

УДК 537.533 : 621.384.64

РЕЗОНАНСНАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ МЕДЛЕННЫХ ЦИКЛОТРОННЫХ ВОЛН ЭЛЕКТРОННОГО ПУЧКА В СПИРАЛЬНОЙ ЗАМЕДЛЯЮЩЕЙ СТРУКТУРЕ

М. И. Капчинский, И. Л. Кореньев, Л. А. Юдин

Анализируется спектр медленных циклотронных волн электронного пучка в спиральной замедляющей структуре. Найдены инкременты резонансной неустойчивости этих волн при различных параметрах пучка и спирали и установлена их зависимость от ориентации магнитного поля. Качественно изучено поперечное распределение электромагнитных полей волны в области резонанса. Обсуждается вопрос о применимости спиральной структуры в авторезонансном ускорителе ионов. Результаты расчета хорошо согласуются с данными эксперимента и численного моделирования.

Как показано в работе [1], поле собственных медленных циклотронных волн замагниченного пучка сосредоточено в основном в области, занятой пучком, и быстро спадает по мере удаления от него. Отсюда ясно, что возбуждение таких волн до больших амплитуд сторонними источниками вряд ли возможно. В связи с этим представляет интерес схема возбуждения, основанная на резонансном взаимодействии циклотронных волн пучка с электромагнитными волнами замедляющей структуры, вдоль оси которой распространяется пучок. Резонанс наступает при совпадении фазовых скоростей пучковой волны (волны с отрицательной энергией) и собственной волны структуры, имеющей положительную энергию.

Замедляющей структурой, весьма удобной и с точки зрения ее дисперсионных свойств и с точки зрения аналитического описания, является спираль, применяемая, например, в лампах бегущей волны [2], где используется резонанс с медленной ветвью ленгмюровских волн пучка. Спиральная замедляющая структура как средство возбуждения циклотронных волн пучка в последнее время привлекает к себе внимание в связи с проектами авторезонансного ускорения ионов [3]. Экспериментально резонансное усиление циклотронной волны при прохождении пучка через спиральный волновод наблюдалось в ХФТИ [4]. Теоретическое рассмотрение неустойчивости медленных циклотронных волн в нерелятивистском пучке было впервые выполнено в работе [5], а ее связь с аномальным эффектом Доплера показана в [6]. В работе [7] найдено выражение для инкрементов этой неустойчивости в релятивистском пучке при достаточно слабом токе, когда собственная волна замедляющей структуры практически не искажается пучком. В работах [8, 9] приведены некоторые результаты численного моделирования резонанса, однако они относятся к узкому диапазону изменения параметров системы и не позволяют увидеть общие закономерности. Аналитическое рассмотрение, приведенное в данной работе, позволяет не только выявить характерные черты явления, но и сделать ряд выводов о необходимых с точки зрения авторезонансного ускорения ионов параметрах пучка, спирали и магнитного поля.

1. **Дисперсионное уравнение.** При решении электродинамической задачи спираль рассматривается как бесконечно тонкий идеальный анизотропный проводник радиуса s с углом намотки φ . Граничные условия для полей на спирали в цилиндрической системе координат (r, θ, z) , ось z которой направлена по скорости пучка $u = \beta c$, имеют известный вид [10]:

$$\begin{aligned} E_\theta \cos \varphi + E_z \sin \varphi &= 0, & \{E_\theta\} &= 0, \\ \{H_\theta \cos \varphi + H_z \sin \varphi\} &= 0, & \{E_z\} &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где $E_{\theta, z}$ и $H_{\theta, z}$ — компоненты электрического и магнитного полей, а фигурные скобки означают скачок заключенной в них величины при переходе через спираль. Отметим, что $\varphi > 0$ соответствует правовинтовой спирали. Для простоты предположим, что металлический кожух, окружающий спираль, отсутствует. Его наличие не вносит принципиальных изменений в характер результатов, но значительно усложняет аналитическое рассмотрение. Кроме того, будем считать выполненными те же ограничения на ток пучка, что и в [1]. Это позволяет пренебречь в равновесном состоянии пучка такими эффектами, как провисание потенциала, диамагнетизм пучка, вращение его под действием собственных полей.

