{2\cos \theta}\right)^2 - \frac{ik(z-z_0)}{2\cos^3 \theta}}} \times \exp \left\{ - \frac{k^2 [x - x_0 + (z - z_0) \operatorname{tg} \theta]^2}{4 \left[ \left(\frac{k\omega}{2\cos \theta}\right)^2 - \frac{ik(z-z_0)}{2\cos^3 \theta} \right]} \right\} \exp \{ik[\sin \theta (x - x_0) - \cos \theta (z - z_0)]\}. \quad (5)$$

Вычисления показали, что коэффициент прохождения гауссова пучка через ленточную решетку  $\tau$  (для случая нормального падения  $\theta = 0^\circ$ ) при  $\omega/\lambda > 1,5$  практически не отличается от коэффициента прохождения по энергии плоской волны [4]. Совпадение коэффициентов прохождения волнового пучка и плоской волны при дифракции на ре-

шетке из металлических брусьев имеет место для более широких пучков, чем при дифракции на ленточной решетке. Зависимости коэффициентов прохождения пучка по энергии от величины параметра  $\omega/\lambda$  представлены на рис. 3. Кривые 1 и 2 соответствуют случаю ленточной решетки (1 —  $\kappa = 0,35$ , 2 —  $\kappa = 1,5$ ,  $d/l = 0,2$ ); кривые 3 и 4 — случаю решетки из металлических брусьев (3 —  $\kappa = 0,32$ , 4 —  $\kappa = 0,35$ ,  $d/l = 0,2$ ,  $h/l = 3,5$ ). Штриховыми линиями показано значение коэффициента прохождения по энергии для плоской волны. Из рисунка видно, что поведение коэффициента прохождения для пучка существенно зависит от  $\kappa$ , так, например, кривая 3 соответствует  $\kappa$ , при котором решетка имеет минимум прозрачности, а кривая 4 соответствует  $\kappa$ , при котором решетка максимально прозрачна. Следует заметить, что на величину  $\tau$  не влияет расстояние от решетки до плоскости задания падающего поля.

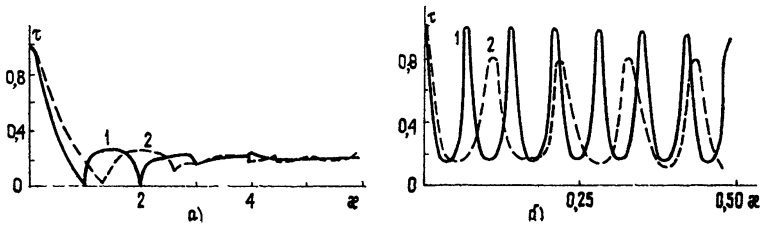


Рис. 4.

В работе также исследовалось влияние изменения направления падения волнового пучка на энергетические характеристики прошедшего поля. На рис. 4 представлены зависимости коэффициента прохождения  $\tau$  от параметра  $\kappa$  для различных направлений падения пучка: а) ленточная решетка, б) решетка из брусьев (кривые 1 соответствуют  $\theta = 0^\circ$ , кривые 2 —  $\theta = 45^\circ$ ,  $d/l = 0,2$ ,  $\omega/\lambda = 3,0$ ,  $h/l = 3,5$ ). Смещение кривых 2 относительно кривых 1 обусловлено тем, что при изменении направления падения пучка в плоскости  $xOz$  происходит изменение условий прохождения каждой пространственной составляющей пучка через решетку.

