

УДК 538.56 : 519.25

ФЛУКТУАЦИИ ИНТЕНСИВНОСТИ ВОЛНЫ В ОДНОМЕРНОЙ СЛУЧАЙНО-НЕОДНОРОДНОЙ СРЕДЕ.

V. ЧИСЛЕННОЕ ИНТЕГРИРОВАНИЕ УРАВНЕНИЙ ПЕРЕНОСА ИЗЛУЧЕНИЯ

Г. И. Бабкин, В. И. Кляцкин, В. Ф. Козлов, Е. В. Ярошук

Обсуждаются результаты численного решения уравнений, соответствующих статистической теории переноса излучения в слоистой среде со случайными неоднородностями. Рассматриваются перспективы использования метода инвариантного погружения для анализа различных волновых задач

В предыдущих работах [1-4] (см. также [5]) была построена статистическая теория переноса излучения в одномерных (слонстых) случайно-неоднородных средах. Было показано, что все статистические характеристики волнового поля можно получить с помощью решения одного уравнения в частных производных. Однако найти решение этого уравнения аналитически не удастся. В данной работе обсуждаются результаты численного решения задачи.

1. Постановка задачи такова. Пусть слой неоднородной среды занимает часть пространства $L_0 \leq x \leq L$, а диэлектрическая проницаемость в этой области имеет вид $\epsilon(x) = \bar{\epsilon} + \tilde{\epsilon}(x)$, где $\bar{\epsilon}$ — среднее значение, а $\tilde{\epsilon}(x) = \tilde{\epsilon}^*(x)$ — флуктуирующая часть. Перпендикулярно к этому слою падает волна единичной интенсивности $\exp[ik(L-x)]$, где $k = \omega c^{-1} \sqrt{\bar{\epsilon}} = \kappa + i\gamma$ (γ — коэффициент поглощения, который предполагается малым, т. е. $\kappa \gg \gamma$).

Внутри слоя волновое поле описывается уравнением

$$d^2u/dx^2 + k^2 [1 + \tilde{\epsilon}(x)/\bar{\epsilon}] u(x) = 0 \tag{1}$$

с условиями непрерывности величин u и du/dx на границах слоя

$$u(L) + ik^{-1}u'(L) = 2, \quad u(L_0) - ik^{-1}u'(L_0) = 0. \tag{2}$$

В области $x \geq L$ волновое поле имеет вид

$$u(x) = \exp[ik(L-x)] + R_L \exp[ik(x-L)], \tag{3}$$

где R_L — комплексный коэффициент отражения, описываемый уравнением

$$\frac{dR_L}{dL} = 2ikR_L + \frac{i\kappa}{2} \frac{\tilde{\epsilon}(L)}{|\bar{\epsilon}|} (1 + R_L)^2, \quad R_{L_0} = 0. \tag{4}$$

Используя идеи метода инвариантного погружения и вводя зависимость волнового поля от величины L , в [4] удалось показать, что функция $u(x, L)$ удовлетворяет линейному уравнению

$$\frac{du(x, L)}{dL} = ik u(x, L) + \frac{i\kappa \tilde{\varepsilon}(L)}{2|\tilde{\varepsilon}|} (1 + R_L) u(x, L) \quad (5)$$

с начальным условием

$$u(x, L)|_{L=x} = 1 + R_x. \quad (5')$$

Формулы (4), (5), (5') образуют замкнутую систему уравнений инвариантного погружения для данной задачи. Эта система обладает свойством динамической причинности, так как для нее имеем задачу Коши.

Предполагая далее, что функция $\tilde{\varepsilon}(x)$ является гауссовой и дельта-коррелированной,

$$\langle \tilde{\varepsilon}(x) \tilde{\varepsilon}(x') \rangle = 2\sigma^2 l \delta(x - x'), \quad (6)$$