Поля внутри пучка записываются так же, как в работе [1]. Удовлетворяя граничным условиям на поверхности пучка ($r = a$) и условиям сшивки на спирали (1), получим дисперсионное уравнение. В данной работе будет рассмотрен лишь случай азимутально симметричных волн $\mathbf{E}, \mathbf{H} \sim \exp[-i(\omega t - hz)]$. Для наших целей дисперсионное уравнение удобно представить в виде

$$\Phi_b \Phi_s = R, \quad (2)$$

где

$$\Phi_b = [K_0(\Lambda a) / \alpha a J_0(\alpha a)] + [K_1(\Lambda a) / \Lambda a J_1(\alpha a)]; \quad (3)$$

$$\Phi_s = (\omega / \Lambda c)^2 K_1(\Lambda s) I_1(\Lambda s) - \operatorname{tg}^2 \varphi K_0(\Lambda s) I_0(\Lambda s); \quad (4)$$

$$\begin{aligned} R &= \frac{1}{1 + \beta^2} \left[\frac{\beta \omega}{c \Lambda} K_1(\Lambda s) + \operatorname{tg} \varphi K_0(\Lambda s) \operatorname{sign}(\Omega) \right]^2 \times \\ &\times \left[\frac{I_1(\Lambda a)}{\Lambda a J_1(\alpha a)} - \frac{I_0(\Lambda a)}{\alpha a J_0(\alpha a)} \right], \end{aligned} \quad (5)$$

$$\Lambda^2 c^2 = h^2 c^2 - \omega^2, \quad \alpha^2 = -\Lambda^2 + \frac{\omega_p^2}{c^2} \frac{1 + \beta^2}{2\beta^2} \frac{\Omega}{\Delta\omega + \Omega},$$

$$\Delta\omega = \omega - hu, \quad \operatorname{sign}(x) = x/|x|,$$

$\omega_p = (4\pi ne^2/m\gamma)^{1/2}$ — плазменная частота, $\Omega = eH_0/m\gamma c$ — циклотронная частота, H_0 — внешнее магнитное поле, e и m — заряд и масса покоя электрона, $\gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}$ — лоренц-фактор, $J_n(x)$ — функции Бесселя, $I_n(x)$ и $K_n(x)$ — модифицированные функции Бесселя и функции Макдональда.

Соотношение $\Phi_b = 0$ является дисперсионным уравнением, описывающим медленные циклотронные волны пучка, находящегося в пустом пространстве. Аналогично $\Phi_s = 0$ — дисперсионное уравнение спиральных волн в отсутствие пучка. Величина R характеризует связь пучка с замедляющей структурой. Она обращается в нуль при $\omega_p \rightarrow 0$ или $s \rightarrow \infty$. Входящая в R функция $\operatorname{tg} \varphi \operatorname{sign}(\Omega)$ показывает, что связь зависит от взаимной ориентации магнитного поля и намотки спирали. Более сильная связь получается при $\Omega \operatorname{tg} \varphi > 0$. Для электронного пучка это

условие выполняется, когда магнитное поле направлено против скорости пучка, если спираль правовинтовая.

Физическая причина этого явления — в следующем. Как спиральная, так и циклотронная моды являются гибридными, т. е. у них отличны от нуля компоненты E_z и H_z одновременно, причем сдвиг фазы между ними равен $\pi/2$. Знак этого сдвига в спиральной волне определяется ориентацией намотки спирали, а в пучковой волне — направлением магнитного поля. Если $\varphi > 0$, то в спиральной моде E_z опережает по фазе H_z . В пучковой волне такая же картина имеет место при $\Omega > 0$.

2. Изолированные резонансы циклотронных волн. Уравнение $\Phi_b = 0$ определяет бесконечный дискретный набор решений $x_n(\Lambda)$ [1]. Это означает, что функция $\Phi_b^{-1}(x)$ имеет бесконечное множество изолированных полюсов и может быть представлена в форме

$$[1/\Phi_b(x)] = 2x \sum_{n=1}^{\infty} [C_n/(x^2 - x_n^2)], \quad (6)$$

где

$$C_n = \left(\frac{d\Phi_b}{dx} \Big|_{x=x_n} \right)^{-1} = \frac{x_n J_0(x_n a)}{K_0(\Lambda a)} \left[1 + \frac{2K_1(\Lambda a)}{\Lambda a K_0(\Lambda a)} + \frac{x_n^2}{\Lambda^2} \frac{K_1^2(\Lambda a)}{K_0^2(\Lambda a)} \right]^{-1}. \quad (7)$$

