ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

Том XXIV, № 8 РАДИОФИЗИКА 1981

УДК 550 388.2

ДОПЛЕРОВСКОЕ СМЕЩЕНИЕ ЧАСТОТЫ РАДИОСИГНАЛОВ В ИОНОСФЕРНОМ ВОЛНОВОДНОМ КАНАЛЕ

И. П. Стаханов

Рассчитано доплеровское смещение частоты в параболическом ионосферном волноводном канале. Показано, что форма и ширина доплеровского спектра дает информацию о распределении сигнала по адиабатическим инвариантам, о свойствах волноводного канала и о механизмах вывода волн из канала

1. Цель настоящей работы — показать, что по характеру спектра доплеровских смещений частоты, возникающих в ионосферном волноводном канале, можно судить о распределении кругосветного сигнала по модам, отличающимся различными значениями адиабатического инварианта. Поскольку речь пока идет о получении качественных, а не количественных выводов, будем предполагать для простоты, что показатель преломления μ зависит только от одной вертикальной координаты (z), т. е. что на рассматриваемом участке канала можно пренебречь зависимостью μ от горизонтальной координаты (x) и рассматривать некоторые усредненные по x значения параметров канала. Кроме того, вначале рассмотрим плоский волновод, что упрощает интерпретацию полученных результатов. Последнее ограничение легко снимается, что и будет сделано в конце работы.

В этих предположениях уравнение эйконала для пространственной части фазы $\Phi(x, z)$ имеет следующий вид:

$$\left(\frac{\partial \Phi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial z}\right)^2 = \frac{\omega^2}{c^2}\,\varepsilon(z), \tag{1}$$

где $\varepsilon = \mu^2$. Разность фаз между точками с координатами (x_1, z_1) и (x_2, z_2)

$$\Delta\Phi = (\omega/c)P = (\omega/c)[\sqrt{E}\,L + I], \tag{2}$$

где P — фазовый путь,

$$I = \int_{z_1}^{z_2} \sqrt{\varepsilon(z) - E}\,dz; \tag{3}$$

$$L = x_2 - x_1 = \int_{z_1}^{z_2} \frac{dz}{\sqrt{\varepsilon(z) - E}}, \tag{4}$$

$$k_x = \partial\Phi/\partial x = (\omega/c)\sqrt{E},$$

E — параметр, определяющийся граничными условиями. В той точке траектории, где $\varepsilon = 1$, значение этого параметра равно квадрату косинуса угла между направлением радиосигнала и осью x. При распространении в горизонтально однородном волноводе точки поворота осциллирующей по высоте траектории определяются корнями $z = z_i$ ($i = 1, 2$) уравнения

$$\varepsilon(z_i) = E. \tag{5}$$

Если состояние среды медленно меняется со временем, так что изменение ε за время распространения сигнала незначительно, то можно по-прежнему пользоваться уравнениями (2)—(5), в которых $\varepsilon = \varepsilon(z, t)$ и, следовательно, $E = E(t)$. Доплеровское смещение частоты сигнала ($\Delta\omega$) [1] в этом случае определяется производной по времени, взятой при постоянной дальности L:

$$\Delta\omega = -\left(\frac{d\,\Delta\Phi}{dt}\right)_L = -\frac{\omega}{c}\left(\frac{dP}{dt}\right)_L, \tag{6}$$

где

$$\left(\frac{dP}{dt}\right)_L = \frac{L}{2\sqrt{E}}\frac{dE}{dt} + \left(\frac{\partial I}{\partial t}\right)_E + \left(\frac{\partial I}{\partial E}\right)_t \frac{dE}{dt}. \tag{7}$$