можно изучать статистические характеристики системы (4), (5) на основе соответствующего уравнения Эйнштейна—Фоккера. Представим поле $u(x, L)$ внутри среды в виде

$$u(x, L) = a(x, L) e^{-ix} + b(x, L) e^{ix}, \quad (7)$$

где функции $a(x, L)$ и $b(x, L)$ описывают амплитуды встречных волн, тогда для их интенсивностей $w_1 = |a|^2$, $w_2 = |b|^2$ получаем уравнение

$$\frac{dw_n(x, L)}{dL} = -2\gamma w_n(x, L) + \frac{i\kappa}{2} \frac{\tilde{\varepsilon}(L)}{|\tilde{\varepsilon}|} (R_L - R_L^*) w_n(x, L), \quad (8)$$

$$w_1(x, x) = 1, \quad w_2(x, x) = |R_x|^2,$$

а для функции $\rho_L = |R_L|^2$ —

$$\frac{d\rho_L}{dL} = -4\gamma\rho_L - \frac{i\kappa}{2} \frac{\tilde{\varepsilon}(L)}{|\tilde{\varepsilon}|} (1 - \rho_L) (R_L - R_L^*), \quad \rho_{L_0} = 0. \quad (9)$$

Проведя усреднение по ансамблю реализаций $\tilde{\varepsilon}$ и быстрым осцилляциям, можно написать уравнение для совместной плотности вероятностей величин w_1 , w_2 и ρ :

$$P_L(w_1, w_2, \rho) = \langle \delta(w_1(x, L) - w_1) \delta(w_2(x, L) - w_2) \delta(\rho_L - \rho) \rangle, \quad (10)$$

с начальным условием при $L = x$:

$$P_x(w_1, w_2, \rho) = \delta(w_2 - \rho) P_x(\rho).$$

Здесь $P_L(\rho) = \langle \delta(\rho_L - \rho) \rangle$ — плотность вероятностей для величины $|R_L|^2$, описываемая уравнением

$$\frac{\partial P_L(\rho)}{\partial L} = 4\gamma \frac{\partial}{\partial \rho} \rho P_L(\rho) - 2D \frac{\partial}{\partial \rho} \rho (1 - \rho) P_L(\rho) + \quad (11)$$

$$+ D \frac{\partial}{\partial \rho} \rho (1 - \rho)^2 \frac{\partial}{\partial \rho} P_L(\rho), \quad P_{L_0}(\rho) = \delta(\rho),$$

где $D = \kappa^2 \sigma^2 l / 2 |\tilde{\varepsilon}|^2$ — коэффициент диффузии.

Учитывая, что уравнения (8) для функции w_n являются линейными, можно перейти к производящей функции для моментов интенсивностей встречных мод

$$Q_L(\mu, \lambda, \rho) = \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} d\omega_1 d\omega_2 \omega_1^{\mu-\lambda} \omega_2^{\lambda} P_L(\omega_1, \omega_2, \rho), \quad (12)$$

удовлетворяющей более простому уравнению

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q_L}{\partial L} = & -2\gamma \left(\mu - 2 \frac{\partial}{\partial \rho} \rho \right) Q_L - D \left[\mu + \frac{\partial}{\partial \rho} (1 - \rho) \right] Q_L + \\ & + D [\mu + (\partial/\partial \rho)(1 - \rho)]^2 \rho Q_L \end{aligned} \quad (13)$$

с начальным условием

$$Q_x(\mu, \lambda, \rho) = \rho^{\lambda} P_x(\rho). \quad (14)$$

Отметим, что уравнение (11) соответствует значению $\mu = 0$ в (13).

Уравнения (11), (13), (14) описывают поведение волнового поля внутри слоя среды $L_0 \leq x \leq L$. При такой постановке задачи можно перейти к пределу $L_0 \rightarrow -\infty$, что соответствует падению волны на полупространство. В этом случае уравнение (11) имеет стационарное решение:

$$P_{\infty}(\rho) = 2\beta/(1 - \rho)^2 \exp[-2\beta\rho/(1 - \rho)], \quad \beta = 2\gamma/D, \quad (15)$$

а уравнение (13) принимает более простой вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q_{\xi}(\mu, \lambda, \rho)}{\partial \xi} = & -\beta \left(\mu - 2 \frac{\partial}{\partial \rho} \rho \right) Q_{\xi} - \left[\mu + \frac{\partial}{\partial \rho} (1 - \rho) \right] Q_{\xi} + \\ & + \left[\mu + \frac{\partial}{\partial \rho} (1 - \rho) \right]^2 \rho Q_{\xi}, \quad Q_0 = \rho^{\lambda} P_{\infty}(\rho), \end{aligned} \quad (16)$$