Используя представление (6), нетрудно исследовать резонансы отдельных циклотронных мод пучка с медленной волной спиральной структуры, определяемой уравнением $\Phi_s = 0$. Существование изолированных резонансов возможно при достаточно слабой связи пучка со структурой, т. е. когда R мало, но, как будет показано ниже, при сравнительно больших значениях тока. Таким образом малость R должна обеспечиваться геометрической удаленностью спирали от пучка, что выполняется, например, при $\Lambda s \gg 1$. В этом случае решение ищется вблизи пересечения дисперсионных характеристик медленных циклотронных волн пучка в свободном пространстве [1]

$$\omega = \hbar u - \Omega \left[1 - \frac{1 + \beta^2}{2u^2} \frac{\omega_p^2}{x_n^2(\Lambda) + \Lambda^2} \right] \quad (8)$$

с дисперсионной характеристикой спирали без пучка [10]. Если резонансы разделены достаточно хорошо, то в выражении (6) можно сохранить лишь одно слагаемое. Раскладывая левую часть уравнения (2) вблизи n -го резонанса, получим дисперсионное уравнение в виде

$$(\delta\omega - \alpha\beta_\Phi c \delta h)(\delta\omega - u \delta h) = -\omega_p^2 \Gamma_n^2, \quad (9)$$

где

$$\Gamma_n^2 = \frac{\beta_\Phi}{2u^2} \frac{\Omega^2 x_n^2}{(x_n^2 + \Lambda^2)^2} \left[\beta \sqrt{K_1(\Lambda s)/I_1(\Lambda s)} + \text{sign}(\Omega \text{tg } \varphi) \sqrt{K_0(\Lambda s)/I_0(\Lambda s)} \right]^2, \quad (10)$$

$$\alpha = 2 - \frac{1}{2} \Lambda s \left[\frac{I_0(\Lambda s)}{I_1(\Lambda s)} - \frac{I_1(\Lambda s)}{I_0(\Lambda s)} + \frac{K_1(\Lambda s)}{K_0(\Lambda s)} - \frac{K_0(\Lambda s)}{K_1(\Lambda s)} \right],$$

$\beta_\Phi = \omega/hc$ — фазовая скорость волны, отнесенная к скорости света, $\delta\omega$ и δh отсчитываются от точки резонанса. Отметим, что величина α , равная отношению групповой и фазовой скоростей спиральной волны, изменяется в интервале $0,71 \leq \alpha \leq 1$.

Максимальный инкремент, достигаемый при $\delta h = 0$, равен

$$\text{Im } \omega = \omega_p \Gamma_n, \quad (11)$$

а ширина полосы резонанса

$$|\delta h| = 2\omega_p \Gamma_n / (\beta - \alpha\beta_\phi) c. \quad (12)$$

Условие изолированности резонанса n -й циклотронной моды можно записать в виде $|\delta h| < (\delta h)_n$, где $(\delta h)_n$ — расстояние между n -й и $(n+1)$ -й циклотронными модами. Это неравенство приводит к следующему ограничению на ток пучка:

$$J > J_n = J_A \frac{4\beta^4}{(1 + \beta^2)^2} \frac{(\Lambda^2 + x_n^2)^2 (\Lambda^2 + x_{n+1}^2)^2 a^2 c^2}{\Omega^2 (x_{n+1}^2 - x_n^2)^2} \Gamma_n^2. \quad (13)$$

Величину J_n можно назвать пороговым током n -го резонанса. В формуле (13) $J_A = \beta\gamma mc^3/e = 17\beta\gamma (\kappa A)$.

3. Перекрывающиеся резонансы. Нетрудно убедиться, что с ростом n величина J_n растет, и потому условие (13) при заданном токе пучка выполняется не для всех мод. Начиная с некоторого n , резонансные полосы перекрываются. Аналитическое исследование общего случая с перекрывающимися резонансами затруднительно. Однако для понимания того, что происходит в этой области, рассмотрим такой предельный случай, когда неравенство (13) не выполняется уже для $n = 1$, т. е. когда перекрыты все пучковые резонансы. В этом случае нет неустойчивых решений вблизи $x = x_n(\Lambda)$. При исследовании дисперсионного уравнения (2) будем теперь полагать, что малость правой его части R обеспечивается достаточно слабым током пучка при заданной геометрии задачи (т. е. заданных радиусах пучка и спирали и заданном внешнем поле). Легко видеть, что в этом случае уравнение (2) имеет решение при $x^2 \approx -\Lambda^2$, что верно, если

$$\frac{1 + \beta^2}{2\beta^2} \frac{\omega_p^2}{c^2} \frac{\Omega}{|\Delta\omega + \Omega|} \ll \Lambda^2. \quad (14)$$

