

УДК 621 371 12

К ВОПРОСУ О РОЛИ ФЛУКТУАЦИОННЫХ СИЛ В ДИНАМИКЕ АВТОСТОХАСТИЧЕСКИХ СИСТЕМ: ОГРАНИЧЕНИЕ ВРЕМЕНИ ПРЕДСКАЗУЕМОСТИ И РАЗРУШЕНИЕ СЛАБЫХ ПЕРИОДИЧЕСКИХ РЕЖИМОВ

Ю. А. Кравцов, В. С. Эткин

Исследуется вопрос о предсказуемости поведения автостохастических систем при наличии измерительных шумов и флуктуационных сил внутреннего и внешнего происхождения, всегда присутствующих в реальных физических системах. Проведен расчет времени экстраполяции для автостохастических систем, т. е. времени, в течение которого разница между предсказанным значением автоколебательного процесса и действительным его значением не превышает заданное значение. В качестве меры близости наблюдаемого и предсказываемого процессов используется критерий минимального среднеквадратичного отклонения. На простом примере, допускающем полный анализ (линейная система с постоянным отрицательным трением), показано, что в системах с экспоненциальной расходимостью траекторий время экстраполяции весьма слабо (логарифмически) растет с увеличением отношения сигнал/шум. Несмотря на это, время экстраполяции может превышать время корреляции автостохастического процесса. Кроме того, кратко обсуждается роль флуктуационных сил в системах с разрушающимися синхронизмами.

Согласно [1, 2] (см. также [3, 4]), основные статистические характеристики колебаний, порождаемых автостохастическими системами (корреляционная функция, спектр, инвариантное распределение вероятности), определяются в первую очередь сложным динамическим поведением таких систем и практически не зависят от слабых флуктуационных сил*, всегда присутствующих в реальных физических устройствах. Цель данного сообщения состоит в том, чтобы обратить внимание на ряд свойств автостохастических систем, связанных именно с действием флуктуационных сил: принципиальная невозможность предсказывать поведение автостохастических систем на времена, превышающие время памяти T_p , возможность возникновения стохастичности вследствие разрушения слабых периодических режимов, обладающих узкой областью притяжения в фазовом пространстве и др.

1. ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ПОВЕДЕНИЯ АВТОСТОХАСТИЧЕСКИХ СИСТЕМ С УЧЕТОМ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ ШУМОВ И ФЛУКТУАЦИОННЫХ СИЛ

Как известно, при увеличении точности наблюдений, т. е. при снижении уровня измерительных шумов, качество предсказания будущего поведения динамической системы возрастает [5]. В связи с этим возникает вопрос о предельном времени экстраполяции, которое определяется не измерительными шумами, задающими точность начальных дан-

* Под флуктуационными силами мы подразумеваем здесь как внешние, так и внутренние источники флуктуаций, если те и другие выступают в правой части динамических уравнений системы (см. ниже уравнение (1)). Статистику этих сил следует считать заданной и не зависящей от случайных процессов, генерируемых автостохастической системой. Для определенности всюду ниже мы будем иметь в виду коротко коррелированные силы типа белого шума, хотя в общем случае флуктуационные силы могут иметь и иной характер.

ных, а флуктуационными силами, действующими на данную систему. Такая постановка вопроса особенно интересна для динамических систем со сложным поведением, в том числе для автостохастических систем, для которых характерна повышенная скорость разбегания траекторий в фазовом пространстве и, стало быть, затрудненная прогнозируемость поведения по сравнению с нестохастическими системами

. Ниже делается попытка оценить предельное время экстраполяции, используя критерий минимума среднеквадратичного отклонения [5-7].

Пусть динамическая система описывается дифференциальными уравнениями

$$dx_i/dt + M_i(x) = f_i(t) \quad (i = 1, 2, \dots, n), \quad (1)$$

где $M_i(x)$ — нелинейная функция, $x(t) = x(t, b) = \{x_i\}$ — вектор состояний системы, зависящий от начальных условий $b_i \equiv x_i(0)$, $f(t) = \{f_i(t)\}$ — вектор флуктуационных сил. Измеряемой величиной служит процесс

$$y(t) = x(t) + v(t), \quad (2)$$

где $v(t)$ — измерительный шум. Естественной оценкой процесса $x(t)$ может служить процесс $\hat{x}(t) = \hat{x}(t, \hat{b})$, удовлетворяющий системе однородных уравнений

$$d\hat{x}_i/dt + M_i(\hat{x}) = 0 \quad (3)$$

и начальным условиям $\hat{x}_i(0) \equiv \hat{b}_i$, которые подлежат определению.