где введено безразмерное расстояние $\xi = D(L - x) \geq 0$. Уравнение (16) соответствует падению волны на полупространство $\xi \geq 0$. Различные моменты интенсивностей определяются решением уравнения (16):

$$\langle \omega_1^{\mu-\lambda}(\xi) \omega_2^{\lambda}(\xi) \rangle = \int_0^1 d\rho Q_{\xi}(\mu, \lambda, \rho). \quad (17)$$

Остановимся на некоторых следствиях уравнения (16). Если $\beta \gg 1$ (т. е. поглощение велико по сравнению с диффузией), то все моменты интенсивностей встречных волн экспоненциально затухают с ростом ξ , а ω_1 и ω_2 статистически независимы. Этот случай соответствует линейной теории переноса излучения [3, 4].

В другом предельном случае $\beta = 0$, $P_{\infty}(\rho) = \delta(\rho - 1)$ и

$$\langle \omega_1^{\mu-\lambda}(\xi) \omega_2^{\lambda}(\xi) \rangle = \exp[\mu(\mu - 1)\xi], \quad (18)$$

т. е. все моменты $\omega_n(\xi)$, начиная со второго, экспоненциально растут с расстоянием, а $\langle \omega_1(\xi) \rangle = \langle \omega_2(\xi) \rangle = 1$ [3, 4]. Наличие поглощения должно привести к прекращению такого экспоненциального роста и дальнейшему убыванию при $\xi \rightarrow \infty$.

2. Аналогично можно рассмотреть [4] задачу о поле точечного источника внутри слоя среды $L_0 \leq x \leq L$. Волновое поле $u(x, x_0)$ в этом случае удовлетворяет уравнению

$$\frac{d^2 u(x, x_0)}{dx^2} + k^2 \left[1 + \frac{\tilde{\varepsilon}(x)}{|\varepsilon|} \right] u(x, x_0) = 2ik \delta(x - x_0), \quad (19)$$

случай $x_0 = L$ соответствует предыдущей задаче. Используя, как и ранее, идеи инвариантного погружения, можно получить следующее уравнение:

$$\frac{du(x, x_0, L)}{dL} = \frac{i x \tilde{\varepsilon}(L)}{2 |\tilde{\varepsilon}|} u(x, L) u(x_0, L), \quad (20)$$

где функция $u(x, L)$ описывается уравнением (5) и принято, что $x \leq x_0 \leq L$. Начальное условие таково:

$$u(x, x_0, L)|_{L=x_0} = u(x, x_0). \quad (21)$$

Таким образом, для поля источника внутри среды имеется система трех уравнений (4), (5), (20), для которых ставится задача Коши. Поэтому такая задача тоже допускает статистическое описание. Так, для средней интенсивности поля источника $I(x, x_0, L) = |u(x, x_0, L)|^2$ имеем

$$(d/dL) \langle I(x, x_0, L) \rangle = D \langle J(x, L) J(x_0, L) \rangle, \quad (22)$$

где $J(x, L) = |u(x, L)|^2$ — интенсивность волнового поля для задачи, рассмотренной выше. Таким образом, искомая величина связана с корреляционной функцией интенсивности для задачи о падении волны на слой.

В результате предельного перехода $L_0 \rightarrow -\infty$, $L \rightarrow \infty$, соответствующего источнику в неограниченной среде, получим ($\xi = D(x_0 - x)$)

$$\langle I(\xi) \rangle = \langle w_1(\xi) \rangle + \langle w_2(\xi) \rangle + s_{10}(\xi) + s_{11}(\xi), \quad (23)$$

где

$$s_{\mu\lambda}(\xi) = \int_0^1 \frac{d\rho (1 + \rho)}{(1 - \rho)^2} Q_\xi(\mu, \lambda, \rho) \times \\ \times [1 - \rho + 2\beta \exp(2\beta/(1 - \rho)) \text{Ei}(-2\beta/(1 - \rho))]. \quad (24)$$

При $\xi = 0$ [3]

$$\langle I(0) \rangle = 2(2 - \beta + 1/\beta)/3 - 4\beta^2 e^{2\beta} \text{Ei}(-2\beta)/3, \quad (25)$$

где $\text{Ei}(-x)$ — интегральная показательная функция.