Рассмотрим разность фаз между двумя точками поворота траектории сигнала. Тогда z_1 и z_2 представляют собой два различных корня уравнения (5), $L = x_2 - x_1$ — пространственный полупериод осциллирующей траектории, а $\Delta\omega$ — изменение частоты на этом полупериоде. Из (3) и (4) видно, что

$$\left(\frac{\partial I}{\partial t}\right)_E = \frac{1}{2}\int_{z_1}^{z_2} \frac{\partial \varepsilon}{\partial t}\frac{dz}{\sqrt{\varepsilon - E}}; \tag{8}$$

$$\left(\frac{\partial I}{\partial t}\right)_t = -\frac{1}{2}\int_{z_1}^{z_2} \frac{dz}{\sqrt{\varepsilon - E}} = -\frac{L}{2\sqrt{E}}. \tag{9}$$

(При дифференцировании I производные по верхнему и нижнему пределу пропадают в силу (5).) Согласно (9) первый и третий члены в правой части (7) взаимно уничтожаются и

$$\Delta\omega = -\frac{\omega}{c}\left(\frac{\partial I}{\partial t}\right)_E. \tag{10}$$

Из (9) и (10) легко получить выражение для смещения частоты на единицу длины канала ($\delta\omega$):

$$\delta\omega = \frac{\Delta\omega}{L} = \frac{\omega}{2c}\frac{1}{\sqrt{E}}\frac{(\partial I/\partial t)_E}{(\partial I/\partial E)_t}. \tag{11}$$

Выражение для I с точностью до постоянного множителя совпадает с адиабатическим инвариантом [2].

2. В дальнейшем рассмотрим параболический ионосферный канал с полушириной h:

$$\varepsilon(z) = \varepsilon_1 - \Delta\varepsilon\frac{(z - z_0)^2}{h^2}, \tag{12}$$

где $z_0 - h \leqslant z \leqslant z_0 + h$, $\Delta\varepsilon = \varepsilon_1 - \varepsilon_2$, ε_1, ε_2 — значения диэлектрической проницаемости в центре и на границе канала соответственно.

Связь между I и E в случае параболического канала дается выражением

$$I = \frac{\pi}{2}h\frac{\varepsilon_1 - E}{\sqrt{\Delta\varepsilon}}. \tag{13}$$

Поскольку возможные значения E в канале заключены между ε_1 и ε_2, то значения адиабатического инварианта I для волн, распространяющихся в таком канале, лежат в пределах $0 \leqslant I \leqslant I_m$, где

$$I_m = (\pi h/2) \sqrt{\Delta\varepsilon}\,. \tag{14}$$

Вычисляя $\delta\omega$ из (8), (9), (11) и (12) и исключая из полученных выражений E с помощью (13), получаем следующее выражение для доплеровского смещения на единицу длины параболического канала:

при изменении плотности плазмы на краю канала

$$\delta\omega \approx -\frac{\omega}{4c}\frac{I}{I_m}\frac{d\varepsilon_2}{dt}, \tag{15}$$

при изменении плотности плазмы в центре канала

$$\delta\omega \approx -\frac{\omega}{2c}\left(1 - \frac{1}{2}\frac{I}{I_m}\right)\frac{d\varepsilon_1}{dt}, \tag{16}$$

при изменении ширины канала

$$\delta\omega \approx -\frac{\omega}{2c}\frac{I}{I_m}\frac{\Delta\varepsilon}{h}\frac{dh}{dt}. \tag{17}$$

В правой части выражений (15)—(17) должен содержаться множитель $1/\sqrt{E}$, в котором можно, используя (13), выразить E как функцию I. Однако поскольку для луча, захваченного в канале, параметр E мало отличается от единицы (например, в численном примере, приведенном ниже, $0{,}96 \leqslant E \leqslant 0{,}98$), то в формулах (15)—(17) положено $1/\sqrt{E} \approx 1$. С этой оговоркой во всех случаях смещение частоты линейно зависит от адиабатического инварианта I.