Величины \hat{b}_i оценим из условия минимума среднеквадратичного отклонения $y - \hat{x}$:

$$\Phi(\hat{b}, T) \equiv \int_0^T [y(t) - \hat{x}(t, \hat{b})]^2 dt = \min, \quad (4)$$

где T — время наблюдения. Дифференцирование (4) по параметрам \hat{b}_i приводит к следующей системе уравнений для \hat{b}_i :

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \hat{b}_i} = -2 \int_0^T [y(t) - \hat{x}(t, \hat{b})] \frac{\partial \hat{x}(t, \hat{b})}{\partial \hat{b}_i} dt = 0. \quad (5)$$

С найденными из (5) значениями параметров \hat{b}_i время экстраполяции τ_3 определим как промежуток времени $T < t < T + \tau_3$, в течение которого разность между реальным процессом $x(t)$ и оценкой $\hat{x}(t)$ не превысит заданное значение δ :

$$|x(t) - \hat{x}(t)|_{t < T + \tau_3} \leq \delta. \quad (6)$$

Для дальнейшего анализа уравнения (5) и (6) удобно представить в иной форме, введя в рассмотрение решение $x^0(t) = x^0(t, b)$ невозмущенного уравнения (3) с точными начальными условиями $x^0(0) = b$. Кроме того, обозначим

$$\xi(t) = x(t) - x^0(t), \quad \hat{\xi}(t) = \hat{x}(t) - x^0(t). \quad (7)$$

Величина $\xi(t)$ характеризует возмущение, испытываемое системой под действием флуктуационных сил, а $\hat{\xi}(t)$ — отклонение предсказываемого значения $\hat{x}(t)$ от невозмущенного решения $x^0(t)$. С введением этих обозначений уравнения (5) и (6) примут вид

$$\int_0^T \hat{\xi}(t, \hat{b}) \frac{\partial \hat{x}(t, \hat{b})}{\partial \hat{b}_i} dt = \int_0^T [\xi(t) + \nu(t)] \frac{\partial \hat{x}(t, \hat{b})}{\partial \hat{b}_i} dt; \quad (8)$$

$$|\xi(t) - \hat{\xi}(t)|_{t < T + \tau_3} \leq \delta. \quad (9)$$

Упростим уравнение (8), предположив малость отклонения параметров \hat{b}_i от истинных значений b_i . Пусть $\tilde{b}_i = \hat{b}_i - b_i$.

Тогда

$$\hat{\xi}(t, \hat{b}) \approx \tilde{b}_j \frac{\partial \hat{\xi}}{\partial \hat{b}_j} = \tilde{b}_j \frac{\partial \hat{x}}{\partial \hat{b}_j}, \quad (10)$$

и в результате вместо (8) имеем

$$\hat{b}_j \int_0^T \frac{\partial \hat{x}}{\partial b_j} \frac{\partial \hat{x}}{\partial b_i} dt = \int_0^T [\xi(t) + \nu(t)] \frac{\partial \hat{x}}{\partial b_i} dt. \quad (11)$$

Из этой системы линейных уравнений можно найти значения \tilde{b}_j , а затем оценить дисперсии $\sigma_j^2 = \langle \tilde{b}_j^2 \rangle = \langle (\hat{b}_j - b_j)^2 \rangle$, которые в конечном счете определяют время экстраполяции τ_3 . Не выписывая решение системы (11), отметим, что в случае автостохастических систем, обладающих странным аттрактором, одна из компонент вектора $\mathbf{x}(t)$ обладает повышенной (экспоненциальной) чувствительностью к начальным условиям. Сохраняя в (11) только компоненту, отвечающую растягивающему направлению, мы переходим от системы (11) к одномерной задаче. В этом случае

$$\sigma_j^2 \approx \frac{\left\langle \left| \int_0^T \xi(t) \frac{\partial x^0}{\partial b_j} dt \right|^2 \right\rangle + \left\langle \left| \int_0^T \nu(t) \frac{\partial x^0}{\partial b_j} dt \right|^2 \right\rangle}{\left[\int_0^T \left(\frac{\partial x^0}{\partial b_j} \right) dt \right]^2}, \quad (12)$$