3. Рассмотрим теперь схему численного решения задачи. Уравнение (16) удобно переписать в виде

$$\frac{\partial Q_\xi}{\partial \xi} = K(\rho) \frac{\partial^2 Q_\xi}{\partial \rho^2} - U(\rho) \frac{\partial Q_\xi}{\partial \rho} + G(\rho) Q_\xi \equiv \hat{L} Q_\xi, \quad (26)$$

где

$$K(\rho) = \rho(1 - \rho)^2, \quad U(\rho) = -2\beta\rho + (1 - \rho)[(5 - 2\mu)\rho - 1], \\ G(\rho) = (2 - \mu)[\beta - 1 + (2 - \mu)\rho], \quad 0 < \rho < 1, \quad 0 < \xi < \infty.$$

Начальное условие получим из (16): при $\xi = 0$

$$Q_0 = F(\rho) = \rho^\lambda P_\infty(\rho). \quad (27)$$

Легко также показать, что при $\rho = 1$

$$Q_\xi = 0. \quad (28)$$

Наличие только одного граничного условия связано с вырождением уравнения на концах отрезка $0 < \rho < 1$, в которых обращается в нуль коэффициент при старшей производной.

Введем регулярную сетку $\rho_l = lh$, $l = \overline{0, N}$, $\xi_m = m\tau$, $m = \overline{0, \overline{M}}$ и аппроксимируем задачу (26)–(28) разностной схемой

$$\begin{aligned} Q_l^{m+1} - Q_l^m &= \tau (\Lambda_h Q_l^{m+1} + \Lambda_h Q_l^m) / 2, \\ Q_N^m &= 0, \quad Q_l^0 = F_l, \end{aligned} \quad (29)$$

где дифференциальный оператор \hat{L} , в свою очередь, аппроксимируется разностным оператором Λ_h вида [6]

$$\begin{aligned} \Lambda_h Q_l &= A_l Q_{l-1} + B_l Q_l + C_l Q_{l+1}, \\ A_l &= h^{-2} K_l [y(|m_l|) + m_l], \quad C_l = h^{-2} K_l [y(|m_l|) - m_l], \\ B_l &= G_l - A_l - C_l, \quad m_l = U l h / 2 K_l, \end{aligned} \quad (30)$$

а коэффициент аппроксимационной вязкости $y(r)$ удовлетворяет условиям нормировки $y(r) > r$, $y(0) = 1$, $\lim_{r \rightarrow \infty} r^{-1} y(r) = 1^*$. Заметим, что в (30) при $l = 0$ величина Q_{-1} фактически не входит, так как $A_0 = 0$, $C_0 = -h^{-1} U_0$, $B_0 = G_0 - C_0$. Варьируя $y(r)$, можно получать различные аппроксимации для оператора \hat{L} , наиболее употребительные приведены в [6].

Стандартными методами [7] можно показать, что схема (29) аппроксимирует по координате ξ до второго порядка, а по ρ — лишь до первого порядка. Последнее обстоятельство связано с обращением в нуль коэффициента $K(\rho)$ на концах интервала. В окрестности конечных точек схема ведет себя подобно схеме «бегущего счета» [8].

Для каждого $m \geq 0$ система (29) приводится к стандартному виду:

$$\begin{aligned} a_l Q_{l-1}^{m+1} + b_l Q_l^{m+1} + c_l Q_{l+1}^{m+1} &= f_l^m, \\ a_l &= \tau A_l, \quad b_l = \tau B_l - 2, \quad c_l = \tau C_l, \\ f_l^m &= - [a_l Q_{l-1}^m + (b_l + 4) Q_l^m + c_l Q_{l+1}^m], \quad l = \overline{0, N-1}, \end{aligned} \quad (31)$$