Разлагая левую часть уравнения (2) вблизи точки пересечения спиральной моды $\Phi_s = 0$ и линии $\Delta\omega = -\Omega$, которая описывает «слившиеся» циклотронные моды пучка, получим уравнение

$$(\delta\omega - \alpha\beta_\phi c \delta h)(\delta\omega - u \delta h) = -\omega_p^2 \Gamma_s^2, \quad (15)$$

где

$$\Gamma_s^2 = \frac{\beta_\phi}{8\beta} \left(\frac{\Omega a}{u} \right)^2 \left[I_1^2(\Lambda a) + \frac{2I_0(\Lambda a)I_1(\Lambda a)}{\Lambda a} - I_0^2(\Lambda a) \right] \left[\beta \sqrt{K_1(\Lambda s)/I_1(\Lambda s)} + \text{sign}(\Omega\phi) \sqrt{K_0(\Lambda s)/I_0(\Lambda s)} \right]^2.$$

Здесь $\beta_\phi \ll \beta$, т. е. рассматривались лишь сильно замедленные волны, которые предполагается использовать в авторезонансном ускорителе. Заметим, что в этом случае $\Lambda \approx \Omega/u$. Инкремент неустойчивости и ширина резонанса даются теми же формулами (11) и (12) с заменой Γ_n на Γ_s . Найденный инкремент неустойчивости в пределе тонкого пучка согласуется с соответствующим результатом работы [7] и полностью совпадает с величиной, вычисленной методом возмущений в работе [11]. Для удобства численных оценок в Приложении приведены выражения для Γ_n , Γ_s и J_n в различных предельных случаях.

4. Обсуждение результатов. Исследование дисперсионного уравнения показало, что взаимодействие пучка и спирали приводит к резонансному нарастанию волны с частотой и постоянной распространения,

близкими к соответствующим величинам, определяемым точкой пересечения дисперсионных линий спиральной волны $\Phi_s = 0$ и циклотронной моды пучка $\Delta\omega = -\Omega$. Если ток пучка мал, то неустойчивость имеет место в широкой полосе, окружающей спектр циклотронных волн пучка. При большом токе эта полоса содержит ряд изолированных резонансов, обусловленных взаимодействием отдельных циклотронных мод пучка со спиральной волной. Проследим, как изменяется картина резонанса и, в частности, поперечная структура поля с изменением тока пучка.

При малых токах, удовлетворяющих критерию (14), все резонансы перекрыты, а величина x , определяющая радиальное распределение поля внутри пучка, близка к $i\Lambda$. Это значит, что структура нарастающей волны близка к структуре поля внутри спирали в отсутствие пучка и можно говорить о неустойчивости спиральной волны. По мере увеличения тока ширина спектра циклотронных волн растёт быстрее ($\sim \omega_p^2$), чем ширина резонанса ($\sim \omega_p$). При этом структура волн все более отличается от спиральной и, хотя критерий (14) перестает выполняться, тем не менее, как показывает сравнение с результатами численного моделирования [8, 9], формулы для инкремента и ширины резонанса, по-видимому, работают и в этой области. Когда величина тока превысит значение порогового тока первой циклотронной волны J_1 , определяемой формулой (13) при $n=1$, в спектре неустойчивых волн отделяется первая циклотронная мода, распределение поля в которой близко к распределению поля в медленной циклотронной волне [1]. При $J > J_n$ резонируют отдельно первые n циклотронных волн, а остальные резонансы перекрыты, причем структура поля в перекрытой области приближается к структуре спиральной волны.