где усреднение производится по ансамблю реализаций случайных процессов $\mathbf{f}(t)$ и $\nu(t)$ и учтено, что $\langle f \nu \rangle = 0$. Кроме того, пользуясь малостью $\tilde{b}_j = \hat{b}_j - b_j$, мы заменили здесь весовые множители $\partial \hat{x} / \partial \hat{b}_j$ невозмущенными значениями $\partial x^0 / \partial b_j$.

Оценка времени экстраполяции τ_3 может быть выведена из (9). Трактруя $|\xi - \hat{\xi}|$ как среднеквадратичное отклонение и пренебрегая корреляцией между $\xi(t)$ и \tilde{b}_j , получаем с учетом (10) неравенство для определения τ_3 :

$$\sigma_{\xi}^2(T + \tau_3) + \sigma_j^2(T) [\partial x^0(T + \tau_3) / \partial b_j]^2 \leq \delta^2. \quad (13)$$

Не располагая примерами, допускающими исчерпывающее описание проблемы экстраполяции, ниже мы ограничимся только качественным анализом. Рассмотрим некоторые аспекты проблемы экстраполяции, опираясь на простую модель, иллюстрирующую влияние флуктуационных сил на точность предсказания.

1. **Модель системы с экспоненциальной расходимостью траекторий.** Если невязка $\xi = x - x^0$ мала по сравнению с x^0 в течение всего интересующего нас периода времени, то уравнения (1) можно линеаризовать, записав их в виде

$$d\xi_k/dt + \xi_j \partial M_k(x^0) / \partial x_j = f_k(t). \quad (14)$$

Рассматривая ξ_k как координату в растягивающем направлении, можно пренебречь изменением всех других компонент вектора $\xi = (\xi_1, \dots, \xi_n)$ и от системы уравнений (14) перейти к единственному уравнению для компоненты ξ_k :

$$d\xi_k/dt - \beta_k(t) \xi_k = f_k(t), \quad (15)$$

где $-\beta_k(t)$ — эффективное отрицательное трение, описывающее экспоненциальное расхождение траекторий.

Простейшая модель с экспоненциальной расходимостью отвечает постоянному коэффициенту трения $\beta = \text{const}$:

$$d\xi/dt - \beta\xi = f(t) \quad (16)$$

(для простоты индекс «k» опущен). Решение этого уравнения с нулевым начальным условием имеет вид

$$\xi(t) = \int_0^t f(t') e^{\beta(t-t')} dt', \quad (17)$$

тогда как оценочное решение $\hat{\xi}$ равно $\hat{x} - x^0 = (\hat{b} - b)e^{\beta t} = \tilde{b}e^{\beta t}$. Считая $f(t)$ и $v(t)$ короткокоррелированными процессами ($\tau_v\beta \ll 1$, $\tau_f\beta \ll 1$, τ_v и τ_f — интервалы корреляции процессов $v(t)$ и $f(t)$), по формулам (17) и (12) находим

$$\begin{aligned} \langle \xi(t_1)\xi(t_2) \rangle &\approx (e^{2\beta t} - 1)\sigma_f^2\tau_f/2\beta, \quad t_< = \min(t_1, t_2), \\ \sigma_b^2(T) &= 4\sigma_f^2\tau_f F(\beta T)/\beta + 2\sigma_v^2\tau_v\beta(e^{2\beta T} - 1)^{-1} \equiv \sigma_1^2 + \sigma_2^2, \end{aligned} \quad (18)$$

где

$$F(x) = \{ (e^{4x} - 1)/4 - (e^{3x} - 1)/3 - (e^{2x} - 1)/2 + (e^x - 1) \} (e^{2x} - 1)^{-2}.$$

В результате уравнение (13) для времени экстраполяции принимает вид

$$[\exp(2\beta(T + \tau_3)) - 1] \sigma_f^2\tau_f/2\beta + \sigma_b^2(T) \exp(2\beta(T + \tau_3)) \leq \delta^2. \quad (19)$$

Из этого уравнения следует, что время экстраполяции τ_3 ограничено вследствие неопределенности начальных данных σ_b^2 и вследствие действия флуктуационных сил.