очевидно, $a_l > 0$, $c_l > 0$. Схема будет монотонной, следовательно, система (31) однозначно разрешима при условии $a_l + b_l + c_l = \tau G_l - 2 \leq 0$. При $G(\rho) \leq 0$ это условие всегда выполнено. Положительные значения $G(\rho)$ могут появиться при условии $\max G(\rho) = (2 - \mu)(\beta - \mu + 1) > 0$, поэтому для монотонности схемы в этом случае достаточно, чтобы

$$\tau \leq (2 + \delta) / (2 - \mu) (\beta - \mu + 1), \quad \delta \geq 0. \quad (32)$$

Система алгебраических уравнений (31) на каждом слое решается прогонкой [7]

$$Q_l^{m+1} = \alpha_l Q_{l+1}^{m+1} + \gamma_l^m, \quad l = \overline{N-1, 0},$$

а коэффициенты определяются из рекуррентных соотношений

$$\begin{aligned} \alpha_0 &= -c_0 / b_0, \quad \gamma_0^m = f_0^m / b_0, \\ \alpha_l &= -c_l / (a_l \alpha_{l-1} + b_l), \quad \gamma_l^m = (f_l^m - a_l \gamma_{l-1}^m) / (a_l \alpha_{l-1} + b_l). \end{aligned}$$

Условие (32) при любом $\delta > 0$ гарантирует устойчивость алгоритма прогонки.

* При $y(r) \equiv 1$ получаем классическую аппроксимацию оператора \hat{L} , однако при этом схема лишается важного свойства монотонности.

Доказать устойчивость разностной схемы в целом не удастся. Однако все расчеты, выполненные при $\mu > 0$, показали ее практическую устойчивость. Для аппроксимационной вязкости использовалось выражение Булеева — Тимухина $y(r) = 1 + r^3(1 + r + r^2)^{-1}$. Все интегральные характеристики вида

$$I(\xi) = \int_0^1 g(\rho) Q_\xi(\mu, \lambda, \rho) d\rho$$

вычислялись с помощью квадратной формулы трапеций. Для входящей в (24) интегральной показательной функции использовалась дробно-рациональная аппроксимация [9].

4. Результаты расчетов изображены на графиках. Построена зависимость различных моментов $\langle w_{1,2}^n \rangle$ от безразмерного расстояния до границы $\xi = D(L - x)$. Кривые соответствуют различным значениям $\beta = 2\gamma/D$ ($1 - \beta = 1,0$; $2 - \beta = 0,1$; $3 - \beta = 0,06$; $4 - \beta = 0,04$; $5 - 0,02$). Рассматриваются лишь случаи $\beta \leq 1$, когда линейная теория переноса становится неприменимой.

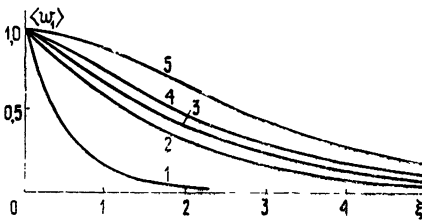


Рис. 1.

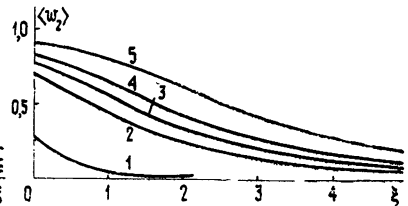


Рис. 2.

Рис. 1 и 2 соответствует интенсивностям проходящей и отраженной волн. При $\xi = 0$ $\langle w_1 \rangle = 1$, $\langle w_2 \rangle = \langle \rho \rangle$. Кривые монотонно убывают с увеличением ξ .

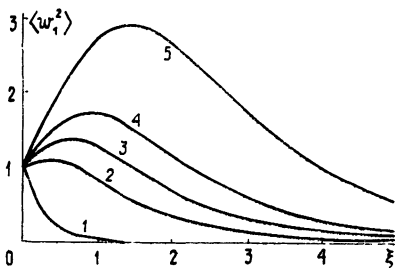


Рис. 3.