Аналогичная картина имеет место при фиксированном токе пучка, но меняющемся радиусе спирали. При $s \rightarrow \infty$ имеем пучок в свободном пространстве, обладающий бесконечным дискретным (квазинепрерывным) набором собственных волн. По мере приближения спирали к пучку в областях, где дисперсионные характеристики этих волн пересекаются с дисперсионной кривой спирали, появляются узкие области неустойчивости. Поперечная структура полей в этих областях близка к структуре пучковых волн. При дальнейшем уменьшении радиуса спирали области отдельных резонансов расширяются и значения пороговых токов повышаются. Как только будет выполнено условие $J < J_1$, резонансы перекроются полностью. Поперечная структура неустойчивой волны уже не содержит информации об отдельных циклотронных модах и становится близка к спиральной. Однако если ток пучка превышает пороговое значение тока для первой циклотронной моды даже при $s = a$, то независимо от положения спирали полного перекрытия резонансов не наступает, т. е. всегда имеются отдельно резонирующие моды. Характер спектра циклотронных волн в области резонанса качественно показан на рис. 1, 2.

При использовании спиральной структуры в качестве усилителя медленной циклотронной волны в авторезонансном ускорителе ионов надо иметь в виду следующие соображения. Если в пучке возбуждены волны, близкие по структуре к собственным волнам пучка в свободном пространстве, то по выходе из спирали они не претерпят существенных изменений. Если же возбужденная волна близка к спиральной, то она на выходе из спирали трансформируется в полный спектр циклотронных мод (бегущих как вперед, так и отраженных назад) и может оказаться полностью непригодной для ускорения ионов. Как отмечалось в [1], во избежание фазового перемешивания на участке ускорения ионов желательно иметь одну волну заметной амплитуды, а остальные как можно меньшей. Поэтому геометрию спирали и ток пучка разумно выбрать из условия

$$J_1 < J < J_2. \quad (16)$$

При этом возбуждается изолированно лишь первая циклотронная мода, инкремент которой

$$\text{Im } \omega \approx \frac{1 + \beta^2}{\beta^2} \frac{J}{J_A} \frac{|\Omega|}{(x_1 a)^2}. \quad (17)$$

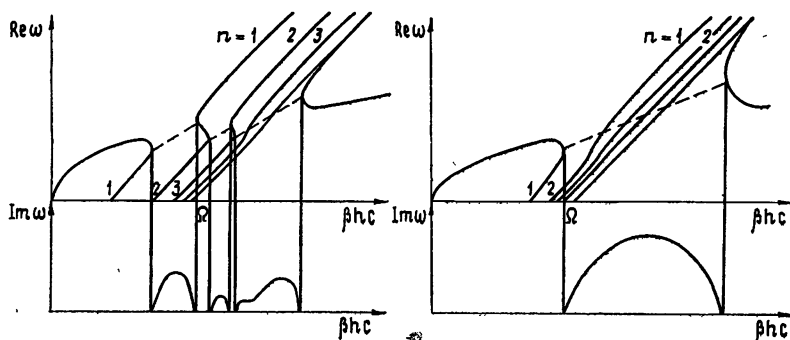


Рис. 1.

Рис. 2.

Рис. 1. Дисперсионная диаграмма и инкремент неустойчивости отдельных циклотронных мод при токе пучка $J_2 < J < J_3$.

Рис. 2. Дисперсионная диаграмма и инкремент неустойчивости в случае полного перекрытия резонансов при токе пучка $J < J_1$.

В заключение сравним полученные здесь результаты с результатами численного моделирования [8, 9] и эксперимента [4]. В работах [8, 9] исследовался режим, соответствующий перекрытым резонансам. В работе [8] параметры системы были таковы: $J = 30 \text{ кА}$, $H_0 = 3,4 \text{ кГс}$, $a = 2,65 \text{ см}$, $s = 3,8 \text{ см}$, $\text{tg } \varphi = 0,27$, $\gamma = 7$. Для такой системы $J_1 = 63 \text{ кА}$, расчет по формуле (11) с Γ_s из формулы (15) дает $\text{Im } \omega = 7 \cdot 10^8 \text{ с}^{-1}$, $\delta(hc) = 0,3 \omega_p$. Результат работы [8] — $\text{Im } \omega = 6,8 \cdot 10^8 \text{ с}^{-1}$, $\delta(hc) = 0,37 \omega_p$.

В работе [9] параметры пучка и угол намотки спирали такие же, как и в [8], радиус спирали $s = 3,2 \text{ см}$, магнитное поле $H_0 = 2,8 \text{ кГс}$. Получена величина $\Gamma = 0,06$ и относительная ширина резонанса $\delta(hc) = 0,4 \omega_p$. Расчет по формулам данной работы дает пороговый ток $J_1 = 97 \text{ кА}$, $\Gamma_s = 0,08$ и совпадающее значение ширины резонанса.