2. **Оценки времени экстраполяции.** Два слагаемых в (18) ведут себя неодинаковым образом. Первое слагаемое σ_1^2 , зависящее от флуктуационной силы, при $\beta T \ll 1$ монотонно растет по диффузионному закону*, $\sigma_1^2 \sim (2/3)\sigma_f^2\tau_f T$, а при $\beta T \gg 1$ стремится к предельному значению $\sigma_1^2(\infty) = \sigma_f^2\tau_f/\beta$. Второе слагаемое σ_2^2 сначала уменьшается обратно пропорционально времени наблюдения, $\sigma_2^2 \sim \sigma_v^2\tau_v/T$ (это типичный пример уменьшения неопределенности за счет временного накопления),

* При $\beta = 0$ уравнение (16) моделирует поведение фазы в томсоновском генераторе, при этом величина $\sigma_f^2\tau_f$ служит мерой коэффициента диффузии $D \cdot \sigma_1^2(T) \sim DT$. Выражение (19) пригодно для вычисления τ_3 и в случае устойчивого состояния равновесия ($\beta < 0$), но эта ситуация здесь не рассматривается.

а затем (при $\beta T \gg 1$) убывание σ_2^2 становится экспоненциальным: $\sigma_2^2 \sim 2\sigma_v^2\tau_v\beta e^{-2\beta T}$. Поэтому первое слагаемое σ_1^2 рано или поздно сравняется с σ_2^2 и станет определяющим. В итоге потенциальная точность определения параметров b_i обусловлена флуктуационными силами: как бы мы ни снижали уровень измерительных шумов σ_v^2 , мы не в состоянии устранить возмущения, вызванные флуктуационными силами.

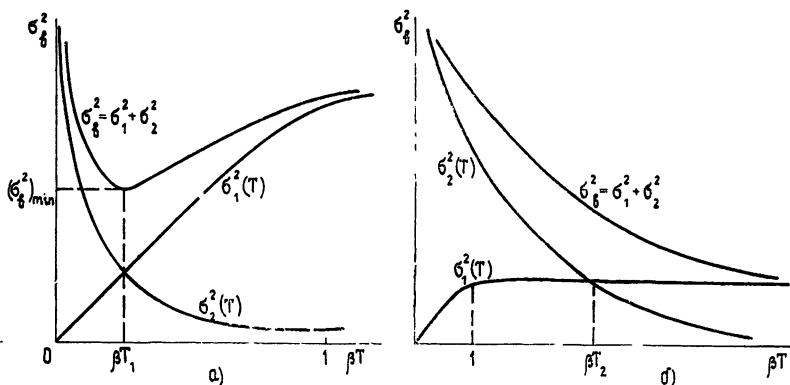


Рис. 1.

На рис. 1 показан характер пересечения кривых $\sigma_1^2(T)$ и $\sigma_2^2(T)$ при $\beta T_0 \ll 1$ (а) и $\beta T_0 \gg 1$ (б), где время

$$T_0 = \sqrt{\sigma_v^2\tau_v / \sigma_f^2\tau_f} \quad (20)$$

характеризует отношение интенсивности измерительного шума к интенсивности флуктуационных сил. При $\beta T_0 \ll 1$ совпадение σ_1^2 и σ_2^2 имеет место при $T_1 = \sqrt{3/2} T_0$, при этом сумма $\sigma_b^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2$ достигает минимума $(\sigma_b^2)_{\min} = 2 \sqrt{(2/3) \sigma_f^2\tau_f\sigma_v^2\tau_v}$. С этим наименьшим значением неопределенности начальных данных время экстраполяции τ_s , нормированное на постоянную времени $1/\beta$, составляет

$$\beta\tau_s = \begin{cases} \beta\tau'_s = z & \text{при } z \ll 1, \\ \beta\tau''_s = \ln z & \text{при } z \gg 1, \end{cases} \quad z = \frac{\beta\delta^2}{\sigma_f^2\tau_f}. \quad (21)$$

График зависимости $\beta\tau_s$ от параметра z при $\beta T_0 \ll 1$ показан на рис. 2.