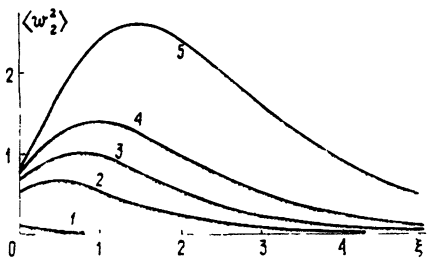


Рис. 4

На рис. 3 и 4 изображены соответствующие зависимости для вторых моментов. При $\xi = 0$ $\langle w_1^2 \rangle = 1$, $\langle w_2^2 \rangle = \langle \rho^2 \rangle$. При $\beta < 1$ зависимость от ξ становится немонотонной: моменты вначале растут, проходят через максимум, и лишь затем начинается монотонное убывание. С уменьшением β положение максимума смещается вправо, а максимальное значение момента увеличивается.

На рис. 5 изображена аналогичная зависимость для третьего момента $\langle \omega_1^3 \rangle$, а на рис. 6 построены кривые для величины $\langle \Delta \omega_1 \Delta \omega_2 \rangle$ ($\Delta \omega_n = \omega_n - \langle \omega_n \rangle$), описывающей корреляцию между интенсивностями проходящей и отраженной волн. При $\beta > 1$ такая корреляция исчезает. Рис 7 соответствует зависимости интенсивности волнового поля $\langle I \rangle$, создаваемого источником в неограниченном пространстве, от $\xi = D(x_0 - x)$, где $(x_0 - x)$ — расстояние от источника. При $\xi = 0$ получаем величину $\langle I(0) \rangle$, отвечающую формуле (25).

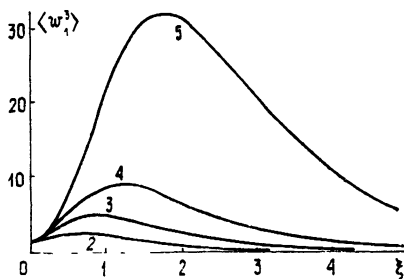


Рис. 5.

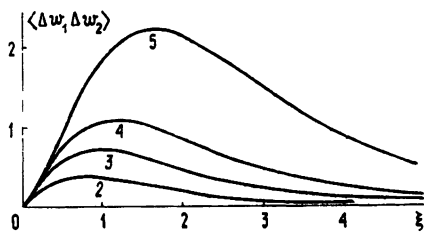


Рис. 6.

Отметим, что при малых значениях ξ поведение различных моментов соответствует формуле (18), а асимптотическая зависимость при больших ξ для всех перечисленных величин описывается выражением $\exp(-k_0 \xi)$. Вычисленные зависимости декремента затухания k_0 от β изображены на рис. 8. Номера кривых соответствуют номерам μ моментов интенсивностей, поскольку величина k_0 не зависит от λ . Это означает, что декремент затухания k_0 определяется лишь порядком момента и не зависит от вида моды. В частности, величина k_0 одинакова

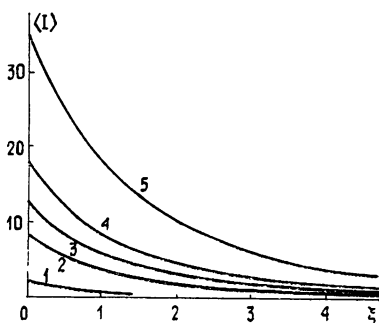


Рис. 7.

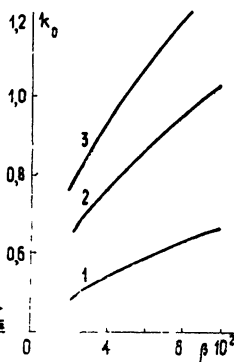


Рис. 8.

для интенсивностей проходящей $\langle \omega_1 \rangle$ и отраженной $\langle \omega_2 \rangle$ волн в задаче о падении волны на полупространство, а также для интенсивности поля $\langle I \rangle$, создаваемого источником в неограниченной среде. Полученные кривые можно приближенно описать формулой $k_0 = A - B \beta \ln \beta$, где A и B — постоянные. При $\beta \gg 1$ $k_0 = \sqrt{\beta(\beta + 2)}$ в соответствии с линейной теорией переноса для моментов первого порядка $\langle \omega_1 \rangle$, $\langle \omega_2 \rangle$, $\langle I \rangle$. При $\beta = 1$ вычисленное значение $k_0 = 1,80$, линейная теория переноса дает $k_0 = \sqrt{3}$.