В эксперименте ХФТИ [4], по-видимому, наблюдалось изолированное усиление первой циклотронной моды. На установке с параметрами $J = 4 \text{ А}$, $\beta = 0,35$, $a = 1,5 \text{ см}$, $s = 3,75 \text{ см}$, $H_0 = 580 \text{ Гс}$, $\text{tg } \varphi = 0,04$ было измерено $\Gamma = 3,3 \cdot 10^{-3}$. Теоретическое значение $J_1 = 3 \text{ А}$, $\Gamma_1 = 3,7 \cdot 10^{-3}$.

Интересно также сравнить между собой скорости нарастания циклотронной и черенковской пучковых волн в спирали. Инкремент циклотронной волны пропорционален $J^{1/2}$, а черенковской — $J^{1/3}$. И в том и в другом случаях инкременты примерно пропорциональны $\exp(-\Lambda D)$, где D — зазор между пучком и спиралью. Но при одинаковых длинах волн фазовая скорость черенковской волны выше циклотронной, поэтому $\Lambda = h(1 - \beta_{\phi}^2)^{1/2}$ у нее меньше, так что геометрический фактор $\exp(-\Lambda D)$ подавляет рост черенковской волны слабее, чем циклотронной. Если ток пучка меньше альфвеновского, то и токовый и геометрический множители в инкрементах действуют «в одну сторону» и черенковская волна в пучке нарастает быстрее циклотронной. Именно такая картина наблюдалась в [4]. Для подавления паразитной, с точки зрения авторезонансного метода ускорения, черенковской моды необходимо применять специальные меры, подобные описанным в [12].

Отмеченное выше совпадение параметров неустойчивой волны в области резонанса, полученных из сравнительно простой модели

холодного пучка, которая использовалась в данной работе, со значениями, найденными в реальном эксперименте, или в численном эксперименте, учитывающем более реальное распределение частиц в пучке, как в работе [8], лишний раз подтверждает тот общеизвестный факт, что дисперсионные свойства системы слабо зависят от реального распределения полей. Последним определяется характерный вид собственных функций, но не собственных значений задачи.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Инкременты резонансной неустойчивости при больших и малых длинах волн. Здесь приводятся выражения для Γ_n , Γ_s и пороговых токов J_n в пределе больших и малых значений ha и hs для случая $\Omega\phi > 0$.

1. *Длинноволновое приближение* ($ha \ll 1$). Величина κ с хорошей точностью дается соотношением [1]: $\kappa_n \approx \nu_n/a$, где ν_n — корень уравнения $J_0(x) = 0$. Из формул (10) и (15) получим

$$\Gamma_n = (\beta_\phi/2\beta)^{1/2} (\Omega a/\nu_n u)^2 \left[\beta \sqrt{K_1(hs)/I_1(hs)} + \sqrt{K_0(hs)/I_0(hs)} \right],$$

$$\Gamma_s = \Gamma_n \nu_n^2 / 4 \sqrt{2},$$

где $h = \Omega/u$, $\beta_\phi = \omega/hc$. Поскольку $\kappa_{n+1}^2 - \kappa_n^2 \approx 2\pi\nu_n/a^2$, формула (13) дает

$$J_n = J_A \frac{\beta_\phi}{\beta(1+\beta^2)^2} \left(\frac{\nu_n \Omega a}{\pi c} \right)^2 \left[\beta \sqrt{\frac{K_1(hs)}{I_1(hs)}} + \sqrt{\frac{K_0(hs)}{I_0(hs)}} \right]^2.$$

В зависимости от положения спирали можно рассмотреть также случаи

а) $\Omega s/u \ll 1$, т. е. $hs \ll 1$.

Тогда

$$\Gamma_n = \left(\frac{\beta_\phi}{\beta} \right)^{1/2} \frac{\Omega a^2}{\nu_n^2 cs} \left(1 + \frac{\Omega s}{\beta^2 c} \sqrt{\frac{1}{2} \ln \frac{2u}{C \Omega s}} \right), \quad \Gamma_s = \Gamma_n \nu_n^2 / 4 \sqrt{2},$$

$$J_n = J_A \frac{\beta_\phi \beta^3}{(1+\beta^2)^2} \left(\frac{\nu_n a}{\pi s} \right)^2 \left(1 + \frac{\Omega s}{\beta^2 c} \sqrt{\frac{1}{2} \ln \frac{2u}{C \Omega s}} \right)^2,$$

где $C = 0,577$ — постоянная Эйлера;

б) $\Omega s/u \gg 1$, т. е. $hs \gg 1$.