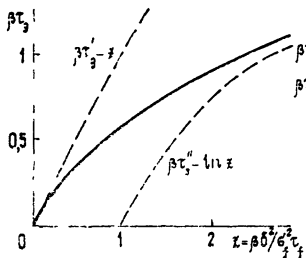


Рис. 2.

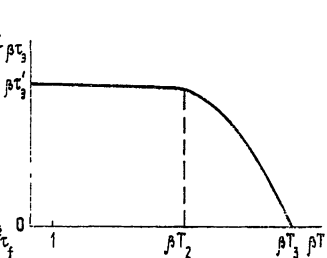


Рис. 3.

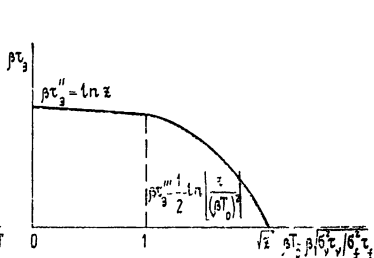


Рис. 4.

При $\beta T_0 \gg 1$, когда $\sigma_b^2 \approx \sigma_f^2\tau_f/\beta + 2\sigma_v^2\tau_v\beta e^{-2\beta T}$, из (19) получаем

$$\tau_s \approx \frac{1}{2\beta} \ln \left[\delta^2 / \left(\frac{3}{2} \frac{\sigma_f^2\tau_f}{\beta} e^{2\beta T} + 2\sigma_v^2\tau_v\beta \right) \right]. \quad (22)$$

При

$$\beta T < \beta T_2 \equiv \ln(2\beta T_0 / \sqrt{3})$$

«флуктуационное» слагаемое в (22) меньше «измерительного», при этом время экстраполяции определяется только измерительными шумами:

$$\beta \tau_3'' \approx \frac{1}{2} \ln \frac{\delta^2}{2\sigma_v^2 \tau_3 \beta} = \frac{1}{2} \ln \frac{z}{(\beta T_0)^2}, \quad T < T_2; \quad (23)$$

при $T > T_2$ преобладает влияние флуктуационного слагаемого: $\tau_3 = \tau_3' - (T - T_2)$, $T_2 < T < T_3$. При $T = T_3 \equiv (1/2\beta) \ln(2\delta^2 \beta / 3\sigma_f^2 \tau_f)$ время τ_3 уменьшается до нуля, т. е. свойство предсказуемости полностью теряется. Общий характер зависимости $\beta \tau_3$ от времени наблюдения T при $\beta T_0 \gg 1$ показан на рис. 3.

Считая величину $z = \beta \delta^2 / \sigma_f^2 \tau_f$ достаточно большой, $z \gg 1$, объединим оценки (21) и (23):

$$\beta \tau_3 = \begin{cases} \beta \tau_3'' = \ln z, & \beta T_0 \ll 1 \\ \beta \tau_3'' = (1/2) \ln [z / (\beta T_0)^2], & \beta T_0 \gg 1 \end{cases}$$

На рис. 4 представлен график зависимости времени экстраполяции $\beta \tau_3$ от безразмерного параметра βT_0 , который мы будем рассматривать как меру интенсивности измерительных шумов: $\beta T_0 = \beta \sqrt{\sigma_v^2 \tau_v} / \sqrt{\sigma_f^2 \tau_f}$. Согласно рис. 4, при уменьшении σ_v^2 время экстраполяции сначала растет (пока $\beta T_0 > 1$), а затем (при $\beta T_0 \leq 1$) $\beta \tau_3$ не превышает предельного значения

$$(\beta \tau_3)_{\max} = \ln z = \ln(\beta \delta^2 / \sigma_f^2 \tau_f), \quad (24)$$

которое зависит от уровня флуктуационных сил и которое нельзя повысить увеличением точности измерений.