5. Данная статья завершает цикл работ, посвященных статистической теории переноса излучения в слоистых средах со случайными неоднородностями. Такая теория должна оценить условия применимости линейной феноменологической теории переноса и раскрыть статистический смысл используемых параметров. Необходимо также исследовать поведение излучения в тех условиях, когда линейная теория неприменима. Изложенная в работах цикла теория отвечает на эти вопросы. Линейная теория переноса справедлива при $\beta \gg 1$. Если же это условие нарушается, теория становится существенно нелинейной, появляется новая переменная $\rho = |R_L|^2$ и уравнения для моментов интенсивностей встречных мод ω_1, ω_2 не замкнуты. Замыкание осуществляется переходом к расширенному пространству $(\omega_1, \omega_2, \rho)$, при этом необходимо решать уравнение для их совместной плотности вероятностей или производящей функции моментов.

Использование метода инвариантного погружения оказывается продуктивным и при решении других задач, связанных с распространением волн. Это обусловлено сущностью самого метода (выделение избранного направления распространения волны). Уравнения (4), (5), (20) легко обобщаются на многомерный случай [10]. В результате получается система трех интегродифференциальных уравнений, удовлетворяющая условию причинности. В этом случае не удастся провести полный статистический анализ, подобный изложенному выше. Однако, поскольку исходная краевая задача сведена к задаче с начальными условиями, становится возможным ее численное моделирование при определенной реализации параметров среды и выполнение усреднения с использованием эргодичности. Это открывает новые возможности для численного моделирования процессов распространения волны в реальных средах. Уравнения (4), (5), (20) легко обобщаются также и на случай нелинейных сред [11], что оказывается полезным для решения чисто детерминированных задач, а также позволяет поставить вопрос о статистических уравнениях переноса излучения в нелинейных средах. Аналогично можно провести обобщение на нестационарные задачи и применить новый подход к таким задачам, как рассеяние света на ультразвуке, рассеяние акустических волн на внутренних и поверхностных волнах в океане.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кляцкин В. И. — Изв. вузов — Радиофизика, 1979, 22, № 2, с. 180
2. Кляцкин В. И. — Изв. вузов — Радиофизика, 1979, 22, № 5, с. 591.
3. Бабкин Г. И., Кляцкин В. И. — Изв. вузов — Радиофизика, 1980, 23, № 4, с. 432
4. Бабкин Г. И., Кляцкин В. И. — Изв. вузов — Радиофизика, 1980, 23, № 10, с. 1185.
5. Кляцкин В. И. Стохастические уравнения и волны в случайно-неоднородных средах. — М.: Наука, 1980
6. Козлов В. Ф. — Изв. АН СССР Сер. Физика атмосферы и океана, 1977, 13, № 7, с. 728.
7. Годунов С. К., Рябенский В. С. Разностные схемы — М.: Наука, 1973.
8. Марчук Г. И. Методы вычислительной математики. — М.: Наука, 1977
9. Справочник по специальным функциям — М.: Наука, 1979.
10. Бабкин Г. И., Кляцкин В. И., Любавин Л. Я. — ДАН СССР, 1980, 250, № 5, с. 1112
11. Бабкин Г. И., Кляцкин В. И. — ЖЭТФ, 1980, 79, № 3(9), с. 817

Тихоокеанский океанологический институт
ДВНЦ АН СССР

Поступила в редакцию
17 июня 1980 г.

FLUCTUATIONS OF THE WAVE INTENSITY IN ONE-DIMENSIONAL RANDOMLY INHOMOGENEOUS MEDIUM

V. NUMERICAL INTEGRATION OF RADIATION TRANSFER EQUATIONS

G. I. Babkin, V. I. Klyatskin, V. F. Kozlov, E. V. Yaroshchuk

Results of numerical solution are discussed for equations corresponding to statistical theory of the radiation transfer in a stratified medium with random inhomogeneities. Promising utilization of the invariant imbedding method is discussed for the analysis of different wave problems.