В этом случае

$$\Gamma_n = \left(\frac{\pi \beta_\phi}{2\beta} \right)^{1/2} \left(\frac{\Omega a}{\nu_n u} \right)^2 (1 + \beta) \exp(-\Omega s/u),$$

$$\Gamma_s = \Gamma_n \nu_n^2 / 4 \sqrt{2},$$

$$J_n = J_A \frac{\beta_\phi}{2\pi\beta} \frac{(1+\beta)^2}{(1+\beta^2)^2} \left(\frac{\nu_n \Omega a}{c} \right)^2 \exp\left(-\frac{2\Omega s}{u}\right).$$

2. *Коротковолновое приближение* ($ha \gg 1$). Величина согласно [1] равна μ_n/a , где μ_n — корни уравнения $J_1(x) = 0$. Формулы (10), (13) и (15) приводятся к виду

$$\Gamma_n = \sqrt{\frac{\beta_\phi}{\beta}} \left(\frac{\Omega a}{u} \right)^{3/2} \frac{\mu_n (1 + \beta) u^3}{(\mu_n^2 u^2 + \Omega^2 a^2)^{3/2}} \exp \left[-\frac{\Omega}{u} (s - a) \right],$$

$$\Gamma_s = \frac{\sqrt{\beta_\phi} (1 + \beta)}{4\beta} \exp \left[-\frac{\Omega}{u} (s - a) \right],$$

$$J_n = J_A \frac{\beta_\phi (1 + \beta)^2}{(1 + \beta^2)^2} \frac{\Omega a}{\pi^2 c} \left(\mu_n^2 + \frac{\Omega^2 a^2}{u^2} \right) \exp \left[-2 \frac{\Omega}{u} (s - a) \right],$$

так что при удалении спирали от пучка инкременты снижаются экспоненциально.

ЛИТЕРАТУРА

1. Коренев И. Л., Юдин Л. А., Мустафин Х. Х. — Изв. вузов — Радиофизика, 1979, 22, № 12, с. 1523.
2. Лопухин В. М. Возбуждение электромагнитных колебаний и волн электронными потоками. — М.: Гостехиздат, 1953.
3. Sloan M. L., Drummond W. E. — Phys. Rev. Lett, 1973, 31, № 20, p. 1234.
4. Иванов Б. И., Горожанин Д. В., Мирошниченко В. А. — Письма в ЖТФ, 1979, 5, № 18, с. 1112.
5. Пирс Дж. Лампа бегущей волны. — М.: Сов. радио, 1952.
6. Железняков В. В. — Изв. вузов — Радиофизика, 1959, 2, № 1, с. 15.
7. Нечаев В. Е. — Изв. вузов — Радиофизика, 1977, 20, № 4, с. 598.
8. Godfrey B. V., Faehl R. J., Newberger B. S. et al., Proc. of II Intern. Conference on High Power Electr. and Ion Beams Res. and Techn. — Ithaca: 1977, 2, p. 541.
9. Faehl R. J., Godfrey B. V., Newberger B. S. et al. — IEEE Trans. on Nuclear Sci., 1977, NS-24, № 3, p. 1637.
10. Вайнштейн Л. А. Электромагнитные волны — М.: Сов. радио, 1957.
11. Юдин Л. А. — Изв. вузов — Радиофизика, 1981, 24, № 2, с. 235.
12. Cornet E., Davis H. A., Rienstra W. W. et al. — Phys. Rev. Lett., 1981, 46, № 3, p. 181.

Поступила в редакцию
23 июня 1980 г.

RESONANT INSTABILITY OF SLOW CYCLOTRON WAVES OF AN ELECTRON BEAM IN A HELICAL SLOWING STRUCTURE

M. I. Kapchinskij, I. L. Korenev, L. A. Yudin

A spectrum of slow cyclotron waves of an electron beam in a helical slowing structure is analysed. Increments of the resonant instability of these waves at different parameters of the beam and the helical have been found and their dependence on the orientation of the magnetic field is stated. The transverse distribution of electromagnetic fields of the wave in the resonance region is qualitatively studied. A problem is discussed of using of the helical structure in the autoresonant ion accelerator. Calculation results are well correlated with data of the experiment and numerical simulation.