3. Величина доплеровского смещения на длинных трассах может оказаться весьма значительной. Примем для оценок, что плотность плазмы в центре канала равна 10^5 *см*$^{-3}$ и удваивается у его краев, а полуширина канала $h = 20$ *км*. При частоте $f = 20$ *МГц* получим $\varepsilon_1 = 0{,}98$, $\Delta\varepsilon = 0{,}02$ и $I_m = 4{,}4$ *км*. Пусть скорость изменения плотности плазмы одинакова по сечению канала (т. е. $d\varepsilon_1/dt = d\varepsilon_2/dt$) и равна 10^2 *см*$^{-3}\cdot$*с*$^{-1}$. Тогда из (15) и (16) следует, что суммарное доплеровское смещение на единицу длины составляет $0{,}6\cdot 10^{-3}$ *Гц/км*. Если эти условия сохраняются на всей дневной половине трассы, то смещение частоты сигнала составит около 12 *Гц*. Такого же порядка изменения частоты возникают и при изменении ширины канала: для $dh/dt = 10$ *м/с* согласно (17) $\delta f = 0{,}3\cdot 10^{-3}$ *Гц/км*, т. е. для трассы длиной $2\cdot 10^4$ *км* $\Delta f = 6$ *Гц*. Таким образом, даже при относительно небольших средних скоростях изменения параметров ионосферного канала могут возникать большие доплеровские смещения частоты распространяющегося в нем сигнала. Случайные изменения частоты, имеющие различные знаки на разных участках траектории, будут компенсироваться, в то время как глобальные отклонения, возникающие, например, от солнечных вспышек одновременно на всей дневной части трассы, должны усиливаться, давая большие смещения частоты. На это обстоятельство было впервые указано в работе [3], где доплеровские смещения рассчитывались другим способом.

Следует также рассмотреть важный вопрос о спектральной ширине доплеровских линий. Если бы из волноводного канала выходили только моды с одним определенным значением I, например $I = I_m$, то относительная ширина спектра, вероятно, была бы небольшой (учитывая большую величину доплеровского смещения в канале). Однако, по-видимому, существуют механизмы, выводящие из канала волны с различным значением адиабатического инварианта I. В этом случае из формул (15)—(17) следует, что ширина доплеровской линии будет, вообще говоря, сравнима с величиной самого доплеровского смещения. Этого, конечно, не произойдет, если по тем или иным причинам в канале содержатся не все возможные моды с $0 \leqslant I \leqslant I_m$, а лишь некоторая часть их. В таком случае по ширине спектра можно судить о том, какие моды могут распространяться в канале.

Характер доплеровского спектра, в частности, его форма и ширина будут зависеть также от того, какие изменения происходят в рассматриваемом канале. В частности, как это следует из (15) и (17), при изменении плотности плазмы на периферии канала возникает доплеровский спектр, охватывающий область частот от нуля (для моды, распространяющейся вдоль оси канала) до максимальной частоты (при $I = I_m$). Наоборот, при изменении плотности вблизи оси канала, согласно формуле (16), доплеровское смещение увеличивается с уменьшением I и спектр занимает полосу частот от некоторой минимальной частоты при $I = I_m$ до максимальной для осевой моды ($I = 0$). Смещение частоты на единицу длины, возникающее от изменения всех трех параметров параболического канала, согласно (15)—(17), равно

$$\delta\omega = -\frac{\omega}{2c}\frac{d\,\varepsilon_1}{dt} + \frac{\omega}{4c}h^2\left(\frac{d}{dt}\frac{\Delta\varepsilon}{h^2}\right)\frac{I}{I_m}. \tag{18}$$

Таким образом, если изменения таковы, что отношение $\Delta\varepsilon/h^2$ остается постоянным, то смещение частоты не зависит от I и доплеровская линия должна быть относительно узкой (в приближении параболического канала). В частности, при постоянной полуширине это будет иметь место при $d\,\varepsilon_1/dt = d\,\varepsilon_2/dt$. В противном случае (т. е. когда $\Delta\varepsilon/h^2$ зависит от времени) моды с различными I будут иметь различные частоты, причем в зависимости от знака производной $(d/dt)\,(\Delta\varepsilon/h^2)$ с ростом I доплеровское смещение будет либо возрастать, либо убывать. Интервал частот, занимаемый доплеровским спектром, должен лежать между

$$\begin{aligned} \Delta\omega_1 &= -\frac{\omega}{2c}\,\frac{d\,\varepsilon_1}{dt}R, \\ \Delta\omega_2 &= -\frac{\omega}{2c}\left(\frac{d\,\varepsilon_1}{dt} - \frac{1}{2}h^2\frac{d}{dt}\left(\frac{\Delta\varepsilon}{h^2}\right)\right)R \end{aligned} \tag{19}$$