3. Время памяти системы. Если в (24) в качестве меры точности экстраполяции δ^2 взять максимально возможное значение порядка размаха стохастических автоколебаний $\sigma_x^2 = \langle x^2 \rangle$ (это соответствует границе применимости нашей модели (16)), то мы получим выражение

$$T_{\Pi} = (1/\beta) \ln(\sigma_x^2 \beta / \sigma_f^2 \tau_f), \quad (25)$$

которое может служить оценкой времени памяти системы, т. е. времени, в течение которого автостохастическая система полностью «забывает» начальные условия. Иными словами, это время перемешивания траекторий в фазовом пространстве под действием флуктуационных сил.

Время памяти T_{Π} с равным успехом можно было бы назвать также временем динамического поведения, так как за времена $t \leq T_{\Pi}$ можно предсказать состояние системы, опираясь на динамические уравнения без учета флуктуационных сил.

4. О соотношении между временем экстраполяции τ_3 и временем корреляции τ_k . Несмотря на логарифмическую зависимость τ_3 от отношения δ^2 / σ_f^2 , величина τ_3 все же может превышать время корреляции процесса, генерируемого автостохастической системой*. В самом деле,

* Под временем корреляции τ_k понимается обратная полоса спектра: $\tau_k \sim 1/\Delta\omega$. В системах с аттракторами лоренцева типа τ_k сравнимо со временем пребывания системы в окрестности одного неустойчивого предельного цикла, в системах с прерывистой генерацией [8] τ_k характеризуется длительностью дуга колебаний, в системах с запаздыванием τ_k имеет порядок времени задержки. В сущности, заранее ясно, что отношение τ_3 / τ_k может принимать произвольные значения, поскольку время экстраполяции τ_3 меняется от нуля до бесконечности в зависимости от заданного уровня погрешности δ . Интересно, однако, оценить величину τ_3 / τ_k при реалистичных значениях параметров

пусть $\beta T_0 \sim 1$. Тогда в силу (24) и (20)

$$\tau_3/\tau_k \sim (1/\beta\tau_k) \ln(\delta^2/\sigma_v^2\tau_v^2). \quad (26)$$

Примем отношение сигнал/шум δ/σ , равным 10^3 (типичное соотношение для радиотехнических измерений) и положим $\tau_v\beta \sim 0,1$. В этих условиях $\tau_3/\tau_k \sim 16/\beta\tau_k$, и если $\beta\tau_k < 1$ (за время τ_k две близкие траектории расходятся в среднем меньше, чем в e раз), то $\tau_3 \gtrsim 16\tau_k$.

Сама возможность предсказать будущее поведение стохастического процесса $x(t)$ через время, превышающее интервал корреляции τ_k , не должна казаться удивительной, так как мы используем крайне важную априорную информацию о процессе в виде уравнений движения.

5. О возможности восстановления параметров динамической системы.

Если вид динамической системы известен, но параметры нелинейного оператора $M(x)$ в (1) не заданы, можно попытаться оценить величину этих коэффициентов по методу наименьших квадратов, включив их в число варьируемых параметров. Разумеется, результирующая точность экстраполяции при этом не возрастет.

В случае, если вид оператора $M(x)$ вообще не известен, задачу экстраполяции можно попытаться решить методом проверки гипотез о внутренней структуре стохастической системы*. Ясно, что для сильно нелинейных систем эту задачу решить труднее, чем в случае слабой нелинейности.