Зависимости коэффициента прохождения для пучка  $\tau$  от величины угла  $\theta$  (см. рис. 16) представлены на рис. 5 (кривая 1 соответствует ленточной решетке,  $\kappa = 1,5$ ,  $d/l = 0,2$ ,  $\omega/\lambda = 3,0$ ; кривая 2 — решетке из брусьев,  $\kappa = 0,45$ ,  $d/l = 0,2$ ,  $h/l = 3,5$ ,  $\omega/\lambda = 3,0$ ). Здесь следует отметить, что при падении двумерного волнового пучка на решетку из брусьев (пучок ограничен вдоль оси  $x$ ) имеется существенная зависимость величины  $\tau$  от угла  $\theta$  (см. рис. 5), тогда как в случае падения на такую решетку двумерного волнового пучка, ограниченного

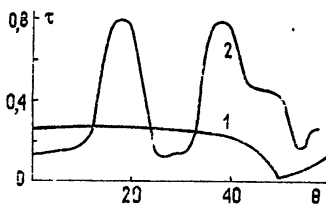


Рис. 5.

вдоль оси  $y$ , зависимость величины  $\tau$  от  $\theta$  практически отсутствует.

Исследования распределения амплитуды прошедшего через решетку поля в дальней зоне проводились для каждого дифракционного пучка в плоскости его распространения. Ширина и форма диаграмм направленности дифракционных пучков определяется в основном функцией  $g(\xi)$ . Если в поле падающего на ленточную решетку пучка можно пренебречь пространственными составляющими, которые распространяются под углами  $\alpha_{\min}^{(n)}$  ( $\xi = \sin(\alpha_{\min}^{(n)})$ ) не принадлежат интервалу  $(a_1, a_2)$ , в котором существенна величина функции  $g(\xi)$ , ширина и форма диаграмм направленности основного и высших дифракционных пучков с высокой степенью точности совпадает с шириной и формой диаграммы направленности падающего поля. В случае падения волнового

пучка на решетку из металлических брусьев на форму диаграммы направленности — существенное влияние оказывает зависимость коэффициента прохождения отдельной пространственной составляющей поля падающего пучка от угла  $\alpha$ : чем сложнее эта зависимость в интервале  $(\alpha_1, \alpha_2)$  (см. рис. 2), тем сильнее изрезаны диаграммы направленности дифракционных пучков.

В заключение заметим, что выводы, касающиеся энергетических характеристик прошедшего через решетку поля, справедливы и для дифракции пучков с более сложным амплитудно-фазовым распределением поля.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Бородкин А. И., Булгаков Б. М., Матвеева В. А., Родионов А. В., Смородин В. В., Шестопапов В. П.—Письма в ЖТФ, 1979, 5, вып. 5, с. 285.
2. Третьякова С. С., Третьяков О. А., Шестопапов В. П.—Радиотехника и электроника, 1972, 17, № 7, с. 1366.
3. Нефедов Е. И., Сивов А. И. Электродинамика периодических структур.— М.: Наука, 1977.
4. Литвиненко Л. Н., Просвирнин С. Л., Резник И. И.—Изв. вузов — Радиофизика, 1979, 22, № 7, с. 871.
5. Литвиненко Л. Н., Просвирнин С. Л., Резник И. И., Шестопапов В. П. Препринт ИРЭ АН УССР № 55.— Харьков, 1976.
6. Литвиненко Л. Н., Облывач С. А., Титаренко А. Ю. Препринт ИРЭ АН УССР № 99.— Харьков, 1978.
7. Шестопапов В. П., Литвиненко Л. Н., Масалов С. А., Сологуб В. Г. Дифракция волн на решетках.— Харьков: Гос. ун-т, 1973.
8. Tamir T., Bertoni H. L.—J. Opt. Soc. Am., 1971, 61, № 10, p. 1397.

Институт радиофизики и электроники  
АН УССР

Поступила в редакцию  
25 августа 1980 г.,  
после доработки  
23 февраля 1981 г.

#### DIFFRACTION OF QUASI-OPTICAL WAVE BEAMS BY PERIODIC GRATINGS

*V. N. Kochin, S. L. Prosvirnin, D. G. Seleznev*

A problem is considered on diffraction of two-dimensional wave beam by periodic gratings formed by metallic strips or metallic rods of the triangular cross section. A comparison is made of energetic characteristics of the passed field with the similar characteristics for a plane wave.

---