(где R — длина меняющейся со временем части канала). Одна из границ спектра определяется сигналом, распространяющимся вдоль оси ($I = 0$), а вторая — сигналом, осциллирующим между краями канала ($I = I_m$). Отношение полуширины спектра к средней величине доплеровского смещения частоты равно

$$\frac{(\Delta\mu_2 - \Delta\omega_1)/2}{(\Delta\omega_2 + \Delta\omega_1)/2} = \left[1 + 4\frac{d\,\varepsilon_1}{dt}\Big/\left(h^2\frac{d}{dt}\left(\frac{\Delta\varepsilon}{h^2}\right)\right)\right]^{-1}. \tag{20}$$

По форме доплеровского спектра можно получить информацию не только о распределении интенсивности сигнала по модам с различными значениями I, но и о механизмах вывода волн из канала. Можно ожидать, что сигналы с $I = I_m$ особенно легко выводятся из канала и, следовательно, интенсивность их в доплеровском спектре будет наибольшей. С другой стороны, если глубина канала заметно меняется вдоль трассы, то в нем будут удерживаться только волны с малыми значениями I и тогда именно эта часть спектра будет иметь наибольшую интенсивность.

4. Рассмотрим сферически слоистую ионосферу с малым (по сравнению с толщиной ионосферы) радиусом кривизны. Если ввести $x = \theta R$ и $z = r - R \ll R$, где R — радиус Земли, r, θ — координаты луча в плоскости большого круга, то уравнение эйконала можно снова записать в виде (1) с заменой диэлектрической проницаемости ε на $\varepsilon' = (1 + 2z/R)\,\varepsilon\,(z, t)$. Таким образом, все полученные выше формулы могут быть распространены на этот случай, но с заменой ε на ε'. В частности, величины ε_1', ε_2' и $\Delta\varepsilon' = \varepsilon_1' - \varepsilon_2'$ будут зависеть теперь не только от плотности, но и от полуширины канала, а также от высоты его оси z_0.

В заключение заметим, что выше предполагалось, что доплеровское смещение частоты сигнала, распространяющегося в ионосферном канале, набирается главным образом в самом канале. Это, видимо, соответствует действительности, если длина трассы сигнала достаточно велика Тем не менее нужно все же отметить, что захват сигнала и выход его из канала также могут быть связаны с появлением доплеровских смещений частоты, особенно для $I \approx I_m$, если эти процессы (захват или выход) сопровождаются изменением параметров во времени [4].

ЛИТЕРАТУРА

1 Девис К Радиоволны в ионосфере — М Мир, 1973.
2 Гуревич А. В., Цедилина Е Е Сверхдальнее распространение коротких радиоволн — М. Наука, 1979
3. Ким В Ю. Сб докладов XII Всесоюзной конференции по распространению радиоволн — Томск Наука, 1978, с. 159
4. Болдовская И Г Препринт ИЗМИРАН № 12 (278) — М, 1980.

Московский вечерний металлургический институт

Поступила в редакцию 14 июля 1980 г

DOPPLER SHIFT OF RADIO SIGNAL FREQUENCY IN IONOSPHERIC WAVEGUIDE CHANNEL

I P. Stakhanov

The Doppler frequency shift has been calculated in a parabolic ionospheric waveguide channel It is shown that the form and width of the Doppler spectrum give information on the signal distribution over adiabatic invariants, on properties of the waveguide channel and on mechanisms of wave output from the channel.