3. ДРУГИЕ АСПЕКТЫ ВОЗДЕЙСТВИЯ ФЛУКТУАЦИОННЫХ СИЛ НА СИСТЕМЫ СО СЛОЖНЫМ ДИНАМИЧЕСКИМ ПОВЕДЕНИЕМ

1. Роль флуктуационных сил в системах с разрушающимися синхронизмами. Кроме систем, в которых стохастичность возникает в результате сложного динамического поведения, возможны стохастические режимы, возникающие преимущественно за счет флуктуационных сил. Как известно, возникновение колебаний с кратными частотами в системах с несколькими степенями свободы (связанные автогенераторы, параметрические системы) связано с явлением внутренней синхронизации [10, 11]. Если полосы внутренней синхронизации для всех возможных для данных условий синхронных режимов настолько малы, что под действием флуктуационных сил система не в состоянии удержаться в синхронном состоянии, то возникают предпосылки для стохастического режима. Такие разрушающиеся синхронизмы близки к упомянутым в [3] стохастическим режимам, возникающим при наличии близких устойчивых предельных циклов с малой областью притяжения.

2. Сосуществование периодических и стохастических режимов при наличии флуктуационных сил. Действие флуктуационных сил необходимо принимать во внимание при изучении судьбы малых островков периодичности на фоне развитых стохастических режимов. Разрушение периодических режимов может произойти за счет выбрасывания траекторий из зоны притяжения слабого предельного цикла в зону стохастичности. Кроме того, флуктуационные силы могут ускорить возникновение стохастических режимов, если переходу к стохастичности предшествует этап усложнения предельных циклов с удвоением периода [12]. Нарушению периодичности способствует и то, что вблизи точек бифуркации, отвечающих рождению нового предельного цикла, уровень флуктуаций заметно возрастает, подобно предосцилляционному шуму в автогенераторах и лазерах.

* Вопрос о возможности восстановления динамической системы по характеристикам генерируемого ею случайного процесса уже рассматривался в литературе применительно к другим задачам [9]

В заключение авторы выражают признательность А. С. Пиковскому и М. И. Рабиновичу за доброжелательные критические замечания по существу затронутых в статье вопросов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ки фер Ю. И — Изв АН СССР. Сер. Математика — 1974, 38, с 1091
2. Нитецки З Введение в дифференциальную динамику — М: Мир, 1975.
3. Рабинович М И—УФН, 1978, 125, № 1, с. 123
4. Синай Я. Г—В сб· Нелинейные волны — М· Наука, 1979, с 192
5. Goodwin G. C, Раупе R L. Dynamic System Identification Experiment Design and Data Analysis — N.-Y., Acad Press, 1978.
6. Худсон Д Статистика для физиков — М: Мир, 1970
7. Закс Ш Теория статистических выводов — М: Мир, 1975.
8. Кияшко С. В, Пиковский А С, Рабинович М. И — Радиотехника и электроника, 1979, 25, № 2, с. 336.
9. Гудзенко Л. И, Чертопруд В. Е — Труды ФИАН, 1976, 90, с. 154, 1980, 120, с. 110
10. Каплан А. Е — Радиотехника и электроника, 1963, 8, № 8, с 1989.
11. Каплан А. Е, Кравцов Ю. А, Рылов В А. Параметрические генераторы и делители частоты — М· Сов. радио, 1966
12. Feigenbaum M. J.— J. Statist. Phys., 1978, 19, № 1, p. 25; 1979, 21, № 6, p. 669.

Институт физики
им. П. Н. Лебедева
АН СССР

Поступила в редакцию
21 июля 1980 г.

TO THE PROBLEM ON THE ROLE OF FLUCTUATION FORCES IN THE DYNAMICS OF AUTOSTOCHASTIC SYSTEMS: LIMITATION OF PREDICTION TIME AND DISTRUCTION OF WEAK PERIODIC REGIMES

Yu. A Kravtsov, V. S Etkin

A problem is studied on the prediction of autostochastic systems behaviour in the presence of measuring noises and fluctuation forces of internal and external origin being always present in real physical systems A calculation for the extrapolation time has been made for autostochastic systems, i e time during which a difference between the predicted value of autooscillation process and its real value does not exceed the given one As an agreement between the observed and predicted processes a criterion is used of a minimal root-mean-square deviation By a simple example, admitting a complete analysis (the linear system with a constant negative friction), it is shown that in systems with an exponential divergence of trajectories the time of extrapolation is rather weakly (logarithmically) increases with an increase of signal to noise ratio Besides, time of extrapolation may exceeds the time of correlation of an autostochastic process. A role of fluctuation forces in systems with distructing synchronizm is discussed in breaf.
